XII
GRAVESANDE

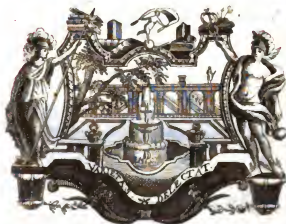
G. J. 's GRAVESANDE

PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES,

In Usus

ACADEMICOS.

Editio prima Italica auctior.





BASSANI, MDCCXLIX.

Ex Typographia Remondini.

SUPERIORUM PERMISSU, ac PRIVILEGIO.



EDITOR
LECTORI.



Inita tandem tertia Editione Physices Elementorum Mathematicorum, &c. *juxta illam hasce* Philosophiæ Newtonianæ Institutiones *emendare in animo habebat Clarissimus Auctor; sed antequam operi manum admovere licuerit, mortem obiit Vir sanæ Philo-*

losophiæ veris Cultoribus nunquam satis desiderandus. Hac in parte vices ejus suscipere sum aggressus, summæ temeritatis crimen certè haud effugiturus, si proprio marte quidquam Illustris Defuncti scriptis addere aut detrabere cogitassem; sed agebatur tantummodò de Elementis memoratis in compendium adducendis; quod ita religiosè sum executus, ut nequidem hìc verbum reperias, quod a me sit profectum. Attendere tantùm debui ne quid omitterem quod necesse foret Physices Tironibus, in gratiam quorum conflatum est istud opus, & ne quid, quod captum horum superaret, transcriberem. Id quidem non difficultate carebat; ita enim presse sunt conscripta Elementa, ita in illis omnia inter se cohærent indivulso quasi nexu, ut profecta facilè percipias ab Auctore, qui præcisè nihil quàm quod dicendum e-

rat

rat dixit, & dubius hæreas quid non transcribas. Sed adjutrices habui duas præcedentes Editiones: eas cum Elementis conferendo, quæ mutanda erant sponte apparebant: quoad nova quæ hìc reperiuntur, & sunt certè quamplurima, ducem in plerisque secutus sum ipsummet Auctorem, qui sæpe mecum inter loquendum communicavit, quæ præcipuè in hocce opere inserere decreverat; & præterea assiduè ob oculos habui ejus manuscripta, in quibus multa notavit quæ hic addi volebat. In reliquis, sed admodum paucis, proprio judicio sum usus, sed ita tamen, ut nihil hìc transcripserim præter ea quæ attingere solebat Clar. Auctor in Lectionibus suis privatis, quarum sedulus fui Auditor per plures annos. Ut igitur, utrùm propositum adimpleverim nec ne, percipere valeas, en paucis tibi exponam, quid

præcipuum hic præstiterim, mutationes minoris momenti omittens.

Totum Opus prius in quatuor libros distributum, nunc in sex divisi, ut accuratiùs sequi liceret ordinem Elementorum, in quorum tertia Editione distributio illa obtinet.

In Libri primi Capite, quod agit de Machinis simplicibus, addita fuit mentio Vectis obliqui, & quæ ibidem prius comparebant Machinæ compositæ, ad Caput sequens, verum earum locum, sunt relatæ. In Capite de Potentiis obliquis *Auctor in præcedentibus Editionibus statim consideraverat punctum, quod tribus trahitur Potentiis, & quod quiescit; postea subjecerat reductionem Potentiæ obliquæ ad directam: sed cum hæc propositio illi magis simplex & faciliùs demonstranda per vectem angularem videretur, hic præcedit, & demonstratio puncti, quod à tri-*

bus

bus Potentiis trahitur, lucidior reddita fuit. In Capite de Pendulis *plura prorsus nova circa horum Velocitates occurrunt; & integrum Caput fuit additum de* Usu Machinarum: *hoc magis accommodare captui eorum, quibus destinantur Institutiones istæ, decreverat Auctor, verùm ego illud inserere coactus fui quale in Elementis legitur. In eo plura utilissima, & huc usque à cæteris Scriptoribus silentio prætermissa, reperiuntur.*

Liber secundus, qui in Editione præcedenti quartam partem Libri primi conficiebat, multas subiit mutationes. In prima Parte longè fusiùs & accuratiùs, quàm antea, agitur de Natura, Genesi, Mensura & Destructione Virium. In Parte 2da quædam tantùm in concinniorem ordinem fuere digesta, aut novis demonstrationibus illustrata. Plura egregia addere potuissem de Mo-

tu Centri Gravitatis & de Collisione composita, ex Elementis desumta, sed sublimioris sunt indaginis, quàm ut Tironibus exponi queant. In Parte 3ª agitur de Legibus Elasticitatis, quæ priùs unico Capite exponebantur: additamenta præcipuè Laminas & Solida elastica spectant.

In Libri tertii Parte 1ª aliam eamque planiorem reperies demonstrationem circa altitudinem aquæ in Tubis communicantibus, ut & circa Metallorum mixturam. In secunda Parte inter plura alia præcipuè habes Caput de Cursu Fluminum *valde auctum; illud fere integrum, quale legitur in Elementis, ob summam ejus utilitatem hìc inserui. In Parte 3ª novum exstat Caput* de Fluidorum motorum Impetu & Actione laterali. *Libenter huc addidissem Caput* de Machinis Hydraulicis,

ni ardua nimis in eo continerentur; maximo cum fructu peritiores illud adibunt in Elementis.

In Libro quarto passim nova occurrunt, sed minoris momenti. Quæ in priori Editione dicebantur de Attritus directione ad Electricitatem conciliandam, hìc non amplius comparent, quia ea minus esse accurata Experimentis constitit. In Capite de Violentiori Ignis Motu *varia addita sunt circa Exhalationes, quæ Meteoris Aereis explicandis viam sternunt.*

Libri quinti Pars 1ª *initium ducit a novo Capite* de Motu Luminis, *in quo paucis referuntur quæ paucioribus in priori Editione de Ignis Motu successivo dicebantur. Caput quartum, quod agit de diversa Corporum Actione in Lumen, plus quàm dimidia parte auctum hìc aptiori loco comparet, cum antea ad calcem hujus Libri conspiceretur.*

retur. Tria Capita sequentia, quæ agunt de Luminis Refractione & Lentium Affectionibus, ita sunt immutata quoad ordinem, totque novis demonstrationibus illustrata, ut pro novis haberi queant. Pluribus ornamentis illa decorassem, si hìc inserere licuisset omnes egregias propositiones, quæ habentur in Elementis circa Radios obliquos, in superficies planas aut sphæricas diversorum Mediorum incidentes; sed cùm Tironum captum superent, earum nonnullas verbo attingere sat habui. In Capite octavo fusiùs agitur de Sensationibus, & accuratiùs perpenditur, quare Objectum, ambobus oculis conspectum, unicum appareat. In Parte 2ª nonnulla mutata fuere in demonstrationibus, quæ spectant Specula sphærica: his addere non ausus sui egregium Caput, in quo Auctor agit de Telescopiis Catoptricis; quæ

ibi

ibi leguntur, sublimioris sunt indaginis, quàm ut in istis Institutionibus sit ipsis locus; illa Telescopia verbo tantùm memoravi. In Capite decimo sexto agitur de diversa Radiorum solarium Refrangibilitate, horumque Coloribus; quæ duo minus aptè in duobus diversis Capitibus antea exstare judicavit Auctor. In hoc Capite quæ pertinent ad oblongam Solis Imaginem effectam à Radiis per foramen in prisma vitreum incidentibus, & plano exceptis, majori in luce collocata sunt. In Capite sequenti distinctiùs Radiorum Immutabilitas exponitur.

In Libro sexto passim quædam factæ sunt mutationes in supputationibus, quæ, licet non magni momenti, denotant quanam cum cura vel minimos scrupulos removere voluerit Clar. Auctor. Quæ de motu Terræ in hoc libro dicuntur, intelligenda sunt sub

Hypo-

Hypotesi ad explicanda Phænomena: In Capite decimo septimo nonnulla dantur nova circa Telluris figuram, quæ debentur observationibus nuper à Viris Illustribus institutis, & quæ ad accuratius examen revocantur in Elementis.

Ut hancce Editionem ita auctam & mutatam publici juris facere possem, necesse habui plura etiam mutare in Tabulis, imò & unam addere, decimam nimirum.

Licet autem in omnibus hisce neque labori, neque meæ industriæ pepercerim; in pluribus tamen manum Auctoris abfuisse percipies. Sed quis quæso tanti Viri vices ita plenè adimplere posset, ut sæpissimè non sentias illum esse desiderandum, & vix ac ne vix quidem resarciturum esse Orbem Litteratum quam fecit jacturam summi Philosophi morte immatura!



PRÆFATIO AUCTORIS,

præcedenti Editioni præfixa.

N usum Auditorum destinata erant, quæ ante paucos annos publici juris feci, *Physices Elementa Mathematica, Experimentis confirmata*. In his non modò Experimenta, quibus propositiones aut probantur, aut dilucidantur, exactè exponuntur, delineationesque Machinarum, quarum ope instituuntur, exhibentur; sed & quæ in Experimentis instituendis observanda sunt, summa cum cura memorantur.

Quam-

Quamvis hæc omnia videantur minus necessaria Auditoribus, quibus ipsa Experimenta in annuo discursu demonstrantur, utile nihilominus mihi visum fuit, si Experimenta, quorum oculati testes fuerant, tempore quocunque in memoriam revocare possent; aliisque & hoc non ingratum futurum persuasum habui.

Sed eo coactus fui eligere formam præ magnitudine, usui, cui præcipuè Elementa destinabantur, minus commodam. Minori ideò forma eadem recudi curavi, ut dum, in ante edito tractatu, sibi Auditores in memoriam revocarent, quæ à nobis coram demonstrantur, in portatili volumine ea haberent, quæ circa Physicam in privatis & publicis exercitiis explicamus.

In hanc autem formam ut memorata Elementa reduci possent, ita fuere immutanda, ut servato eodem titulo, minorem hunc librum tradere non ausus fuerim.

Ex-

Experimentorum, quibus propositiones aliunde demonstratæ confirmantur, aut dilucidantur, nulla hic fit mentio; illorum verò, quibus, quæ Naturæ Leges spectant, deteguntur, ea tantùm memorantur, quæ ad inde deductas conclusiones intelligendas necessaria sunt. Ubicunque tamen Experimentum Auditoribus exhibetur, hoc ita (*Exp.*) notamus.

Ne etiam nimium Liber hicce excresceret, ubi de difficilioris propositionis demonstratione agitur, Lectorem ad Scholia, quæ in secunda Editione memoratorum *Elementorum* nostrorum habentur, remittimus; tironibus enim, quibus hæ *Institutiones* destinantur, ipsas difficiliores propositiones indicasse sufficit. Cùm autem Tomus secundus Elem. nondum secunda vice sit prælo commissus, in tertio & quarto libro harum *Institutionum* nondum edita Scholia indicare coacti fuimus. *

The-

* Id non obtinet in hac Editione; omnia

Theorias Virium, Percuſſionum, & Reſiſtentiarum, Retardationumque Corporum in Fluidis motorum explicavi, ea ſecutus quæ uberius in ſecunda Editione Tom. I. *Elementorum Phyſices* tradidi. Quædam tamen nova de Percuſſione ad pleniorem hujus Materiæ cognitionem ſpectantia adjeci.

Præter has, quæ quidem præcipuæ ſunt, emendationes, & multa alia in præſenti Editione fuere magis illuſtrata. Non mirum ſi ſcientia, diu incertis Hypotheſibus coarctata, hoc tempore, quo vera Methodus detegendi veri in Phyſicis ſibi magni nominis comparavit patronos, de die in diem augmentum accipiat.

Quamvis autem in omnibus NEWTONI ſententiam non ſecutus fuerim, & multa aliorum inventa exponantur, Philoſophiam NEWTONIANAM vocare illam, quæ hìc traditur, non dubitavi.

Quam

enim Scholia, quæ hìc indicantur, comparent in tertiâ Editione Elementorum.

Quam Vir præclarus primus tradidit, summo Philosopho dignissima Soni Theoria; quæ, cum subtilissimi ingenii perspicacitate indefessum conjungens laborem, circa Colores, innumeros Philosophorum corrigens errores, detexit; quæ pro ingenii robore, & amplitudine, de causis Motuum cœlestium investigavit; multaque alia Viri, nunquam ab ingenuis veræ Philosophiæ cultoribus satis celebrandi, inventa, in hisce *Institutionibus* explicantur; ita ut præcipua hujus operis pars candido illi rerum scrutatori debeatur.

Sed & alio respectu *Philosophiæ* NEWTONIANÆ hæ vocantur *Institutiones*; nam meritò NEWTONIANAM vocamus Philosophiam, in qua ex Phænomenis, rejectis Hypothesibus, conclusiones deducuntur; nullus enim ante NEWTONUM methodum hanc castè secutus est, nec quidem hanc sibi in omnibus sequendam proposuit. Si illorum, licet præclarorum, & de vera Philoso-

ſophia benè meritorum Virorum, qui à quibuſdam ut NEWTONI in hac Philoſophia anteceſſores memorantur, opera perpendantur, non illo omnem Hypotheſium fictionem ex Phyſicis eſſe proſcribendam ſtatuiſſe, haud difficulter patebit.



IN-

INDEX CAPITUM.

LIBER PRIMUS.

PARS PRIMA.

De Corpore in genere.

INDEX CAPITUM.

PARS SECUNDA.

De Actionibus Potentiarum.

PARS TERTIA.

De Motibus, Potentiarum Actionibus, mutatis.

INDEX CAPITUM.

LIBER SECUNDUS.

PARS PRIMA.

De Viribus insitis.

PARS SECUNDA.

De Corporum Collisione simplici, directa, obliqua, & composita.

PARS TERTIA,

De Legibus Elasticitatis.

LIBER TERTIUS.

PARS PRIMA.

De Gravitate & Pressione Fluidorum.

INDEX CAPITUM.

PARS SECUNDA.

De Motu Fluidorum.

PARS TERTIA.

De Fluidorum motorum Actionibus, & de Corporibus motis in Fluidis.

INDEX CAPITUM.

LIBER QUARTUS.

PARS PRIMA.

De Aëre & aliis Fluidis Elasticis.

PARS SECUNDA.

De Igne.

LIBER QUINTUS.

PARS PRIMA.

De Motu, Inflexione, & Refractione Luminis.

PARS SECUNDA.

De Luminis Reflexione.

PARS TERTIA.

De Opaco & Coloribus.

LIBER SEXTUS.

PARS PRIMA.

De Mundi Systemate.

PARS

INDEX CAPITUM.

PARS SECUNDA.

Motuum Cœlestium causæ Physicæ.



PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.

LIBRI I.

Pars I. De Corpore in genere.

CAPUT I.

De Scopo Physices & Regulis Philosophandi.



Hysica circa *Res naturales* & harum *Phænomena* versatur.

DEFINITIO 1. & 2.

Res naturales sunt omnia Corpora; 1.
congeriesque horum omnium Universum vocatur.

DEFINITIO 3.

Phænomena naturalia sunt omnes situs & 2.
omnes motus Corporum naturalium, ab actione Entis intelligentis immediatè non pendentes, & qui à nobis sensibus observari possunt.

Non excludimus ex numero Phænomenorum naturalium motus, qui in Corpore noſtro ad voluntatem fiunt: in hiſce diſtinguendum illud quod à voluntate pendet, ab eo quod alii cauſæ tribuendum eſt. Agitationem fieri modo quodam determinato, & certo tempore, hoc determinationi voluntatis adſcribi debet, & ad Phyſicam non ſpectat: ipſe autem motus ex actione muſculorum ſequitur, qui etiam alio motu agitantur, ſunt hæc Phænomena naturalia; ſed motus ex actione immediatâ mentis oriundus, & nobis omninò ignotus, non eſt Phænomenon naturale.

Omnes hi motus certas ſequuntur regulas.

Sol quotidiè oritur & occidit, tempuſque ortûs & occasûs, pro anni tempeſtate & loco, ſemper determinatur; ejuſdem ſpeciei plantæ, iiſdem poſitis circumſtantiis, eodem modo producuntur & creſcunt; & ſic de cæteris. In iis ipſis, quæ nobis omninò fortuita & incerta apparent, certas obſervari regulas, attendenti manifeſtum fit.

Rerum enim examen ad hocce, ratiociniorum omnium in Phyſicis fundamentum, nos deducit axioma.

3. *Conditorem Univerſi, determinatis pro ſapientiâ legibus, aut ex naturâ rerum ſponte fluentibus, univerſam rerum congeriem dirigere.*

4. *Phyſica Phænomena naturalia explicat*, id eſt, *horum cauſas tradit.*

Cùm in has cauſas inquirimus, ipſum Corpus in genere examinandum eſt; deinde detegendum, quibus regulis rerum Conditor omnes

omnes motus peragi voluerit. Hæ *Regulæ* vocantur *Leges Naturæ*.

DEFINITIO 4.

Naturæ Lex ergo *est Regula & Norma, secundum quam Deus voluit certos motus semper, id est, in omnibus occasionibus, peragi.* 5.

Est ideò nostro respectu Lex Naturæ, omnis effectus, qui in omnibus occasionibus idem est, cujus causa nobis est ignota, & quem videmus ex nullâ Lege nobis notâ fluere posse; quamvis fortè ex simpliciori Lege, nobis ignotâ, fluat.

Leges Naturæ nisi ex examine Phænomenorum naturalium, non possunt elici.

Ope Legum, hac Methodo detectarum, Phænomena alia explicari debent.

In investigatione autem Naturæ Legum, sequentes Regulæ Newtonianæ observandæ veniunt.

REGULA 1.

Causas rerum Naturalium non plures admitti debere, quàm quæ & veræ sint, & earum Phænomenis explicandis sufficiant. 6.

REGULA 2.

Effectuum Naturalium ejusdem generis easdem esse causas. 7.

REGULA 3.

Qualitates Corporum, quæ intendi & remitti nequeunt, quæque Corporibus omnibus competunt, in quibus experimenta instituere licet, pro Qualitatibus Corporum universorum habendas esse. 8.

CAPUT II.

De Corpore in genere.

9. OMnium primum in Corpore consideranda venit hujus *Extensio*.

Extensionis idea fere semper menti nostræ præsens est; est hæc simplicissima, ideoque verbis nullis describi potest.

Omne Corpus est extensum, sublatâ Corporis Extensione integrum tollitur Corpus.

Omne tamen extensum non est Corpus; in quo vero Corpus à Spatio differat, non potest determinari, nisi examinatis priùs aliis Corporis proprietatibus.

10. Secunda quæ examinanti Corpus sese offert, est *Soliditas*. Corpus omne aliud Corpus ex loco à se occupato excludit, & Corpora fluida æquè ac maximè dura hac proprietate gaudent.

11. Tertia Corporis proprietas est *Divisibilitas*, quæ ex ipsâ Extensione sequitur. Extensio enim aliâ Extensione minor semper potest concipi; unde videmus in omni Extensione partes dari, quæ partes in Corpore à se invicem possunt separari; quia

12. Corpus quartâ proprietate præditum est, quod possit de loco in locum transferri, unde Corpus *Mobile* dicitur. *Vi* autem *insitâ* in motu perseverat.

Quando nullum datur obstaculum, Corpus ictui minimo cedit; major tamen Actio desidera-

deratur, si minori tempore ad eandem distantiam, aut æquali ad majorem transferendum sit Corpus: etiam major est Actio quâ movetur Corpus majus, quàm quâ minus transfertur, si similis fuerit translatio.
Corpus ergo *quiescens motui resistit*, *non quamdiu quiescit*, *sed dum agitatur*. Hac de causâ Corpus & iners, & *habere Inertiam dicitur*. Hæc *in omnibus Corporibus quantitati materiæ proportionalis est*; singulis enim materiæ particulis æqualiter competit. 13.

14. Omne Corpus figurâ est præditum, & *Figurabile*, quia terminatum: mutari autem potest figura, quia Corpus in partes potest resolvi, quæ cùm mobiles sint, diversis modis inter se disponi possunt.

CAPUT III.

De Extensione, Soliditate, & Vacuo.

15. HIc consideranda venit in Scholis decantata quæstio *de Vacuo*, scilicet an detur Extensio omni materiâ destituta; tale enim Extensum vocatur *Vacuum*, *Inane*, aut *Spatium*.

Vacuum revera dari ex Phænomenis probatur, & ideò in Libro VI. hæc propositio ad examen revocabitur; de solâ Vacui possibilitate nunc agam.

Vacuum possibile esse ex solo examine idearum deducitur. Omne enim quod clarè concipimus existere posse, possibile est. Si

enim quid in re quacunque detur, quod hujus exiſtentiam impedit, idea impedimenti in ideâ rei continetur, & in causâ eſt, quo minus rei poſſibilitas concipi poſſit.

Quæſtio ergo eò redit, an habeamus ideam Extenſionis non ſolidæ.

16. Soliditatis ideam acquirimus contactu; Corpora quædam nobis reſiſtere ſentimus, & quidem ſingulis momentis nobis illa reſiſtunt, quæ deſcenſum inferiora versùs impediunt. Ex hac reſiſtentiâ deducimus, Corpus ex loco à ſe occupato omne aliud Corpus excludere, id eſt, illud Soliditate præditum eſſe; quam Soliditatis ideam ad Corpora ſubtiliora, quæ propter partium tenuitatem ſub ſenſus non cadunt, transferimus; & experientiâ conſtat, hæc ipſa, æquè ac maximè dura, aliis Corporibus reſiſtere.

Aër, in quo vivimus, fere ſemper viſum & tactum noſtrum fugit, in antliâ tamen, exactè clausâ, embolo reſiſtit, ita ut hic nullâ vi ad antliæ fundum protrudi poſſit. (*Exp.*)

In Extenſionis autem ideâ non continetur idea Soliditatis; hæc ex ideâ reſiſtentiæ deducitur, & contactu ſolo ipſam acquirimus. Idcircò, ſi quis nunquam Corpus tetigiſſet, ei Soliditas omninò ignota eſſet, Extenſionis tamen conceptum haberet.

Ubi Corpus cavo ſpeculo ad juſtam diſtantiam objicitur, pendulam in aëre ante ſpeculum illius imaginem videt ſpectator. Species hæc verum exhibet Corpus, vividiſſimis coloribus tinctum; non tamen reſiſtit. (*Exp.*) Si quis nihil unquam præter talia

Ido-

Idola vidiſſet, & ipſius Corpus tali ſpeciei ſimile eſſet, an ullam Soliditatis haberet ideam? non videtur; Extenſionis tamen certiſſimè haberet.

Hic non quærimus quid ſit tale Idolum, de ideis diſputamus.

Non ſolâ Soliditatis privatione differt Spatium à Corpore.

17. *Spatium eſt infinitum*, ac nullis hoc terminari poſſe limitibus, rem attentè conſideranti patebit. Nullum enim Spatium poteſt concipi terminatum, cujus termini non alio Spatio circumdentur; & idea Extenſi limitibus circumſcripti, & non alio Extenſo involuti, ſe ipſam deſtruit. Quare fines Spatii, ad hoc totum attendendo, contradictionem involvunt. Corpora autem finita dantur.

18. *In Spatio partes* dari clarè videmus, à ſe invicem autem ſeparari nequeunt, *immobiles ſunt, ut & ipſum Spatium*. Corporis verò partes translationem, & hac de causâ ſeparationem patiuntur.

Spatii idea ſimpliciſſima eſt; Corporis magis eſt compoſita.

19. Soliditas à quibuſdam Impenetrabilitas vocatur, & ex naturâ Extenſionis ipſam deducere conantur; pedi cubico Extenſionis, dicunt, ſi pes alter cubicus Extenſionis addatur, habebimus duos pedes cubicos, ſinguli enim habent omnia, quæ ad illam magnitudinem conſtituendam requiruntur; pars ergo una Spatii partes omnes alias excludit, & ipſa illas admittere non poteſt.

Reſp. Partem Spatii in alium locum transla-

tam contradictionem involvere; ex immobilitate ergo partium Spatii, non ex Impenetrabilitate seu Soliditate, sequitur, duas partes Spatii confundi non posse.

CAPUT IV.

De Divisibilitate Corporis in Infinitum, & Particularum Subtilitate.

QUia Corpus est extensum, etiam est divisibile, id est, in eo partes considerari possunt.

Differt tamen Corporis Divisibilitas ab Extensionis Divisibilitate, illius enim partes à se invicem separari possunt. Ipsa autem Divisibilitas cùm ab Extensione pendeat, in Extensione examinari debet.

20. *Corpus est divisibile in infinitum*, id est, in ejus Extensione nulla pars quantumvis exigua potest concipi, quin detur minor.

21. TAB. I. fig. 1. Sit linea A C ad BF perpendicularis, ut & GH, ad parvam ab A distantiam, ad eandem etiam normalis, centris C, C, &c. & radiis CA, CA, &c. describantur circuli secantes lineam GH, in punctis *e*, *e* &c. quo major est radius AC, eo minor est pars *e*G: radius potest in infinitum augeri, & minui pars *e* G, quæ tamen nunquam ad nihilum potest redigi, quia circulus cum lineâ rectâ BF, coincidere nunquam potest.

Partes ergo magnitudinis cujuscunque in infinitum possunt minui, & nullus divisionis datur finis.

Sed

Sed & magis paradoxum quid ex hac demonstratione deducimus. Constat ex hac angulum mixtum, quem cum tangente efficit circulus, in infinitum posse minui. Hic autem angulus, quamvis ita divisibilis, omni rectilineo angulo minor est (16. *El.* III.), & angulus rectilineus, qui ipse in infinitum, ut omnis quantitas, divisibilis est, utcunque imminutus, memoratos angulos mixtos omnes superat.

22. *Quantitatis* ergo *cujuscunque* in infinitum divisæ *pars infinitè exigua in infinitum est divisibilis*.

Innumeris aliis idem probari potest Mathematicis demonstrationibus.

23. In Scholiis Elem. etiam demonstramus *Divisionis in Infinitum classes numero infinito dari*.

24. Ex Corporis Divisibilitate deducimus, *datâ quavis Materiæ particulâ, quantumvis exiguâ, & dato spatio quovis finito utcunque amplo, possibile esse, ut materia talis arenulæ per totum hoc spatium diffundatur, atque ipsum ita adimpleat, ut nullus sit in eo porus, cujus diameter minimam datam superet lineam*. Quod ut demonstremus, spatium implendum divisum concipimus in cellulas cubicas, quarum latera æqualia, aut minora sint hac minimâ lineâ datâ: numerus cellularum finitus erit, & in tot partes arenula data dividi poterit, quot cellulæ dantur; ita ut in singulis cellulis particulam unam positam concipere possimus: concipiendum ulterius, ex singulis hisce particulis minimis globum cavum formari. Propter Materiæ Divisibilitatem potest globus

bus cavus quicunque semper augeri minuendo materiæ crassitiem, cùm autem in singulis cellulis globus talis detur, poterunt singuli augeri, donec vicini sese mutuò tangant, & omnes simul spatium impleant.

25. Objectiones præcipuæ contra Divisibilitatem Materiæ in infinitum, sunt; Infinitum Finito contineri non posse; ex Divisibilitate in Infinitum sequi, omnia Corpora esse æqualia, aut Infinitum alio Infinito majus dari.

Sed hisce responsio facilis est; Infinito generaliter considerato, non tribuendæ sunt proprietates quantitatis determinatæ. Partes infinitè parvas numero infinito, in quantitate finitâ dari non posse, quis unquam probavit, ut & omnia Infinita esse æqualia? Contrarium in innumeris occasionibus à Mathematicis demonstratur.

26. Si, examinatâ possibili Materiæ Divisibilitate, partium subtilitatem in Corporibus ad examen revocemus, hanc captum nostrum in immensum superare constabit; innumeraque in rerum naturâ dantur exempla talium particularum à se invicem separatarum.

Boileus hæc variis probat argumentis.

27. Loquitur de filo serico trecentis ulnis Anglicanis longo, & ponderis duorum granorum cum semisse.

28. Folia auri mensuravit, & ponderavit, & determinavit, quinquaginta pollices quadratos unicum tantùm ponderare granum. Si unius pollicis longitudo dividatur in ducentas partes, omnes inermi oculo distingui poterunt: dantur ergo in pollice quadrato par-

tes

s quadraginta millia, & in uno
o partium numerus est duarum mil-
qui numerus conversis foliis dupli-
nas verò partes visibiles ulterius posse
ui nemo negabit.

Octo granis auri deaurari potest integra ar- 29.
genti uncia, quæ deinde porrigitur in filum
deauratum longitudinis tredecim millium pe-
dum.

In Corporibus odoriferis majorem partium 30.
percipimus subtilitatem, & quidem à se invicem separatarum; plura longo tempore parum admodum ex suo pondere amittunt, & spatium satis magnum particulis odoriferis continuò implent. Qui computum de tali subtilitate inire voluerit, in partium numero portenti quid facilè reperiet.

Auxilio Microscopiorum objecta, quæ vi- 31.
sum fugiunt, magna videntur; dantur Animalcula per optima microscopia vix visibilia: habent tamen partes omnes ad vitam necessarias, sanguinem, & alia fluida; subtilitas partium hæc componentium quanta sit quis non videt?

CAPUT V.

De Cohæsione Partium, ubi de Duritie, Mollitie, Fluiditate, & Elasticitate.

OMne Corpus quod in sensus nostros ca- 32.
dit, ex Particulis quàm minimis constat, nulla harum in se est indivisibilis, nostri respe-

respectu omnes sunt, divisio enim quæ à nobis fieri potest, est particularum separatio.

Si major in hac separatione desideretur Actio, aut separatio in minimo Partium motu detur, ita ut in exiguâ Corporis flexione frangatur hoc; Corpus *Durum* vocatur.

Si Partes faciliùs cedant, & cum sub-lapsu partium introcedant, *Molle* dicitur.

Sed hæc in significatione vulgari; Actio magna & minor nihil determinati denotant, & Corpus durum respectu unius hominis, alteri molle videtur.

DEFINITIO 1.

33. *Philosophicè Corpus Durum vocatur, cujus partes inter se cohærent & neutiquam introcedunt, ita ut minimo Partium motu frangatur Corpus.*

Corpus tale perfectè durum nullum novimus, sed eo magis dura dicuntur Corpora, quo magis ad hanc perfectam accedunt duritiem.

DEFINITIO 2.

34. *Philosophicè Corpus Molle vocatur, cujus partes introcedunt & sublabuntur*, quamvis, nisi mallei ictibus, partes non cedant.

DEFINITIO 3.

35. *Corpus, cujus partes impressioni cuicunque cedunt, & cedendo facillimè moventur inter se, vocatur Fluidum.*

Hæc omnia à Partium Cohæsione pendent; quo arctior hæc est, eo magis ad Duritiem Corpus accedit.

36. Durities verò Particularum minimarum ab illarum Soliditate non differt, & est proprietas

tas ex ipsius Corporis naturâ fluens; quæ non magis explicanda est, quàm quare Corpus sit extensum, & Mens cogitet.

An omnia Corpora ex Particulis æqualibus 37.
& similibus constent, difficulter determinari poterit; & circa causam Cohæsionis Particularum multa obscura sunt.

Naturæ Leges, quæ hìc locum habent, ex Phænomenis deducuntur.

Cohæsionis Lex peculiaris est, omnes particu- 38.
las vi attractivâ gaudere, id est, si vicinæ fuerint, sponte ad se mutuò tendunt; cujus motûs causa nos latet, sed cùm motum hunc generaliter locum habere observemus, & huic particulæ omnes subjiciantur, ipsum inter Leges naturæ referimus (5.).

DEFINITIO 4.

Attractionem vocamus vim quamcumque quâ 39.
duo Corpora ad se invicem tendunt; etsi fortè hoc per impulsum fiat. Hoc nomine Phænomenon, non causam designamus.

Non in hisce vulgarem hujus vocis significationem mutamus. Generaliter enim dicimus, Corpus Attractione moveri, quotiescunque hoc ad aliud Corpus tendit, si hujus præsentia ad motum hunc producendum desideretur. Eo sensu dicimus, Magnetem ad se trahere Ferrum, Hominem ad se trahere Corpus quod fune alligatum, Hominis hujus actione, ad hunc ipsum tendit. Hac de causâ in multis occasionibus non dubitamus ad Attractionem referre motus in quibus impulsus manifestus est; effectum ipsum, & nil præter hunc, ad causam non attendendo,

voce

voce Attractionis exprimimus. Hanc autem solam, quam dari inter minimas Corpora componentes Particulas observamus, inter Leges Naturæ referimus.

40. *Hæc autem Attractio minimarum Particularum hisce Legibus subjicitur, ut in ipso Particularum contactu sit perquam magna, & subitò decrescat, ita ut ad distantiam quàm minimam quæ sub sensus cadit non agat, imò etiam ad majorem distantiam sese mutet in Vim repellentem, quâ particulæ sese mutuò fugiunt.*

Ope hujus Legis multa Phænomena facillimè explicantur, & innumeris Experimentis, præcipuè Chemicis, hæc Attractio & Repulsio plenissimè probantur.

41. In omnibus Corporibus Fluidis partes omnes sese mutuò attrahere deducimus ex figurâ sphæricâ, quam Guttæ semper habent; ex eo etiam quod nullum detur Fluidum, cujus Partes non sint quasi conglutinatæ, quod in Mercurio clarè apparet.

Sed multò meliùs hæc mutua Particularum Attractio probatur ex eo, quod in omnibus Fluidis duæ Guttæ statim ac se invicem quàm minimè tangunt, in unam Guttam majorem redigantur; quæ omnia cum etiam in metallis liquefactis locum habeant, sequitur Particulas, ex quibus hæc constantur, & tum sese mutuò attrahere, cum motu ignis à junctione arcentur.

42. Tribuendus est motus hicce actioni agenti aut in Guttæ superficiem externam, aut in singulas minimas, ex quibus Gutta constat, particulas.

Actio-

Actioni in superficiem non posse adscribi, nisi fingamus pressionem ab omni parte æqualem, clarum est; tali verò pressione Guttæ figuram minimè mutari posse, in cap. 3. lib. III. ex Legibus pressionis Fluidorum, deducemus.

Primo etiam intuitu patet, in Guttâ ovali ABCD pressiones in superficies AB & CD superare pressiones in superficies AD, BC, si ab omni parte Gutta æqualiter prematur. Non potest tamen Gutta rotunda fieri, quin pressiones hæ minores majores vincant, quod est absurdum. TAB. I. fig. 2.

Actio ergo datur in singulas minimas Particulas. Hac singulæ aut ad vicinas tendunt, aut ab his removentur; non separantur; ergo motus nisi actioni, quâ Particulæ singulæ ad vicinas tendunt, adscribi non potest, quem motum Attractionem vocamus (39.).

Positâ hac, quo major est numerus Parti- 43.
cularum se mutuò attrahentium inter duas Particulas, eo majori vi versùs se mutuò feruntur, unde motus in Guttâ datur, donec distantiæ inter puncta opposita in superficie sint ubique æquales, quod in solâ figurâ sphæricâ locum habet.

Qui hujus Attractionis causam detegeret, magnum quid in Physicis præstaret, nos tantùm illam dari asserimus, & Cohæsionis esse causam immediatam: universalem etiam esse ex ante dictis deducimus (7.8.).

Multa Corpora Attractione hac agunt in 44.
Corpora extranea, datâ Partium applicatione satis immediatâ. (*Exp.*)

Re-

45. Repulsionis exempla habemus inter Aquam & Oleum, & in genere inter Aquam & omnia Corpora pinguia, inter Mercurium & Ferrum, ut & etiam inter Particulas pulveris cujuscunque. (*Exp.*)

DEFINITIO 5.

46. *Elasticitas vocatur Corporum proprietas, quâ si Figura illorum vi aliquâ mutetur, hac cessante, sponte ad pristinam Figuram redeunt.*

Si Corpus quoddam sit compactum, flectat se, & cùm prematur introcedat sine ullo Partium suarum sublapsu, Corpus revertet ad figuram suam vi illà, quæ ex mutuâ suarum Partium Attractione oritur.

47. Illam vero Aëris proprietatem, quæ illius *Elasticitas* dicitur, oriri ex vi qua partes sese mutuò repellunt, suo tempore dicetur.

48. Et ne quis dicat, quia causam prædictæ Attractionis & Repulsionis non damus, has inter Qualitates occultas esse recensendas. Cum Newtono respondemus ,,, nos illa principia considerare non ut *occultas Qualitates*, quæ ex *specificis* rerum *Formis* oriri finguntur, sed ut *universales* Naturæ *Leges*, quibus res ipsæ sunt formatæ; nam Principia quidem talia revera existere ostendunt Phænomena Naturæ, licet, ipsorum causæ quæ sint, nondum fuerit explicatum. Affirmare singulas rerum species *specificis* præditas esse *Qualitatibus occultis*, per quas eæ Vim certam in agendo habeant, hoc utique est nihil dicere. At ex Phænomenis Naturæ duo vel tria derivare generalia motûs Principia, &

,,deinde

„ deinde explicare quemadmodum proprie-
„ tates, & actiones rerum omnium, ex
„ Principiis istis consequuntur; id vero
„ magnus esset factus in Philosophia pro-
„ gressus, etiamsi Principiorum istorum cau-
„ sæ nondum essent cognitæ.

CAPUT VI.

De Motu in genere, ubi de Loco & Tempore.

Motus est translatio de Loco in Locum, sive continua Loci mutatio. Quisque illius habet ideam, quæ simplex est & verbis explicari nequit. 49.

Locus est Spatium à Corpore occupatum, cujus idea etiam simplex est. 50.

Duplex hic est, verus seu absolutus, & relativus.

DEFINITIO 1.

Locus verus est pars Spatii immobilis, quæ à Corpore occupatur. 51.

DEFINITIO 2.

Locus relativus, qui solus sensibus distinguitur, *est situs Corporis respectu aliorum Corporum.* 52.

Sæpè mutatur Locus verus manente relativo, & vice versâ.

Unde *Motus alter est verus, seu absolutus, alter relativus.* 53.

Dum Corpus movetur, Tempus labitur.

Tempus etiam *duplex est; verum seu absolutum, & relativum.* 54.

B Ve-

55. *Verum* nullam habet relationem ad Motum Corporum, neque ad successionem idearum in Ente intelligenti, sed *sua naturâ semper æqualiter fluit*.

DEFINITIO 3.

56. *Tempus relativum est pars Temporis veri per Motum Corporum mensurata*, hoc idearum successione percipitur.

Motus omnis potest celerior fieri, & etiam Corpus tardiùs quàm ante potest moveri; successio etiam idearum accelerationem & retardationem admittit: unde sequitur Tempus relativum à vero differre, hoc enim nunquam citiùs, nunquam tardiùs fluit.

DEFINITIO 4.

57. *Illa Motûs affectio, qua in certo Tempore certum Spatium à Corpore moto percurritur, vocatur Celeritas aut Velocitas*; quæ ergo major aut minor est pro magnitudine hujus Spatii,
58. & *huic Spatio semper proportionalis est*.
59. *Spatium percursum* etiam *ad instar Temporis augetur, si Velocitas maneat; ideò generaliter Spatium percursum sequitur rationem compositam Temporis & Velocitatis*.

Datis variis Corporibus, si pro singulis Velocitas multiplicetur per Tempus, producta erunt ut Spatia percursa.

DEFINITIO 5.

60. *Motûs directio est recta, quæ ducta concipitur partem versùs qua tendit mobile*.

DEFINITIO 6.

61. *Potentia, aut Pressio, est Vis continua in Corpus agens ad illud ex Loco movendum, & quæ actionem in Corpus exercere potest, hoc non mo-*

to, aut motu jam impresso non mutato. Si nempe Pressionis actio contrariâ Pressione destruatur.

Potest Pressio in Loco agere, quo distinguitur ab actione Corporis vi insitâ agentis, quæ actio semper est de Loco in Locum.

LIBRI I.

Pars II. De Actionibus Potentiarum.

CAPUT VII.

De Actionibus Potentiarum comparandis.

Pressiones, id est, Potentiarum Actiones *æquales* esse has, quæ *æqualibus temporibus æquales edunt effectus*, primo intuitu patet. 62.

Pressionem contrariam posse vincere Pressionem, in dubium nemo vocabit. *Pressiones æquales, contrarie agentes, sese mutuò destruere, & has esse æquales quæ sese mutuò destruunt*, si pro axiomate non habeatur, ex proximè præcedenti propositione haud difficulter deduci poterit. 63.

Ex quibus patet, *Pressiones esse inter se ut effectus æqualibus temporibus editos*. 64.

Si prematur Obstaculum, & hoc ex loco non recedat, contrariâ Pressione destruitur *Pressio*; aliter enim hæc nullum ederet effectum. Si 65.

ergo *non* contrariâ Pressione *destruatur*, *cedit Obstaculum*. Hic non consideranda est quæ in quibusdam occasionibus Obstaculo communicatur Vis, qua in motu perseverat (12.):

66. *Agitur tantùm in totâ hac parte secundâ de Translatione, quæ est effectus immediatus Pressionis*, & quæ semper tantùm sola locum habet in momento primo infinitè exiguo, quando Actione Potentiæ Obstaculum movetur.

Cum effectus Pressionis, contrariâ Pressione non destructæ, sit Obstaculi translàtio, sequitur,

67. *Actiones variarum Potentiarum*, contrariis Pressionibus non destructas, *tantùm inter se posse differre respectu Obstaculorum in quæ agunt Potentiæ, & respectu Spatiorum ab Obstaculis certo tempore percursorum*.

DEFINITIO

68. *Magnitudinem Pressionis consideratam cum relatione ad Actionem in Obstaculum quiescens, sed sibi permissum*, id est capacitatem agendi, quando contrariâ Pressione non destruitur Pressio, *vocamus Potentiæ Intensitatem*.

69. *Sunt* igitur *Potentiarum Intensitates ut Actiones in Obstacula quæ Pressionibus transferuntur*.

70. *Si æqualibus temporibus per Spatia æqualia Obstacula cedant, Potentiarum Intensitates sunt ut Obstacula* (64. 67. 69.)

71. *Si Potentiæ in Obstacula æqualia agant, Potentiarum Intensitates sunt ut Spatia per quæ, æqualibus temporibus, Obstacula transferuntur* (64. 67. 69.).

72. *Si* autem *& Obstacula & Viæ ab his, æqualibus temporibus, percursæ, differant, sunt Poten-*

tentiarum Intensitates ut Obstacula, *& ut Viæ percursæ* (70. 71.) id est, in harum ratione compositâ.

Ex. gr. si unius Potentiæ Actio fuerit in Obstaculum duplum, & per Spatium triplum removeatur; Actio, ideoque Potentiæ Intensitas, erit bis tripla, aut ter dupla, nempe sextupla. Ratio hæc composita habetur si, datis numeris in ratione Obstaculorum & aliis in ratione Spatiorum percursorum, pro singulis Potentiis, Obstaculum per Spatium ab hoc percursum multiplicetur; producta enim habebunt quæsitam compositam rationem.

Si ergo numeri dentur, qui *Intensitates Potentiarum variarum* exprimant, erunt hi ut producta Obstaculorum per Spatia; ergo si singuli ex datis numeris *per Spatium*, *ab Obstaculo suo percursum*, *dividantur*, *quotientes erunt ut ipsa Obstacula*. 73.

Ideo eò majora sunt Obstacula, quò Intensitates sunt majores, & Spatia percursa minora; id est, *Obstacula sunt in ratione compositâ directæ Intensitatum*, *& inversæ Spatiorum percursorum*. 74.

Si numeri qui exprimunt producta Obstaculorum per Spatia, id est, qui Potentiarum Intensitates exprimunt, singuli dividantur per numeros, qui Obstacula designant, quotientes erunt ut *Spatia*, quæ ergo *sunt directè ut Intensitates*, *& inversè ut Obstacula*. 75.

Potentiarum Intensitates sunt æquales, *si Spatia percursa fuerint in ratione inversâ Obstaculorum*. Quantum enim Potentia una respectu 76.

Obstaculi alteram superat, in tantum respectu Spatii percursi superatur. Ex. gr. si Obstacula fuerint ut octo & sex, Viæ percursæ ut tria ad quatuor, utraque Intensitas exprimetur per numerum viginti quatuor (72.)

Spectant hæc omnia Actiones in Obstacula sibi permissa, & solà inertià resistentia.

De Pressionibus quæ sese mutuò destruunt nunc dicendum. Hoc in contrariis tantum contingit Presſionibus, & sunt hæ contrariæ, quando una alii resistit, & hujus respectu format Obstaculum.

77. In hoc casu *æquales* Presſiones sese mutuò destruunt (63.): hæc autem datur æqualitas ubi *oppositæ Pressiones æqualiter resistunt*. Nam utraque resistentià suà in oppositam Presſionem agit. Resistentiæ hæ determinantur, 1mo. si ad Intensitates attendamus; sunt enim Resistentiæ ut Intensitates, quando de iisdem
78. agitur circumstantiis: *mutatâ* enim *Potentiæ Intensitate*, si cætera maneant, *in hac eadem ratione mutabitur vis quâ ipsa resistit*.

Sed 2°. dum superatur Pressio, & punctum, cui applicatur, ad certam distantiam removetur, determinata quædam, ut hoc certo tempore fiat, desideratur Actio; duplicanda hæc erit, si hoc idem, eodem tempore, bis sit efficiendum; id est, si ad duplam punctum, eodem tempore, removeri debeat distantiam. Bis tunc etiam Pressio quæ superatur eodem modo superatur, & bis resistit,
79. id est, dupla est ipsius Resistentia, *crescit ergo Potentiæ, cujus non mutatur Intensitas, Resistentia, ut Spatium percursum, certo tempore, à puncto cui applicatur*. Et

Et diversarum Potentiarum Actiones, quibus contrariis Pressionibus resistunt, sunt inter se in ratione compositâ Intensitatum Potentiarum, & Spatiorum, quæ eodem tempore percurri possent à punctis, quibus Potentiæ hæ applicantur. (78. 79.) 80.

Deducimus ex his *Pressiones quarum Intensitates sunt æquales, contrariè agentes, sese mutuò in hoc solo casu destruere, in quo puncta quibus applicantur, si agitata concipiantur, Vias æquales percurrunt.* (79.) 81.

Et *positis hisce Viis æqualibus, non sese destruent si Intensitates differant.* (78.)

Potentiæ autem quæ Intensitate differunt, æquales poterunt exerere Pressiones, si punctis applicentur, quæ agitata inæquales eodem tempore percurrunt Vias, & quidem ita, ut quantum Resistentia una aliam Intensitate superat, tantum respectu Viæ percurrendæ superetur (78. 79.), in quo casu inæqualitatum compensatio datur.

Sunt ergo *oppositæ Pressiones* æquales, & *sese mutuò destruunt, si Potentiarum Intensitates fuerint inversè, ut Viæ à punctis quibus applicantur percurrendæ, eodem tempore, concessâ horum agitatione.* 82.

Generaliter etiam ex iisdem præmissis determinamus quid requiratur *ut plures Potentiæ ad unam partem, cum unâ, aut pluribus, contrariè agentes, has destruant.* 83.

Multiplicanda est *uniuscujusque Intensitas per Viam à puncto, cui applicatur, certo tempore, percurrendam*, & producta erunt inter se ut singularum Potentiarum Actiones, quibus Pressionibus contrariis resistunt. (78. 79.)

Si nunc *ſumma productorum ad unam partem æqualis ſit ſummæ productorum ad aliam*, Reſiſtentiæ oppoſitæ erunt æquales, & *oppoſitæ Actiones ſeſe mutuò deſtruent.*

CAPUT VIII.

Generalia circa Gravitatem.

PHÆNOMENON 1.

84. *Omnia Corpora in Terræ viciniis, ſi nullo Obſtaculo cohibeantur, Terram versùs feruntur.*

DEFINITIO 1.

85. *Vis quâ Corpora Tellurem versùs pelluntur, vocatur Gravitas.*

DEFINITIO 2.

86. *Vis hæc cum relatione ad Corpus, quod hac ipſâ premitur, vocatur Corporis Pondus.*

PHÆNOMENON 2.

87. *Vis Gravitatis ubique in Terræ viciniis, & omnibus momentis, æqualiter agit.*

Parva quidem datur Gravitatis differentia in regionibus diverſis, de qua in ſequentibus; nimis tamen hæc eſt exigua ut hic conſideretur, præcipuè cum in regionibus inter ſe vicinis, omnino ſit inſenſibilis.

88. *Quando Corporis deſcenſus Obſtaculo cohibetur*, Pondere ſuo continuò æqualiter Obſtaculum premit, Terræ centrum versùs tendens; *poteſt* ergo *haberi pro Potentiâ in Obſtaculum agenti*, & quæ de Potentiis in Capite præcedenti ſunt demonſtrata, hic etiam locum habent.

PHÆ-

PHÆNOMENON 3.

Corpora quæ vi Gravitatis descendunt, si omnis tollatur resistentia, sunt æquè Velocia. (Exp.) 89.

Hinc deducimus, Gravitate Obstacula quæcunque per æqualia spatia, æqualibus temporibus transferri, ex Actione immediatâ Gravitatis; Corpora enim in primo momento eodem modo moventur, & in singulis momentis sequentibus eodem modo accelerantur; sunt ergo Actiones Gravitatis in Corpora ut ipsa Corpora (70.), id est, *Pondera sunt ut quantitates Materiæ*; singulæque Materiæ Particulæ æquales æqualiter ponderant, cujuscunque Corporis Particulæ fuerint. 90.

Quando Pondus consideratur ut Potentia, Intensitas Potentiæ proportionalis est quantitati materiæ in Corpore ponderanti, & Potentiæ directio est Terræ centrum versùs. 91.

Hæc de Gravitate notanda erant, quia Ponderibus in Experimentis circa Pressiones instituendis utimur.

CAPUT IX.

De Trochleâ simplici, Librâ, & Centro Gravitatis.

DEFINITIO 1.

T*Rochlea simplex, est Orbiculus circa axem volubilis, cui circumpositus Funis, ductarius dictus*, Trochlea videtur in A, Funis ductarius est *d c e*. 92. TAB. I. fig. 1.

Hac Machinâ Potentiæ directio mutatur, nec

nec ullius alius usus est, quando suo loco est
93. fixa; in hoc enim casu, *Potentia Funi ductario applicata*, ut M, *Intensitate æqualis impedimento* P, *æquipollet impedimento* (81.); Impedimentum enim est contraria Potentia, quæ si agitetur, transfertur per spatium æquale viæ, eodem tempore, à Potentiâ oppositâ percursæ.

94. Pondera explorantur, id est, quantitates Materiæ in Corporibus comparantur, adhibitâ Librâ, aut Bilance, instrumento notissimo.

DEFINITIO 2.

95. *Axis Libræ vocatur Linea circa quam Libra movetur, aut potius rotatur.*

DEFINITIO 3.

96. Quando ad longitudinem Brachiorum sive Jugi attendimus, Axis consideratur ut punctum, & vocatur *Centrum Libræ*.

DEFINITIO 4.

97. *Puncta suspensionis*, aut applicationis, *vocantur, puncta in quibus vel actu sunt, vel liberè dependent Pondera, aut Lances, quibus Pondera imponuntur.*

Circa hanc Machinam sequentia notanda sunt.

98. *Pondus gravat Punctum, si liberè ab hoc dependeat, ad quamcumque altitudinem, eodem modo ac si in ipso positum intelligeretur.* (Exp.)

Pondus enim Corporis ad omnes altitudines æqualiter trahit funem quo suspenditur (87.)

99. *Actio Ponderis ad movendam Libram eò major est, quò magis Punctum, Pondere gravatum, à Centro Libræ distat; & hæc Actio sequi-*

quitur rationem distantiæ prædicti Puncti ab illo Centro.

Quando Libra rotatur, in eodem Libræ motu, Punctum B percurrit arcum B *b*, & Punctum A arcum A *a*, quorum ultimus maximus est; in illo ergo Libræ motu Actio ejusdem Ponderis varia est, pro Puncto cui applicatur, & sequitur proportionem Spatii ab hoc Puncto percursi (79.); est ergo in A, ut A *a*; in B, ut B *b*; arcus verò illi sunt inter se ut CA, CB. (*Exp.*) TAB. I. fig. 4.

Actiones Ponderum in Libram, cæteris paribus, differre ut ipsa Pondera differunt, clarum est. Hę autem Actiones non possunt differre nisi respectu Ponderum aut distantiarum à Centro; unde deducimus, *Actionem Ponderis ad movendam Libram sequi rationem compositam ipsius Ponderis & distantiæ hujus a Centro Libræ* (99.) 100.

Multiplicando Pondus per suam à Centro distantiam, productum exprimit Actionem.

DEFINITIO 5.

Libra in æquilibrio dicitur, quando Actiones Ponderum in utrumque brachium, ad movendam Libram, sunt æquales; ita ut sese mutuò destruant. 101.

DEFINITIO 6.

Quando Libra est in æquilibrio, Pondera ab utraque parte dicuntur æquiponderare. 102.

Pondera inæqualia possunt æquiponderare. 103.

Datur tale æquilibrium quando distantiæ à Centro sunt reciprocè ut Pondera (82.). In hoc enim casu, si unumquodque Pondus per suam distantiam multiplicetur, producta erunt æqualia. (*Exp.*)

Hoc

104. Hoc fundamento nititur Statera Romana, quâ unico adhibito Pondere, Corporum gravitates explorantur. (*Exp.*)

105. Eodem etiam nititur fundamento Bilanx fallax, cujus nempe brachia sunt inæqualia. (*Exp.*)

106. *Plurima Pondera, variis divisionibus brachii ejusdem applicata, cum unico Pondere possunt æquiponderare.* Si nempe productum hujus Ponderis per suam distantiam à Centro, æquale sit summæ productorum omnium aliorum Ponderum, singulatim unumquodque per suam distantiam à Centro multiplicatorum (100.). (*Exp.*)

107. *Plurima Pondera, numero inæquali, ad utramque partem applicata, possunt æquiponderare.* In hoc casu, si unumquodque multiplicetur per suam distantiam à Centro, summæ productorum ab utraque parte erunt æquales: & si summæ istæ sunt æquales, datur æquilibrium (100.) (*Exp.*)

108. Ad perfectionem Libræ requiruntur 1. Ut puncta suspensionis Lancium aut Ponderum sint exactè in eadem lineâ cum Centro Libræ. 2. Ut ab utraque parte exactè ab isto Centro æquidistent. 3. Ut Libræ brachia, quantùm commodè fieri potest, sint longa. 4. Ut in motu Jugi & Lancium, quantum fieri potest, parvus sit attritus. 5. Ut partes Axeos, quæ Jugo separantur, sint exactissimè in eâdem lineâ rectâ. 6. Tandem ut Centrum Gravitatis Jugi detur paululum infra Centrum motûs.

DE-

DEFINITIO 7.

Centrum Gravitatis vocatur Punctum in Corpore, circa quod omnes partes Corporis, in quocumque situ positi, in æquilibrio sunt. 109.

Quando duo aut plura Corpora junguntur, sive sint contigua, sive separata, commune Centrum Gravitatis habent. 110.

Tale punctum revera dari demonstrabimus.

Sint Puncta duo gravia A & B, inæqualem quamcunque Gravitatem habentia; concipiantur hæc juncta, lineâ inflexibili, rectâ, sine Pondere; Detur in hac Punctum C tale, ut CA sit ad CB, ut Pondus Puncti B ad Pondus Puncti A. Pondera hæc in æquilibrio erunt circa C, & quidem in situ quocunque, ut ex ante demonstratis (99.) deducitur; ideò si sustineatur Punctum C, sustinentur Puncta A & B, & horum actio in puncto C quasi coacta est. 111. TAB. I. fig. 11.

Detur tertium Punctum grave D, ponderis cujuscunque; jungantur D & C, etiam rectâ inflexibili, ponderis experti; sitque in hac Punctum E, ita determinatum, ut EC se habeat ad ED, ut Pondus Puncti D ad summam Ponderum Punctorum A & B.

Si A & B juncta darentur in C, circa E daretur æquilibrium, positâ lineâ CD in situ quocunque (99.): sed A & B, ut demonstravimus, in situ quocunque lineæ AB, agunt quasi in C juncta essent; ergo tria Pondera A, B, D, lineis inflexibilibus conjuncta, in situ quocunque, in æquilibrio sunt circa Punctum E; quod ergo est Centrum Gravitatis trium Punctorum. Puncta hæc etiam nullum

aliud

aliud habere Centrum Gravitatis, præter Punctum E, ex eàdem demonstratione constat.

Si quartum daretur Punctum grave, lineâ inflexibili rectâ jungendum hoc foret cum E, & simili demonstratione constaret, quatuor Puncta commune habere Gravitatis Centrum, & unicum hoc esse.

Cum verò eadem demonstratio ad numerum quemcunque Punctorum referri possit, applicari poterit omnibus Punctis gravibus,

112. ex quibus *Corpus quodcunque, aut plurima Corpora juncta* constant: *habent* ideò, Corpus unicum, aut plura juncta, *Centrum Gravitatis, & unicum tale habent Centrum*.

113. *Quando Centrum Gravitatis sustinetur, Corpus quiescere potest*, quia inter partes oppositas æquilibrium datur. (*Exp.*)

114. *Quando Centrum Gravitatis non sustinetur, Corpus movetur, donec sustineatur Centrum hoc*. Non enim circa aliud Punctum partes oppositæ sunt in æquilibrio. (*Exp.*)

115. Ex hisce causa deducitur, quare Corpora quædam, planis inclinatis imposita, devolvantur, & alia simpliciter labantur.

TAB. I. fig. 5. Corpus A labitur, quia hujus Centrum Gravitatis à plano inclinato sustinetur, id est, linea verticalis, quæ transit per Centrum illud *c*, secat planum inclinatum in basi Corporis *d e*. Corpus verò B devolvitur, quia verticalis linea, quæ transit per Centrum Gravitatis, secat planum inclinatum extra basin *f g*, & descensu Centri Gravitatis rotatur Corpus. (*Exp.*)

116. Ex prædictis etiam sequitur, *descensum Corpo-*

poris esse descensum Centri Gravitatis, id est, hujus motum Terræ Centrum versùs.

Aliquando in hoc casu Corpus, si integrum ipsius volumen consideremus, adscendit. (*Exp.*)

Ulterius ex iis, quæ de Centro Gravitatis dicta sunt, deducimus; *Omne Punctum in quocunque Corpore aut Machinâ, quod sustinet Centrum Gravitatis Corporis, totum hujus Pondus sustinere: integramque vim, qua Corpus terram versùs tendit, in hoc Centro coactam videri*. (Exp.) 117.

CAPUT X.

De Machinis simplicibus.

DEFINITIO I.

VEctis à Mathematicis *vocatur Linea recta inflexibilis, Ponderibus sustinendis aut elevandis accommodata, ponderis vel nullius, vel saltem æquabilis*. 118.

Ubi Pondera elevanda sunt, applicatur Linea hæc Fulcro, ut circa punctum mobilis sit.

Inter Machinas, quæ simplices vocantur, primum locum occupat; est omnium simplicissima, & usu venit quando Pondera ad parvam altitudinem elevanda sunt.

Circa Vectem tria consideranda sunt.

1. Pondus sustinendum aut elevandum P. TAB. I. fig. 6. 7. 8.
2. Potentia, qua sustinetur aut elevatur M, quæ vulgo est actio hominis. 3. Fulcrum quo Vectis sustinetur, & super quo movetur

tur aut potiùs rotatur, dum ipsum immobile manet F.

119. Vectes ad tria genera referuntur.

TAB. I. fig. 6. 1. Vectis est primi generis, quando Fulcrum inter Pondus & Potentiam ponitur.

TAB. I. fig. 7. 2. Secundi generis dicitur, quando Pondus inter Fulcrum & Potentiam Vecti applicatur.

TAB. I. fig. 8. 3. In Vecte tertii generis Potentia agit inter Pondus & Fulcrum.

In omnibus casibus regulæ eædem locum habent, quæ ex iis, quæ de Librâ dicta sunt (99.) sequuntur, & quæ analogiam inter Libram & Vectem ostendunt. Vectis primi generis est quasi Statera Romana ad elevanda Pondera accommodata.

120. *Actio Potentiæ, & Ponderis Resistentia, crescunt in ratione distantiæ à Fulcro* (99.); ideoque *ut Potentia valeat ad sustinendum Pondus, requiritur, ut distantia puncti in Vecte, cui applicatur, sit ad Ponderis distantiam, ut Pondus ad Potentiæ Intensitatem* (103.); *quæ si paululum adaugeatur, aut magis à Fulcro removeatur, Pondus elevat.* AF, est ad FB, ut Potentia M ad Pondus P. (*Exp.*)

121. Hæc etiam ad Vectem obliquum applicari

TAB. I. fig. 14. possunt. Sit talis Vectis ACB, ex duabus regulis AC, CB, angulum in C efficientibus, constructus. Fulcro punctum C applicatur, & circa hoc Vectis rotatur: manifestum est in motu Vectis, ex situ ACB in situm *a* C *b*, angulos æquales esse AC*a*, BC*b*, & vias percursas A*a* & B*b* à punctis A & B, esse inter se ut distantias, AC, BC.

Hac

Hac de causâ ut Potentia, in B perpendiculariter ad BC applicata, sustineat Pondus in A, desideratur ut ratio inter hoc & Intensitatem Potentiæ illa ipsa sit, sed inversa (82.) quæ datur inter AC & BC. (Exp.)

Vecte etiam utuntur Operarii ad Pondera vehenda, & hujus usus Vectis varii dantur casus digni qui notentur, & quorum demonstratio ex dictis facilè deducitur.

Circa omnes casûs generaliter observandum, *Intensitatem Potentiæ, aut Intensitates Potentiarum junctas, quando plurimæ dantur, æquè pollere debere cum Gravitate Ponderum vehendorum, aut sustinendorum.* Quia in translatione hac Potentiæ & Pondera æquales percurrunt vias. 122.

Etiam ad hoc attendendum, Pondera singula considerari debere, quasi integra darentur in punctis quibus applicantur (98.). Quod & ad Potentias referri debet.

Si duabus Potentiis sustineri aut vehi debeat Pondus, inter Potentias collocandum erit, & distantiæ Potentiarum ab utraque parte à Pondere requiruntur in ratione inversâ Intensitatum Potentiarum. Potentiæ duæ M, *m*, junctæ valent Pondus P; & est AC ad CB, ut *m* ad M. Actiones Potentiarum in æquilibrio sunt circa punctum C, ita ut tota harum vis coacta sit in hoc puncto, quod solum trahitur Pondere P. (*Exp.*) 123. TAB. I. fig. 9.

Quando unâ Potentiâ duo Pondera sustinenda sunt, Potentia inter Pondera collocanda est, & tunc quæ de duabus Potentiis dicta sunt, ad Pondera applicari debent. (Exp.) 124.

C Plu-

Plurima Pondera sæpe unâ aut plurimis Potentiis sustinentur aut vehuntur. Circa
125. quod notandum, *omnia Pondera, in quocunque situ posita, habere commune Centrum Gravitatis*; quod Centrum tale est, ut si ab utraque parte unumquodque Pondus multiplicetur per suam distantiam ab isto puncto, summa productorum ab utraque parte sit eadem (103. 106.).

Potentiæ etiam utcunque dispositæ commune habent Actionis Centrum; possunt enim per Pondera repræsentari (88.), & hic Intensitas uniuscujusque Potentiæ per suam distantiam à Centro multiplicari debet, & summæ productorum erunt ab utraque parte æquales: *ut* autem *Potentiæ ad Pondera sustinenda valeant, requiritur ut Centrum Actionis Potentiarum conveniat cum Centro Gravitatis Ponderum*. Tunc omnium Ponderum, omniumque Potentiarum Actiones in unum & idem punctum reducuntur, quod Viribus æqualibus sursùm & deorsùm trahitur, ideoque sustinetur.

TAB. I. fig. 10. Ex dictis explicatio figuræ satis patet, in qua C denotat Centrum Gravitatis Ponderum, & Centrum Actionis Potentiarum. (*Exp.*)

126. Prædicta etiam locum habent, si Vectis ab utraque parte Potentiis trahatur, juxta directiones oppositas agentibus, sive horizontaliter, sive juxta aliam directionem quamcunque. (*Exp.*)

Vectis inservit ubi elevanda sunt Pondera ad parvam altitudinem; quando altitudo major est, Axis in Peritrochio usu venit.

DEFINITIO 2.

Axis in Peritrochio vocatur, Rota cum Axe volubilis. 127.

Potentia in hac Machinâ applicatur periferiæ Rotæ, cujus motu Funis, cui affixum est Pondus, Axi circumvolvitur, quo Pondus elevatur.

Sit *a b* Rota, *d e* Axis, *p* Pondus elevandum, *m* Potentia; hujus Actione moveatur Rota, puncta *b* & *d* arcus similes eo motu describunt; arcus illi sunt Viæ percursæ eodem tempore à Potentia & Pondere, quando agitantur, & sunt inter se ut *c b* ad *c d*, id est ut Rotæ diameter ad Axis diametrum; ex quo sequens regula deducitur. 128. TAB. I. fig. 11.

Potentia eò plus valet, quò major est Rota, & illius Actio crescit in eadem ratione cum Rotæ diametro. Pondus eò minus resistit, quò Axis diameter minor est, & illius resistentia in eadem ratione cum Axis diametro minuitur. Et ut detur æquilibrium inter Potentiam & Pondus, requiritur ut Rotæ diameter sit ad Axis diametrum, in ratione inversâ Potentiæ ad Pondus (82.) (Exp.) 129.

Notandum, Axis diametro Funis diametrum esse addendum.

Potentia potest etiam Scytalæ applicari, & tunc distantia puncti, cui applicatur, à Centro, pro Rotæ semidiametro habenda est.

Multis in occasionibus Axis in Peritrochio ad elevanda Pondera inservire nequit; Trochleis in iis casibus utendum, & Machina, quæ ex ipsis formatur, est admodum compendiosa, & facillimè de loco in locum transfertur.

Quid sit Trochlea, jam ante dictum (92.).

TAB. II. fig. 1. Si Pondus P Trochleæ conjunctum sit ita, ut hujus circumvolutio non impediatur, & cum Pondere elevetur, utraque extremitas *ef*, *cd* Funis ductarii sustinet partem dimidiam Ponderis. *Quando ergo extremitas una, unco alligata, aut aliter fixa est, Vis movens alteri extremitati applicata, quæ dimidium Ponderis valet, Ponderi æquipollet.* Potest Funis extremitas *cd* circumire Trochleam fixam ad directionem mutandam (93.), & Pondus M huic extremitati applicatum sustinet Pondus P duplum; & motu Ponderis M, aut Potentiæ cujuscunque in M applicatæ, elevatur P. (*Exp.*)

130.

Plurimi Orbiculi utcunque conjungi possunt, & Pondus his annecti; si tunc unum extremum Funis fixum sit, & hic circumeat omnes Orbiculos illos, & tot alios fixos quantum necesse est, parvâ Potentiâ magnum

131. Pondus elevari potest; in hoc casu *quo numerus Orbiculorum Ponderi conjunctorum major est*, (fixis enim Actio Potentiæ non mutatur (93.)) *eo minor Potentia valet ad sustinendum Pondus*; & *Potentia, quæ est ad Pondus, ut unitas ad duplum numeri Orbiculorum cum Pondere mobilium, cum hoc æquè pollet*. (Exp.).

Ratio est, quod ille sit numerus Funium, quibus Pondus sustinetur, & unico Funi Potentia applicetur.

132. Quando extremitas Funis ductarii annectitur Ponderi, aut Orbiculis cum Pondere mobilibus, Potentia est ad Pondus, ut unum ad duplum numeri Orbiculorum cum Pon-

dere

dere conjunctorum, unitate auctum. Tot enim dantur Funes, quibus Pondus sustinetur (*Exp.*)

Sæpius memorata regula, scilicet Spatia percursa à Potentiâ & Pondere, quando æquè pollent, esse inter se inversè, ut Potentia ad Pondus, in omnibus prædictis locum habet.

Hic semper Funes paralleli ponuntur; quid Funium obliquitas discriminis adferat, in sequentibus videbimus.

Ex prædictis jam satis patet, quomodo ope parvæ Potentiæ Pondus magnum sustineri, aut elevari, possit. Ad hosce usus non restringitur Ars Mechanica: Potentiæ, intensitate exiguæ, ad magnas quascunque resistentias superandas adhiberi possunt. Exemplum pulcherrimum suppeditat *Cuneus*, Instrumentum findendo Ligno, pluribusque aliis usibus, inserviens.

DEFINITIO 3.

Cuneus est Prisma non admodum altum, cujus bases sunt Triangula æquicrura; horum unum videtur in *c b e*. 133. TAB. II. fig. 3.

DEFINITIO 4.

Altitudo Trianguli est Cunei Altitudo; ut *d b*. 134.

DEFINITIO 5.

Trianguli basis vocatur etiam Cunei Basis; ut *c e*. 135.

DEFINITIO 6.

Acies Cunei est linea recta, quæ conjungit Triangulorum vertices; id est, punctum *b* cum vertice opposito. 136.

Ligno findendo, aut Corporibus separandis, Acies Cunei applicatur, & ictibus Mallei sæpe, loco Pressionis, Cuneus intruditur.

Quando totus Cuneus intruditur, Spatium à Basi, cui Potentia applicatur, percursum, est altitudo Cunei *d b*, quæ ideò pro Spatio, à Potentiâ percurso, haberi debet; Spatium verò, per quod, eodem tempore, Corpora, quæ separantur, à se mutuò recedunt, est Basis Cunei. Unde sequitur,

137. *Potentiam, se habere ad Corporum separandorum Resistentiam*, quando cum hac æquè pollet, *ut Basis Cunei, ad hujus Altitudinem* (82.) (Exp.).

Quando agitur de ligno findendo, regula hæc locum non habet; quia non per æqualia Spatia Ligni partes variæ cedunt. Paulum intricata est determinatio Actionis Cunei in hoc casu; quem in Scholiis Elem. examinamus, ubi sequentes demonstramus propositiones.

TAB. II. fig. 1. Detur Lignum, cujus partes jam separatæ efficiant angulum E F L; sit hoc ulterius findendum ope Cunei *c b e*, cujus Basis est *c e*, & cujus Altitudinem mensurat *b d*.

Ubi partes, quantumvis parum separantur, omnis tollitur resistentia; antequam autem separentur partes in F, puncta E, L, paululum moveri debent id est augendus est angulus E F L; & agitur de vi qua angulus hic augeri potest.

138. *Per punctum baseos medium d, linea* ducatur *d b, ad latus c b Cunei perveniens* in *b*, &

cum

cum F E *latere Ligni separato, continuato, angulum efficiens rectum.* Hæc linea *d h* *se habet ad b d, altitudinem Cunei, ut Vis qua Cuneus intruditur ad Ligni Resistentiam, quando neutra alteram vincere potest*; auctâ paululum Potentiâ separantur Ligni partes.

Quando Ligni partes non separantur, nisi quousque Cuneus intruditur, lineæ *b c* & E F conveniunt, & angulus *d b b* est rectus, ideoque similia sunt triangula *b b d*, *b d c* (8. El. VI.); & *d b* ad *d b*, ut *d c* ad *c b*; in hoc casu ergo, *est Vis, qua Cuneus intruditur, ad Ligni Resistentiam, ubi æquè pollent, ut semi-basis Cunei ad hujus latus.* 139.

Magnam cum Cuneo affinitatem habet *Cochlea*. Ex duabus partibus hæc constat.

DEFINITIO 7.

Prima, quæ vocatur Cochlea interior, est Cylindrus ad formam Helicis sulcatus, ut A B. 140. TAB. II. fig. 4.

DEFINITIO 8.

Secunda, quæ vocatur Cochlea exterior, & cujus figura differt pro vario usu Machinæ, *est Solidum cylindrice excavatum, cujus superficies cava eodem modo sulcata est, ita ut hujus eminentiæ cum alterius cavitatibus congruant*, ut D E. 141.

Hæ duæ partes in se mutuò moveri possunt, quod in usu hujus Machinæ requiritur. Inservit præcipuè compressioni Corporum, quæ jungi & firmiter connecti debent; in hac enim Machinâ Potentia minima quam arctissimè Corpora comprimit. Potest etiam Cochlea ad elevanda Pondera adaptari.

In unaquaque revolutione hujus Machinæ, 142.

quiescente parte unâ, altera protruditur ad distantiam æqualem intervallo inter duas proximas Spiræ conversiones. Potentia, qua Cochlea movetur, applicatur Manubrio aut

143. Scytalæ, & *Potentia est ad Compressionem, quam generat ut prædicta distantia, inter duas proximas Spiræ conversiones, ad periferiam Circuli, à puncto Manubrii aut Scytalæ, cui Potentia applicatur, percursi* (82.). Via enim à puncto aut plano, quod comprimitur, percursa, illam ad viam Potentiæ rationem habet. Foret Via hæc paululum major, si Potentia applicaretur juxta directionem parallelam Spiræ, sed hoc sæpe foret difficile; ideò in praxi Potentia ferè semper agit in plano ad axem Cylindri, qui Cochleam interiorem format, perpendiculare, & hicce est casus quem nos consideravimus.

Ulterius hoc observandum; quando Potentia cum Pondere, aut Resistentiâ, æquè pollet in Machinâ quacunque, si Potentia parte quantumvis exiguâ augeatur, hanc præpollere, Machinâ omnium partium attritu carente; quando verò attritus datur, hic etiam à Potentiâ superari debet: quantum verò ad hoc requiratur, ratiocinio Mathematico determinari non potest.

144. *In Cochleis Attritus admodum est sensibilis, & etiam magni usûs*; nam eo Machina in situ suo servatur, & Actione Corporum, quæ comprimuntur, aut gravitate Ponderum, quæ elevantur, cessante Actione Potentiæ, motu contrario non ad pristinum situm redit.

CA-

CAPUT XI.

De Machinis compositis.

Machina omnis composita in simplices potest resolvi; componitur enim ex simplicibus junctis. Quando duæ junguntur, Potentia uni applicatur, & Actio hujus Machinæ, loco Potentiæ, in aliam agit; quare illa eadem Actio, in computatione effectûs secundæ Machinæ, habetur pro Intensitate Potentiæ, quæ hanc secundam Machinam movet. 145.

Si Actio, auxilio primæ Machinæ, quadruplicetur; & triplicetur solâ adhibitâ Machinâ secundâ, manifestum est Actionem quadruplam triplicari, & esse duodecuplam: hoc autem ad numerum quemcunque Machinarum applicari potest; quare universalis est Regula, *In Machinâ quacunque compositâ,* 146.
rationem Intensitatis Potentiæ ad Resistentiam, cum quâ in æquilibrio est, compositam esse ex omnibus rationibus, quæ in singulis Machinis separatim locum haberent.

Quam rationem quoque detegimus, conferendo Vias percursas à Potentiâ & Pondere, eodem tempore, in eodem Machinarum motu; hæ enim Viæ sunt inversè, ut Potentia ad Pondus (82.).

Inter Machinas compositas primum locum 147.
obtinet *Vectis Compositus*, qui *ex variis Vectibus junctis formatur*; in hoc casu loco Poten-

tentiæ, adhibito secundo Vecte, movetur primus: secundus tertio potest agitari, & sic ulterius si libuerit; ultimo Vecti tandem applicatur *Potentia*, quæ *est ad Pondus in ratione compositâ ex rationibus Potentiarum ad Pondera in singulis Vectibus, quando separatim adhibentur*. (Exp.)

Ex conjunctis Vectibus *Statera* efficitur *composita*, qua, minori adhibito Pondere, Corpora explorantur. (*Exp.*)

Ut plures Vectes junguntur, sic & variæ Rotæ conjungi possunt.

148. Suspenditur Pondus Axi Rotæ, & circumferentiæ Funis circumponitur, qui ut trahatur conjungitur cum Axe.

Eodem modo plures Rotæ adhiberi possent, & computatio per Regulam generalem iniri deberet (146.); sed magis commodum est, motum de Rotâ in Rotam transferre, auxilio dentium.

149. TAB. I. fig. 12. Si Axis A Rotæ sit dentatus, valet ad movendam Rotam R, cujus peripheria dentes habet, qui cum primis respondent. Hac Methodo potest etiam motus tertiæ Rotæ communicari, & ulterius, sed cùm hæ separatim adhiberi non possint, Regula N. 146. locum hìc non habet, sed hæc alia, cujus Demonstratio ex comparatione Viarum percursarum à Pondere & Potentiâ facilè deducitur.

150. *Ratio Potentiæ ad Pondus, quando Actiones sunt æquales, est composita ex ratione diametri Axis ultimæ Rotæ, cui Pondus alligatur, ad diametrum primæ Rotæ, cujus circumferentiæ*

Po-

Potentia applicatur; & ratione circumvolutionum ultimæ Rotæ ad circumvolutiones primæ, eodem tempore. (Exp.)

In usu Trochlearum vidimus quomodo *plures Orbiculi* juncti Machinam efficiant simplicem; *si separatim sint Mobiles, ad Machinas compositas pertinent*. 151.

Plurimi Orbiculi separati & mobiles, habentes unusquisque suum Funem peculiarem, si ita disponantur ut in Fig. multò magis Actionem Potentiæ augent. Actio enim duplicatur pro unoquoque Orbiculo, ita ut pro duobus sit quadrupla, pro tribus octupla, & sic de cæteris. (*Exp.*) 152. TAB. II. fig. 2.

Non modo plurimæ Machinæ ejusdem generis possunt jungi; ex Machinis diversis, variis modis Machina componi potest; quod exemplo uno & altero patebit.

Exempl. 1. Axi in Peritrochio funis ductarius Trochleæ jungitur, & Potentia Rotæ applicatur; si adhibitâ solâ Trochleâ quinquies vis augeatur, & diameter Axis sit pars decima sexta diametri Rotæ, ratio Potentiæ ad Pondus componitur ex rationibus 1. ad 5. (132.) & 1. ad 16. (129.), est ergo ut 1. ad 80.; & ideo uncia una sustinebit pondus quinque librarum (*Exp.*) 153.

Exempl. 2. Axis in Peritrochio Cochleâ moveri potest, adhibitâ Rotâ dentatâ cujus dentes sint inclinati. Cochlea & Rota fixæ sunt, & Rotæ dens unus & alter cavitatibus Cochleæ inseritur, ita ut circumvolutione Cochleæ Rota circumagatur. Hoc in casu *Cochlea Perpetua* dicitur, & magni usûs est; 154.

tot

tot enim in singulis Rotæ revolutionibus requiruntur revolutiones Cochleæ, id est, Manubrii, quo Cochlea movetur, quot dentes Rota habet; augendo autem Viam à Potentiâ percursam, augetur in eadem ratione hujus actio (80.). Si huic Rotæ & alia Rota dentata addatur, Potentiæ Actio magis augetur (*Exp.*).

Innumeræ aliæ Machinæ compositæ construi possunt, quarum Actiones computatione determinantur ope Regulæ memoratæ (146.), aut etiam comparatione Viæ percursæ à Potentiâ cum Viâ à Pondere, aut alio quocumque impedimento, percursâ; harum enim est ratio inversa Potentiæ & Ponderis, aut Impedimenti, quando æquilibrium datur (82.).

Pressiones, quæ contrariè agentes sese mutuò destruunt, semper sunt æquales (63.); si ergo Potentia Intensitate minor est Impedimento, respectu Viæ percursæ hoc superare debet, & quidem toties, quoties ab hoc ipso Intensitate superatur; nullo enim alio respectu Potentiarum Actiones differre possunt; & ideò nulla alia compensatio dari potest.

CAPUT XII.

De Potentiis obliquis.

DEFINITIO I.

155. *POtentiam vocamus directam, illam quæ punctum, cui applicatur, premit, aut trahit, juxta*

juxta directionem lineæ, in qua hoc cedere potest. Ita ut Punctum, quando movetur, ipsius Potentiæ directionem sequatur.

De tali Potentiarum applicatione huc usque egimus.

DEFINITIO 2.

156. *In omni alio casu Potentia dicitur obliqua*. Et Punctum, quando movetur, Viam sequitur à Potentiæ directione diversam.

157. Sit punctum A mobile tantùm in lineâ AD, & quod D versùs trahitur; sit hoc retinendum, Actione quæ per AE dirigitur. Si applicata hæc Potentia foret per AB, manifestum est talem hanc desiderari cujus Intensitas æqualis esset Actioni, in lineâ AD agenti; applicata verò est per AE, & hujus Intensitatem quærimus. TAB. II. fig. 8.

Ad AD erigatur perpendicularis, AC, & ex Puncto in hac ad libitum sumto, ducatur CF, in EA, continuatam si necesse sit, perpendicularis.

Ponamus AC, CF, efficere Vectem obliquum, mobilem circa C; Punctumque A cum extremitate cruris CA cohærere.

Si Vectis rotetur circa C, movetur Punctum A, in primo momento, (de quo tantum agitur, ubi æquilibrium determinari debet) in lineâ DAB. Hicce autem motus Vecti communicari potest Potentiâ directâ in F applicatâ per FE; aut Potentiâ simili per AB agente, & sunt hæ quando Actionem eandem producunt ut CA ad CF (121.). Prima verò coincidit cum Potentiâ obliquâ in A applicatâ per AE, quam quærimus;

&

& secunda cum Potentiâ directè destruente Actionem quæ Punctum A per A B trahit; quam notam ponimus.

158. *Ad* A B, *in Puncto ad libitum sumto, erigatur perpendicularis, directionem obliquam* A E *secans in* E, & cum hac efficiens angulum A E B æqualem angulo F A C, (28. El. I.) quare propter angulos rectos A B E, A F C, æquiangula sunt triangula C F A, A B E, & C A ad C F, ut A E ad A B (4. El. VI). Ergo *si* A B *repræsentet Actionem, quæ directè Punctum* A *retinere potest*, A E *repræsentabit obliquam Potentiam, quæ per* A E *eundem præstat effectum*: & quantum, propter obliquitatem, Potentia Machinæ cuicunque applicata, augenda sit, facilè determinatur, (*Exp.*)

Nunc magis universaliter Potentias obliquas considerabimus.

159. TAB. II. fig. 5. Detur Punctum A quod tribus trahitur Potentiis, & quiescit. Sint harum directiones A B, A D, A E, ponamusque ipsas has lineas esse inter se, ut sunt Potentiæ, quando Punctum retinent, id est, quando duæ quæcunque tertiam destruunt. Potentiæ tunc A D, A E, Punctum A eâ vi trahunt juxta A *b*, quâ per A B, unicâ Potentiâ, retrahitur.

Ductis, ad A *b*, perpendicularibus D *d*, E *e*; Vis, quâ Punctum A, trahitur *b* versùs à Potentiâ A D, valet A *d* (158.), & Actio Potentiæ A E, in eâdem lineâ A *b* valet A *e*. Ergo linea A B, quæ tertiam Potentiam, has duas Actiones destruentem, ex-

exprimit, æqualis eſt ſummæ linearum A *d*, A *e*. Hæc autem æqualitas non ſufficit, ut, quod poſuimus, inter tres Potentias æquilibrium detur; ductis *f* A *g*, ad A B perpendiculari, & ad hanc parallelis D *f*, & E *g*; manifeſtum eſt Punctum A, Potentiis A D, A E, trahi per A *f* & A *g*, Actionibus hiſce lineis proportionalibus (158.), & quietem Puncti non dari, niſi hæ Actiones ſe mutuò deſtruant, id eſt æquales ſint.

Requiſita ergo æquilibrii, ſine quibus non datur, & quibus poſitis ſemper adeſt, ſunt, ut lineæ A *f*, A *g*, aut D *d*, E *e*, ſint æquales, & ut A B valeat ſummam linearum A *e*, A *d*. Hæc autem habemus ſi, abſoluto parallelogrammo lateribus A D, A E, directio A B ſit productio diagonalis A *b*, & huic æqualis: quod patet ſi ad Triangula A *e* E, D *d b*, quæ in omnibus conveniunt (29. 34. 26. El. I.), attendamus. 160.

Si nunc ad ſolum Triangulum A D *b* attendamus, cùm latus D *b* lineæ A E parallelum ſit, & huic æquale, (34. El. I.) ſequitur, *Punctum, quod tribus Potentiis trahitur, quieſcere, & quidem in hoc ſolo caſu, ſi Potentiæ fuerint inter ſe, ut latera Trianguli formati lineis, juxta directiones Potentiarum poſitis.* (Exp.) 161.

Hæc Propoſitio demonſtrat quomodo *duarum Potentiarum Actiones ad unicam reduci* poſſint. Potentiæ duæ A D, A E unicam valent quæ per A B ageret, & huic lineæ proportionalis eſſet. 162.

Patet ex his etiam *Potentiæ Actionem in* 163.

duas

duas Actiones posse resolvi, & quidem innumeris modis, propter innumera Triangula, quæ formari possunt servato eodem latere.

TAB. IV. fig. 1. Non interest utrum Corpus trahatur juxta A *b* Potentia, cujus Intensitas per hanc lineam exprimitur, an duabus Potentiis per AD & AE, aut A *e* & A *d*, *quarum* Intensitates hisce lineis respectivè sunt proportionales; & resolutio hæc Potentiæ in duas, arbitraria quidem est, sed tantùm respectu unius; *si* enim *una detur*, *determinatur secunda*: Triangulum enim datis duobus lateribus, & angulo his contento, determinatur.

Circa Propositionem n. 161. ulterius observamus, quod ex notâ Triangulorum Proprietate, latera esse inter se, ut sinus An-
164. gulorum oppositorum, deducitur: *In æquilibrio esse Potentias tres, quæ sunt inter se ut sinus Angulorum, directionibus Potentiarum*
TAB. II. fig. 5. *oppositarum formatorum*. Id est Potentia, quæ per A E agit, est ut sinus Anguli B A D.

165. Quando quatuor Potentiis punctum trahitur, dabitur æquilibrium, si reductis duabus potentiis ad unicam (162.), hæc Potentia nova, cum duabus reliquis, sit in conditione n. 161.; id est, si hisce reliquis etiam ad unicam reductis, Potentia ex iis orta æqualis sit; & contrariè agat, cum Potentiâ novâ ex primis formatâ.

TAB. II. fig. 6. Punctum A trahitur quatuor filis, versùs D, E, F & G, Potentiis lineis A D, A E, A F, & A G respectivè proportionalibus.

For-

Formato triangulo A F *b*, aut parallelogrammo A F *b* G, Potentiæ prædictæ per A F, & A G, reducuntur ad unicam agentem per A *b*, & quæ huic lineæ proportionalis est (162.), daturque æquilibrium, si tres potentiæ per A D, A E & A *b* relationem habeant pro tribus Potentiis determinatam (161.); in quo casu si Potentiæ per A D & A E etiam ad unicam A B reducantur, A B & A *b* erunt æquales & in eadem lineâ. (*Exp.*)

Quæ de quatuor Potentiis dicuntur, de quinque & pluribus dici potuissent; ex quinque enim si duæ ad unam reducantur, incidimus in exemplum præcedens. Punctum A quinque trahitur Potentiis juxta directiones A B, A D, A E, A F, & A G, & quarum Intensitates sunt hisce lineis proportionales. (*Exp.*) 166. TAB. II. fig. 7.

Potentiæ per A D & A E ad unicam A *e* reducuntur; Potentiæ agentes per A F & A G ad unicam reducuntur per A *b*; tandem hæ duæ novæ Potentiæ, per A *a* & A *b*, ad unicam reducuntur per A *b*, quæ si quintæ per A B æqualis sit, & cum eâ in eadem lineâ, sed contrariè, agat, æquilibrium datur, & aliter non datur. (161.) (*Exp.*)

Pondus P Funibus A D & A E, ei annexis, sustinetur, Potentiis duabus inæqualibus: in hoc casu punctum A tribus Potentiis trahitur. Formetur triangulum A D *b*, ductis A *b* perpendiculari ad horizontem, & D *b* ad A E parallelâ, per punctum D, 167. TAB. II. fig. 8.

D ad

ad libitum in lineâ AD notatum. Dabitur æquilibrium, si, dum Pondus repræsentatur per A *b*, Potentia, quæ juxta A D agit, per hanc lineam repræsentetur, D *b* designante alteram Potentiam. (*Exp.*)

168. Hic observandum, ex datis inclinationibus Funium A D & A E ad horizontem, rationem inter Pondus & Intensitates Potentiarum, ex tabulis Trigonometriæ posse determinari. Si in triangulo A D *b* concipiatur linea D*e*, per punctum D ad horizontem parallela, & illa habeatur pro radio circuli, D A erit secans, & *e* A tangens anguli, quem efficit D A cum horizonte; & D *b* erit secans, & *e b* tangens anguli inclinationis fili A E ad horizontem: unde patet Intensitates Potentiarum proportionales esse prædictis secantibus, & Pondus P proportionem sequi summæ memoratarum tangentium.

Vis qua Corpus super plano inclinato descendere conatur, per ea, quæ de puncto, quod tribus potentiis trahitur, dicta sunt, determinatur.

DEFINITIO I.

169. *Planum inclinatum vocatur, quod cum Horizonte efficit angulum obliquum.*

TAB. II. fig. 10. CB repræsentat lineam Horizonti parallelam, A B cum illâ efficit angulum obliquum A B C, & Planum inclinatum repræsentat. Ab extremitate superiori Plani dimittitur perpendicularis linea A C ad Horizontem.

DE-

DEFINITIO 2.

Longitudo AB vocatur Longitudo Plani. 170.

DEFINITIO 3.

Linea AC vocatur Altitudo Plani. 171.

Corpus P, Plano AB impositum, juxta directionem AB super Plano conatur descendere; ponamus filo huic lineæ parallelo retineri ut quiescat; Plano sustinetur, id est, quasi pellitur, juxta directionem *dc*, Plano perpendicularem, tandem Gravitate verticaliter per *ce* conatur descendere. Corpus ergo P tribus trahitur Potentiis, quarum directiones lateribus trianguli *cde* parallelæ sunt; sed Corpus quiescit: sunt idcirco Potentiæ inter se ut latera hujus trianguli (161.). Ideo, *Vis, qua Corpus super Plano* 172. *conatur descendere, est ad* Vim qua verticaliter Gravitate premitur, *Pondus* nempe *Corporis*, ut *de* ad *ce*, aut ut AC ad AB, id est, *ut Altitudo Plani ad hujus Longitudinem*, sunt enim similia triangula *cde*, ABC, rectangula, & habentia angulos æquales *ced*, CAB, (29. El. I.). (*Exp.*)

Corpus P Plano inclinato impositum, 173. quod quiescit, dum retinetur filo PS, cujus directio cum Plano angulum quemcunque efficit, trahit filum Vi quæ se habet ad Corporis Pondus, ut SP ad RP (161.), ductis nempe PR verticali, & ASR perpendiculari ad Planum inclinatum. (*Exp.*) TAB. II. fig. 11.

LIBRI I.

Pars III. de Motibus, Potentiarum Actionibus, mutatis.

CAPUT XIII.

De Natura Legibus Newtonianis.

PRessiones contrariis Pressionibus destructas huc usque consideravimus. Nunc Pressiones in Corpora sibi permissa, & in motu perseverantia, agentes, examinabimus; hic, ut in omnibus Physicis, ex Phænomenis ratiocinandum est, & ex iis Naturæ Leges deduci debent.

Tres à Newtono traduntur, quibus, quæ nobis de motu nota sunt, explicari posse credimus.

LEX I.

174. *Corpus omne perseverat in Statu suo quiescendi, vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus, à Viribus impressis, cogatur Statum illum mutare.*

Videmus Corpus suâ naturâ esse iners & incapax sese movendi, unde, nisi causâ extraneâ transferatur, in Quiete semper necessariò manet.

Corpus etiam semel motum in Motu, secundum eandem rectam lineam, eadem cum velocitate, continuare quotidianis Experimen-

mentis plenissimè constat; nullam enim unquam mutationem in Motu observamus nisi aliquâ ex causâ.

Corpus Vi *insitâ* transfertur, & *Vis* hæc, ut ex Lege hac sequitur, *non mutatur nisi Actione causæ extraneæ*. 175.

LEX II.

Mutatio Motûs sequitur proportionem Vis motricis impressæ, & fit semper secundum rectam lineam, qua Vis illa imprimitur. 176.

Ex Phænomenis quoque deducimus hanc Legem: in Nave enim, Corpus quod propellitur, eodem modo movetur, sive quiescat hæc, sive velocitate quacunque æquabiliter progrediatur: Quod demonstrat, *duos Motus sese mutuò non turbare*, quod & in plurimis Motibus obtinet. 177.

Quando in Corpus motum agit Vis, juxta primi Motûs directionem, Motus celerior fit.

Quando nova impressio Motui Corporis contraria est, retardatur Motus.

Si obliquè agat nova impressio, viam suam mutat Corpus.

Sit Corpus in A motum per A E celeritate, quam per hanc ipsam designamus lineam, agat in A impressio, juxta directionem A D, quæ Corpori (ut diximus agitato) juxta hanc directionem communicat Celeritatem A D. Corpus duobus nunc agitatur Motibus, quibus lineæ A E & A D eodem tempore percurruntur; hi duo Motus sese mutuò non turbant (177.), sed Motu ex ambobus composito, Corpus fertur. 178. TAB. IV. fig. 2.

Ut Motum hunc compositum determinemus, concipiamus lineam AD; dum hanc Corpus percurrit, Motu parallelo transferri, celeritate qua Corpus movetur juxta directionem lineæ AE, quam in hoc Motu punctum A percurrit. Id est, concipimus singula puncta lineæ AD lineas ad AE parallelas, velocitate AE, percurrere, quare Corpus, ubicunque in illâ lineâ detur, eodem Motu cum hac ipsâ gaudet; ponimus præterea Corpus Motu proprio per hanc ipsam lineam ferri, & sic duplici Motui subjici; ut hæc omnia in Nave, uniformiter motâ, obtinent.

Translata jam sit linea in *ad*, Corpus erit in *b*, & AE erit ad AD ut A*a* ad *ab*; quia uterque Motus æquabilis est. Absoluto parallelogrammo ADBE, & ductâ diagonali AB, clarè patet punctum *b* in hac diagonali dari, & Corpus versari in B, ubi linea

179. AD pervenit ad EB; *Motu ergo composito Corpus percurrit diagonalem parallelogrammi formati lineis, situ directiones & longitudinibus celeritates Motuum designantibus; diagonalis autem celeritatem Motûs compositi exprimit.*

In sequentibus videbimus & Legem respectu Vis insitæ locum habere; id est, Vim insitam Corpori, per diagonalem AB moto, æqualem esse Viribus primæ per AE, & secundæ quæ Corpori juxta AD communicatur. Si nempe Vis secunda non pro parte cum primâ contrariè agat, quod contingit quando Angulus EAD est obtusus, in

in quo casu nova impressio pro parte in minuendâ primâ Vi impenditur.

LEX III.

Actioni contraria semper & aequalis est Reactio; id est nulla in Corpus potest dari Actio sine Resistentiâ ipsi aequali, & Corporum duorum Actiones in se mutuò semper sunt aequales, & in partes contrarias diriguntur. 180.

Omnis Actio Resistentiam requirit, tolle hanc, & illa evanescet; quis enim Actionem sine Obstaculo concipere potest?

Si Actio major sit Resistentiâ, pro parte sine Obstaculo aget illa, quod fieri non potest.

Si Resistentia major ponatur, cum haec sit Actio contraria, in eandem incidimus conclusionem, & contrarias Actiones necessariò aequales esse satis clarè patet. Sed & evidentius sequenti examine hoc patebit.

Detur Vis quae in Obstaculum agat, si 181.
hoc non cedat, retinetur Vi quadam, & datur pressio quae cum primâ contrariè agit, hancque destruit, quare ipsi aequalis est (63.). Digito lapidem loco fixum premo, premitur aequaliter digitus à lapide.

Si cedat Obstaculum, resistit inertiâ suâ 182.
(13.). Trahatur Corpus Fune, etsi hoc liberrimè agitari possit, Funis tamen tensus erit, & utramque partem versùs aequaliter, quod oppositarum Actionum aequalitatem indicat: Corpus verò cedit, quamvis resistat, vi aequali illi qua trahitur, quia non resistit quamdiu quiescit, sed dum Motum acquirit (13.).

Currus trahitur, in initio Motûs inertiâ, postea rotarum attritu, & propter Obstacula, minora quidem, sed tamen continuò in viâ occurrentia, resistit, & Resistentia hæc ab Equo superatur, dum proprio Motu currus progreditur (174.). Lora in hoc Motu partem utramque versùs æqualiter distenduntur, quod æquales esse Actionem & Reactionem demonstrat; insequitur tamen Equum Currus, quia hic tantùm resistit dum insequitur illum, & resistit quia sequitur.

Corporis agitati Motus destruitur, eodem modo ac quiescenti communicatur: quare ut in hoc casu Actioni æqualis est Resistentia, sic & in illo.

183. Tandem videmus & in illis Motibus, qui ad Attractionem referuntur (39.) Legem de qua agimus locum habere.

Magnes ferrum ad se trahit, trahitur æqualiter à ferro. (*Exp.*)

Sedeat quis in Cymbâ, Cymbam aliam æqualem, & æqualiter onustam, Fune trahat; ambæ Cymbæ æqualiter moventur, & in medio distantiæ primæ concurrunt: si una Cymba alterâ sit major, aut magis onusta, pro diversis quantitatibus materiæ in singulis Celeritates erunt diversæ.

Perfectam autem Actionum oppositarum æqualitatem demonstrat Corporum quies, ubi mutua datur applicatio; nam quamvis in se mutuò premant, & quantumvis facilè cedere possint, neutrum oppositum ex loco removet.

Si

Si ante concursum interponatur Obstaculum, quod concursum quidem, non mutuam Actionem impediat, cum Corporibus quiescit hoc, quamvis nulla Vi retineatur; & Obstaculum æqualiter ab utraque parte premi, dum Corpora ad se mutuò tendunt, manifestum est.

CAPUT XIV.

De Acceleratione & Retardatione Gravium.

DEFINITIO 1.

Motus acceleratus, est cujus Celeritas singulis momentis major fit. 184.

DEFINITIO 2.

Motus retardatus, est cujus Celeritas singulis momentis minuitur. 185.

Vis Gravitatis in omnia Corpora pro quantitate materiæ continuò agit, & quæcunque fuerint, eodem modo Gravitate moventur (89.): quando Corpus liberè cadit, Impressio primi momenti in secundo momento non destruitur; ergo ei superadditur Impressio secundi momenti, & sic de cæteris; *Motus* igitur *Corporis liberè cadentis est* 186.
acceleratus, & ex Phænomenis constat Motum *æquabiliter in temporibus æqualibus* accelerari.

Unde sequitur, *Gravitatem eodem modo agere in Corpus motum ut in Corpus quiescens;* 187.
quia Celeritates æquales, in momentis æqualibus, Corpori communicantur.

Cele-

188. *Celeritas* ergo *inter cadendum acquisita, est ut Tempus, per quod Corpus cecidit*. Velocitas ex. gr. in certo Tempore acquisita erit dupla, si Tempus fuerit duplum; tripla, si Tempus triplum, &c.

189. Designetur Tempus per lineam A B, & initium Temporis sit A. In triangulo A B E, lineæ 1 *f*, 2 *g*, 3 *h*, quæ parallelæ ad basin, per puncta 1, 2, 3, ducuntur, sunt inter se ut A 1, A 2, A 3, ipsarum distantiæ ab A, id est, ut Tempora, quæ per illas distantias designantur; & Velocitates Corporis liberè cadentis post illa Tempora denotant. Si pro lineis mathematicis aliæ adhibeantur cum minimâ latitudine, unicuique æquali, non eo mutatur ipsarum proportio (1. El. VI.); & hæ minimæ superficies æquè prædictas Velocitates denotant. In Tempore minimo Velocitas pro æquabili haberi potest, & ideò Spatium in eo Tempore percursum Velocitati proportionale est (58.). In unaquaque minimâ superficie memoratâ, si latitudo superficiei pro Tempore habeatur, superficies ipsa Spatium percursum designabit. Totum Tempus A B constat ex talibus Temporibus minimis; & area trianguli A B E formatur ex summâ omnium superficierum minimarum, hisce Temporibus minimis respondentium: area ergo hæc Spatium Tempore A B percursum designat. Eodem modo area trianguli A 1. *f* repræsentat Spatium Tempore A 1. percursum; triangula hæc sunt similia, & areæ illorum sunt inter se ut quadrata laterum A B,

TAB. III. fig. 1.

190. A 1. aut B E & 1. *f* (19. El. VI.), id est, *Spatia*

tia ab initio casûs percursa sunt inter se, ut quadrata Temporum per quæ Corpus cecidit; aut ut quadrata Velocitatum inter cadendum acquisitarum.

Diviso Tempore A B in partes æquales, A 1, 1.2, 2.3, 3. B; ducantur per divisiones lineæ ad basin parallelæ; *Spatia percursa* 191.
in illis partibus Temporis, id est, *in primo, secundo, tertio, &c. momento, positis momentis æqualibus*, sunt inter se ut areæ A 1 *f*, 1 *f g* 2, 2 *g h* 3, 3 *h* E B; quæ areæ, ut ex inspectione figuræ patet, *sunt inter se ut numeri impares* 1.3.5.7.9. &c.

Si Corpus, postquam cecidit per Tempus A B, non ulterius acceleretur, sed Celeritate B E, eo casu acquisita, uniformiter Motum continuet, per Tempus æquale B C, Spatium eo motu percursum designatur per aream B D duplam areæ trianguli A B E; & ideò *Corpus ab Altitudine quacunque liberè cadens, eâ cum Celeritate, quam cadendo acquisivit, in Tempore æquali Tempori casûs, Motu æquabili, Spatium duplum prædictæ Altitudinis percurret.* 192.

Motus Corporis in altum projecti eodem modo retardatur, quo Corporis cadentis Motus acceleratur, per Legem 2. (176.); in hoc casu Vis Gravitatis cum Motu acquisito conspirat, in illo contrariè agit; cùm verò Vis Gravitatis omnibus momentis Celeritates æquales Corporibus communicet, *Motus* 193.
Corporis projecti in altum, æqualibus Temporibus, etiam æqualiter minuitur, aut retardatur. (187.)

Vis

Vis eadem Gravitatis generat Motum in Corpore cadente, & hunc destruit in Corpore adscendente, etiamque in Corpus motum ut in quiescens agit (187.): æqualibus ergo Temporibus Celeritates eædem generantur,
194. & destruuntur. *Corpus in altum projectum* adscendit, donec totum Motum amiserit; ergo *adscendit per Tempus, in quo Corpus cadendo potest acquirere Velocitatem, æqualem Velocitati, cum qua in altum projicitur.*

195. Si BA repræsentet Tempus, in quo Cor-
TAB. III. fig. 1. pus adscendit, & BE Celeritatem, cum quâ in altum projicitur; adscensus cessat, ubi Celeritas Corporis nulla est, ideo lineæ parallelæ ad basin in triangulo ABE repræsentant Celeritates in momentis Temporis, quibus respondent (193.), & area trianguli ABE spatium adscendendo percursum designat, ut ex demonstratione circa Corpora cadentia datâ (189.) potest deduci. Cum autem BE sit Velocitas, quæ Tempore AB destruitur, eadem est, quam Corpus cadendo per Tempus AB potest acquirere (194.), & triangulum hoc ABE idem est, quod Spatium cadendo percursum repræsentat, dum Corpus inter cadendum hanc ipsam Celeritatem BE ac-
196. quirit (189.). Unde sequitur, *Corpus in altum projectum adscendere ad eandem Altitudinem, à quâ cadendo potest acquirere Velocitatem, cum quâ projicitur.*

197. Et *Altitudines, ad quas Corpora, cum diversis Velocitatibus projecta, possunt adscendere, esse inter se ut quadrata illarum Velocitatum* (190.).

CA-

CAPUT XV.

De Descensu Gravium super Plano inclinato.

VIs, quâ Corpus super Plano inclinato descendere conatur, ex Gravitate oritur, & ejusdem est naturæ cum Gravitate, aut potius est ipsa Gravitas imminuta, quia Corpus pro parte à Plano sustinetur: ideo Vis illa, omnibus momentis, & in omnibus Plani partibus, æqualis est (87.), & agit in Corpus motum eodem modo ac in Corpus quiescens (187.): eâdem de causâ *Motus Corpo-* 198.
ris, super Plano liberè descendentis, ejusdem est naturæ cum Motu Corporis liberè cadentis; & quæ de hoc dicta sunt, de illo etiam affirmari possunt. *Est* igitur *Motus æquabiliter acceleratus in Temporibus æqualibus* (186.); & Propositiones Num. 187. 188. 190. 191. 192. 199.
193. 196. & 197. si pro descensu, & adscensu directo, Motus super Plano inclinato ponatur, hìc etiam locum habent.

Celeritates, quibus *Corpora duo* descendunt, 200.
quorum unum liberè cadit; & alterum super Plano inclinato devolvitur, si eodem Tempore cadere incipiant, in singulis momentis eandem inter se habent rationem quam in principio casûs (186. 198.); ergo *Spatia eodem Tempore percurrunt, quæ sunt in ratione longitudinis Plani ad illius altitudinem* (172. 71.). *Et in hac ipsâ ratione sunt Velocitates, descendendo per hæc Spatia, acquisitæ.*

In

TAB. III. fig. 2. In Plano AB Spatium à Corpore percur-
201. sum, dum aliud liberè cadit per altitudinem Plani AC, determinatur, *ducendo ad AB perpendicularem CG*; tunc enim *longitudo Plani AB est ad hujus altitudinem AC, ut AC ad AG* (4. 8. El. VI.). Si circulus describatur diametro AC, punctum G erit in peripheriâ circuli; quia angulus in semicirculo, ut AGC, semper est rectus (31. El. III.); & ideo punctum ut G, pro Plano utcunque inclinato, semper est in eâdem illâ peripheriâ; unde sequitur, Chordas omnes, ut AG, esse inter se ut Vires, quibus Corpora super his descendere conantur (172. 200.); & has percurri à Corporibus devolutis, in Tempore in quo Corpus, liberè cadendo, potest percurrere diametrum AC; quare Tempora devolutionum per has Chordas sunt æqualia. Velocitates etiam in fine descensûs sunt ut ipsæ Chordæ.

Unicuique Chordæ ut HC, per C ductæ, parallela duci potest alia per A; quæ æqua-
202. lis erit, & æqualiter inclinata; igitur in *Semicirculo*, ut AHC, *Vires quibus Corpora juxta Chordas, in puncto infimo terminatas, descendere conantur, ut & Velocitates devolvendo per has, acquisitæ, sunt inter se ut hæ Chordæ*; &
203. *quando Corpus sibi permittitur, eodem Tempore, ad punctum infimum Semicirculi perveniet, sive liberè cadat juxta diametrum, sive descendat super Chordâ* HC *quâcunque*.

204. *Tempus devolutionis per totum Planum* AB, *potest conferri cum Tempore descensûs per Plani altitudinem* AC; nam hocce Tempus est æqua-

quale Tempori devolutionis per A G; & quadrata Temporum sunt inter se ut A B ad A G (199. 190.) ; sed A B est ad A C, ut A C ad A G (201.) : quadrata igitur linearum A B & A C *sunt inter se*, ut A B ad A G (20. El. VI.) ; & ideo istæ lineæ A B & A C sunt inter se, ut Tempora descensûs per A B, & A G, aut A C; id est, Tempora, in hoc casu, sunt *ut Spatia percursa*.

205. *In eodem casu Velocitates in fine descensûs sunt æquales*; nam post Tempora æqualia, quando Corpora sunt in G & C, Velocitates sunt in eadem ratione quàm in principio casûs (186. 198.), id est, ut A C ad A B (172.). Quando Corpus descendit à G ad B, crescit Velocitas ut Tempus (198.); & Velocitas in G est ad Velocitatem in B, ut A C ad A B (204.): Velocitates ergo in B & C eandem rationem habent ad Velocitatem in G, & sunt æquales.

206. Si varia Corpora descendant per lineas rectas, ex A ductas, & ad horizontalem C B terminatas, omnium horum Corporum, in fine descensûs, Velocitates erunt æquales, (205.); & Tempora descensûs ut Spatia percursa (204.): si verò lineæ in peripheriâ Circuli A G C essent terminatæ, Tempora forent æqualia, & Velocitates ut Spatia percursa (202. 203.).

207. *Dentur* iterum *varia Corpora, quæ* per varia Plana descendant, & *Spatia æqualia percurrant*, ut A C, A F, quæruntur Velocitates in C & F. Quadratum Velocitatis in F ad quadratum Velocitatis in B aut in C (205.),

ut

ut A F aut A C, ad A B: nempe ut Altitudo Plani ad Longitudinem, id eſt, *ſunt quadrata Velocitatum, ut ipſæ Vires quibus Corpora propelluntur* (172.).

208. Vidimus *Corpus eandem acquirere Velocitatem, cadendo à certâ Altitudine, ſive directè cadat, ſive per Planum inclinatum devolvatur* (205.). *Sed, poteſt quoque Corpus devolvi per plurima Plana variè inclinata, & etiam per Curvam*, (quæ ut ex innumeris Planis diversè inclinatis formata conſiderari poteſt) *& Celeritas ſemper erit eadem, quando Altitudo eſt æqualis*. Non enim intereſt, utrum Corpus deſcendat per A B an per E B, in B eadem erit Celeritas & eodem modo Corpus movebitur per B C; ideoque habebit in C Velocitatem, quam devolvendo per E C potuiſſet acquirere, & in D Velocitatem, quam cadendo per G D habuiſſet. (*Exp.*)

TAB. III. fig. 1.

TAB. III. fig. 8. Obſervandum autem, tranſitum de Plano in Planum debere ſine impactione fieri, hac enim Velocitas Corporis minuitur, ut ſuo tempore dicetur, idcirco Plana diverſa curvis jungenda ſunt.

209. *Corpus eâ cum Celeritate, quam cadendo per ſuperficiem quamcunque, ſive planam, ſive curvam, acquiſivit, per aliam ſuperficiem ſimilem ad eandem Altitudinem, eodem Tempore, adſcendere poteſt* (196. 199.). Nam Velocitas in adſcenſu deſtruitur, ut in deſcenſu acquiritur. (*Exp.*)

210. *Corpus eâ cum Celeritate, quam cadendo à certâ Altitudine acquiſivit, ad eandem Altitudinem per Curvam quamcunque adſcendere poteſt*

(209.

(209. 208.). *Sed Tempora hoc casu non sunt æqualia* (Exp.).

Ex demonstratis hoc Capite (208.) deducimus Methodum confirmandi per Experimenta, quæ de Velocitate Corporum cadentium antea sunt demonstrata (190.) (*Exp.*).

CAPUT XVI.

De Oscillatione Pendulorum.

DEFINITIO 1.

GRave, *Filo tenuissimo suspensum, & cum Filo, circa Fili punctum fixum, mobile, vocatur Pendulum.* 211.

Motus Penduli est vibratorius, seu oscillatorius.

Quando Pondus, Filo extenso, elevatur, Gravitate descendit, & Celeritate acquisitâ ad eandem altitudinem ad partem oppositam adscendit (209.); Gravitate deinde iterum redit, & sic Vibrationes continuat.

Rotationem circa punctum Suspensionis liberrimam hic ponimus, & nullam dari aëris resistentiam; quæ in majoribus Pendulis admodum est exigua.

Sit Pendulum CP, suspensum in C; in TAB. IV. fig. 1.
motu suo Corpus P describit portionem circuli PBp; *si* loco hujus motûs *Corpus* de- 212.
scenderet per chordam PB, & iterum adscenderet per chordam Bp, & *Vibrationes suas per chordas perageret*; descensus fieret in tempore, in quo Corpus cadendo potest per-

currere diametrum AB (203.); id est, longitudinem duplam Longitudinis Penduli: in tempore æquali, adscendit per chordam B*p* (209.); *in tempore* ergo *integræ Vibrationis*, quod duplum est temporis descensûs, *Corpus cadendo posset percurrere* quatuor diametros (190.), id est, *longitudinem octuplam Longitudinis Penduli*. Et omnes Vibrationes per chordas, sive magnas, sive exiguas, sunt æquè diuturnæ.

213. *In Vibrationibus exiguis, harum durationes, dum in circulo movetur Corpus, cum durationibus Vibrationum in chordis* constantem *rationem habent*; illam nempe, *quæ datur inter circuli peripheriæ quadrantem & diametrum*,
214. proximè ut 11 ad 14. Idcirco *ejusdem Penduli Vibrationes exiguæ, licet inæquales, ad sensum sunt æquè diuturnæ*. (Exp.)

Hæc autem æqualitas pleniùs explicanda est, & quare Vibrationes in circulo ad Vibrationes per chordas quam dixi rationem habeant.

215. Rotetur circulus FEB super lineâ AD,
TAB. IV. fig. 4. donec punctum B in A ad lineam hanc perveniat; hoc motu punctum B describit curvæ portionem BPA: eodem modo similis curvæ portio BD describitur; totaque curva ABD vocatur *Cycloïs*, *Circulus* FEB *Generator* dicitur.

Dividatur curva in duas partes æquales in B, portionesque BA & BD disponantur, ut puncta A & D jungantur in C; punctum verò B cum punctis A & D lineæ AD coincidat. Juxta harum portionum curvaturam

ram laminæ metallicæ inflectantur, ita ut filum Penduli in C suspensi, motu suo vibratorio, ab utraque parte sese laminis istis applicet, & eandem curvaturam cum istis adipiscatur. Nunc positâ longitudine Penduli C B, Corpus P in Vibrationibus suis describet Cycloidem A B D, ut in Scholiis Elem. demonstramus, ita ut filum longitudinis B C æquale sit curvæ C A; quare *tota curva* A B D dupla *est* lineæ C B, & *quadrupla axis* F B. 216.

In Scholiis etiam demonstramus: *Tangentem ad curvam in puncto, ut P, parallelam esse chordæ E B, in circulo F B E ductæ ad punctum infimum B ex puncto E, in quo circulus secatur à lineâ P E parallelâ ad basim A D & per P transeunti*: Ut & *portionem P B curvæ æqualem esse duplæ chordæ E B*. 217. 218.

Cum autem in singulis curvæ punctis Corpus in curvâ descendat juxta directionem tangentis ad curvam, sequitur *Corpus in puncto quocunque curvæ, ut P, conari descendere cum Vi, quæ* proportionalis est chordæ respondenti in circulo, ut E B (217. 202.) quæ ipsa cum sit dimidium *arcûs curvæ, inter hocce punctum P & curvæ punctum infimum, intercepti*. (218.), cum hoc arcu eandem *rationem sequitur*. (15. El. V.) 219.

Unde patet, si duo Pendula, ut C P, ab altitudinibus diversis, eodem momento, dimittantur, celeritates, quibus cadere incipiunt, esse inter se, ut spatia percurrenda, antequam ad B perveniant: si ergo istis celeritatibus solis, motu non accelerato,

agitarentur, eodem temporis momento ad B pervenirent (58.); eodem modo ubicunque dentur in secundo momento, velocitatibus hoc momento acquisitis, etiam ad B eodem momento pertingunt; idemque ratiocinium pro momentis sequentibus procedit; ergo semi-Vibrationes utcunque inæquales, ut & Vibrationes integræ, temporibus æqualibus peraguntur.

220. Ulterius in Scholiis demonstramus: *Tempus uniuscujusque Vibrationis esse ad tempus casûs verticalis, per semilongitudinem Penduli, ut peripheria circuli ad diametrum.*

In Cycloïde pars infima cum circuli arcu exiguo ad sensum coincidit: & hæc est vera ratio, quare in circulo tempora Vibrationum exiguarum, utcunque inæqualium, sint æqualia: & hac eadem de causâ, etiam in circulo, si Vibratio sit exigua, hujus duratio ad tempus casûs per semilongitudinem Penduli dictam rationem habebit, circumferentiæ circuli ad Diametrum. Sed hoc tempus casûs per semilongitudinem Penduli est pars quarta temporis casûs per longitudinem octuplam ipsius Penduli (190.); quod tempus æquale est durationi Vibrationis per chordas (212.). Idcircò duratio Vibrationis per arcum ad durationem Vibrationis per chordas, ut peripheria circuli ad quatuor diametros, aut ut quadrans circumferentiæ circuli ad diametrum, ut jam monuimus (213.), id est proximè ut 11. ad

221. 14. *& celeriùs per arcum quam per chordas Vibrationes peraget Pendulum.*

Du-

Durationes *Vibrationum Pendulorum inæqualium* conferuntur. Quando arcus sunt similes, deviationes respectu chordarum sunt etiam similes, & tempora Vibrationum per arcus sunt ut tempora Vibrationum per chordas; hæc verò sunt ut tempora descensûs per longitudines octuplas Longitudinum Pendulorum (212.); quorum *quadrata durationum sunt* ut istæ longitudines octuplæ (190.), sive *ut ipsæ Longitudines Pendulorum*. (Exp.) 222.

Quando Vibrationes sunt exiguæ, hæc ratio etiam locum habet, quamvis Pendula non per arcus similes Vibrationes peragant (214.).

In omnibus quæ hucusque de Pendulis dicta sunt, *non interest quantum ponderet Corpus quod agitatur, aut utrùm Corpora diversorum Pendulorum inæqualiter ponderent, tandem an ex diversâ formentur materiâ*. Cum vis Gravitatis proportionalis sit quantitati materiæ in omnibus Corporibus (90.), omnia Corpora, in iisdem circumstantiis, Gravitate æquè celeriter moventur. (*Exp.*) 223.

Sæpe loco Fili Virga ferrea tenuis sed rigida adhibetur, & aliquando etiam pondera duo aut plura ei annectuntur. 224.

DEFINITIO 2.

Talis Virga suspensa, & circa punctum mobilis, vocatur *Pendulum compositum*, ut CQP. 225. TAB IV. fig. 5.

In hoc casu demonstrata huc usque locum non habent; sed talia Pendula ad simplicia revocantur, determinando in iis punctum, in quo si pondera forent juncta, Vibratio-

 nes

nes essent æquè diuturnæ cum Vibrationibus Penduli compositi.

DEFINITIO 3.

226. *Hoc punctum vocatur Centrum Oscillationis*, ut O.

In Scholiis Elem. methodum hujus determinandi explicamus, post demonstratam sequentem hujus Centri proprietatem.

227. *Si Pondus unumquodque per suas distantias à Centris Suspensionis & Oscillationis multiplicetur, summæ productorum ab utraque parte hujus Centri erunt æquales*. Producta hæc, pro ponderibus, quæ cum Virgâ, supra Centrum Suspensionis continuatâ, junguntur, non in unam summam debent colligi cum productis ponderum inter Centra Oscillationis & Suspensionis dispositorum, sed jungenda sunt cum productis ponderum infra Centrum Oscillationis Pendulo applicatorum.

Corpus cujuscunque figuræ potest suspendi, & circa punctum, aut potius axem, vibrari; in eo etiam potest determinari Centrum Oscillationis.

228. TAB. IV. fig. 9. *Quando linea recta, ponderis æquabilis* ut CA, *qualis est filum ferreum, aut æneum, circa extremitatum alteram vibratur, Centrum Oscillationis* O *distat à puncto suspensionis* C *duabus partibus tertiis longitudinis fili*. Ut etiam in Scholiis demonstramus, (*Exp.*)

Vibrationes Pendulorum, ut diximus, licet inæquales, sunt æquè diuturnæ (214.); & hæc Pendulorum proprietas maximi usûs est in horologiis, quibus motus æquabilis, Pendulo adjuncto, communicatur.

Ho-

Horologiis in diversa loca translatis, vim 229.
Gravitatis non ubique terrarum æqualem esse, enotuit, ex eo quod Vibrationum ejusdem Penduli durationes, in diversis regionibus, respectu temporis, inæquales repertæ sunt, & hæc Gravitatis diversitas per Pendula mensuratur.

Dentur duo Pendula, CP, *cp*, *quorum* 230.
longitudines sint inter se, ut vires Gravitatis TAB. IV. fig. 7.
quibus agitantur; si per arcus similes excurrant, in punctis respondentibus Gravitates eandem semper habebunt rationem inter se, & generabunt celeritates in ratione arcuum percurrendorum, (quia arcus similes sunt ut Pendulorum longitudines) qui ergo æqualibus temporibus percurrentur (58.), id est, *Vibrationes erunt æquè diuturnæ*.

Si ad eandem longitudinem reducantur mu- 231.
tato Pendulo *cp*, cujus longitudo fiat *cq*, æqualis CP; quadratum durationis Vibrationis Penduli *cq*, est ad quadratum durationis Vibrationis Penduli *cp*, aut CP (230.), ut longitudo *cq*, aut CP, ad *cp* (222.), id est, ut Gravitas, quæ in Pendulum CP agit, ad Gravitatem, quæ Pendulum *cq* agitat. *Sunt* ergo *durationes Vibrationum Pendulorum æqualium, in ratione subduplicatâ, inversâ, Gravitatum in Pendula agentium*.

Et in genere *quadrata durationum Vibra-* 232.
tionum Pendulorum sunt directè, ut Pendulorum Longitudines (222.), *& inversè ut Gravitates quibus moventur* (231.).

Gravitates ipsæ sunt directè, ut Longitudi- 233.

 nes

nes Pendulorum (230.), *& inverse ut quadrata durationum Vibrationum* (231.).

234. Plurima Phænomena naturalia pendent à motibus analogis cum motibus Pendulorum, & illis explicandis demonstrata de Pendulis inserviunt, estque hic ultimarum Propositionum præcipuus usus.

Pendula quoque peculiarem utilitatem habent in Experimentis, quæ de Corporibus motis, & Viribus insitis agentibus, instituuntur; in his autem casibus Pendulorum Velocitates conferendæ sunt, hasque duobus modis considerare possumus.

DEFINITIO 4.

235. *Velocitatem Penduli vocamus illam, quâ agitatur Corpus suspensum, ubi hoc pervenit ad locum infimum arcûs quem percurrit.*

Si de Pendulo composito agatur, loco Corporis suspensi, Centrum Oscillationis considerandum est.

DEFINITIO 5.

236. *Velocitas angularis Penduli illa est, quâ hoc circa Punctum Suspensionis rotatur, ubi ad situm verticalem pervenit.* De hisce duabus Velocitatibus nunc nobis agendum est.

237. Dentur Pendula duo CP, *cp*, quæ Vibra-
TAB. III. fig. 12. tiones peragunt in Arcubus PF, *pf*; Centris C, *c*, eodem intervallo describantur Arcus LO, *lo*; sintque in locis infimis arcuum PF, *pf*, portiones infinitè exiguæ BD, *bd*, quæ eodem tempore percurrantur. Velocitates Pendulorum sunt ut BD, *bd*; & horum Velocitates angulares ut MN, *mn*; id est, ut Anguli BCD, *bcd*.

DE-

DEFINITIO 6.

Angulum Penduli vocamus illum, quem descendendo, aut adscendendo, Pendulum describit. 238.

Velocitates Penduli, in Vibrationibus inaequalibus, sunt inter se ut subtensae Arcuum, quos Corpus descendendo describit. 239.

Velocitas, in descensu per Arcum DB, ad Velocitatem, si descendat per PDB, ut chorda DB ad chordam PB. (202. 208.) TAB. IV. fig. 1.

In Vibrationibus exiguis, Arcus sunt sensibiliter ut chordae; quare *Velocitates sunt* ut Arcus, aut *ut Pendulorum Anguli* (238.). 240.

In hisce Arcus, aut Angulus, exiguus est, qui 15. gr. non superat; hic enim Arcus se habet ad suam subtensam, ut 350. ad 349.

In Pendulis diversis, si Arcus *sint* similes, aut *Anguli aequales*, Corpora descendunt per spatia, quae sunt *ut Pendulorum Longitudines*, in qua eadem ratione *sunt Velocitatum quadrata* (190. 208.). 241.

Si Pendula sint aequalia, & Anguli aequales, sed Gravitates differant, Vires, quae in Corpora agunt in Punctis respondentibus, sunt ut ipsae Gravitates; &, in initio descensûs, percurrendo spatiola aequalia, *Corpora acquirunt Velocitates, quarum quadrata sunt* ut Vires prementes (207.), id est, *ut Gravitates*; Accelerationes, percurrendo sequentia spatiola aequalia. sequuntur eandem legem, quod, cùm ubique in Punctis respondentibus obtineat, propter Vires in constanti ratione, & spatiola aequalia, integrae Velocitates quoque hanc rationem sequuntur. 242.

Con-

243. Conjungendo tres ultimas Propositiones universalem habemus regulam: *In Vibrationibus minoribus quadratum Velocitatis Penduli sequi rationem compositam ex ratione quadrati Anguli* (240.), *ratione Longitudinis* (241.) *ut & ratione Gravitatis in Pendulum agentis* (242.).

244. *Velocitatem angularem*, si Pendula sint æqualia, *sequi rationem ipsius Velocitatis*, manifestum est. Sit BD Arcus minimus determinato tempore percursus; hic est ut Penduli Velocitas (235.), & mensurat Angulum BCD; si ipsa Velocitas servetur, id est, si maneat BD, & Penduli Longitudo mutetur, minuitur Angulus BCD, qui Velocitatem angularem determinat, ut augetur Penduli Longitudo, & hic Angulus sequitur *Longitudinis rationem inversam*.

TAB. III. fig. 12.

Rationem ergo quadrati Velocitatis angularis habebimus, si inversam rationem quadrati Longitudinis cum tribus rationibus, supra memoratis (243.), jungamus; sed conjungendo rationem inversam quadrati Longitudinis, cum hujus ratione directâ, quæ media est illarum trium, habemus rationem Longitudinis inversam; &

245. *ratio, quam sequitur* ipsa *Velocitas angularis, est composita ex ratione Anguli, & ratione subduplicatâ Gravitatis, ut & ratione inversâ subduplicatâ Longitudinis Penduli*.

246. *Velocitas Puncti in Pendulo est ut Velocitas angularis, & ut distantia Puncti à Centro Suspensionis*; id est, hæc ultima ratio tribus rationibus novissimè memoratis (245.) addenda est.

Si

Si Anguli sint æquales, aut Arcus descendendo descripti similes, quadrata Velocitatum sunt ut Longitudines (241.), & ut Gravitates (243.). Ergo, si *Velocitates* hæ sint *æquales*, producta Longitudinum per Gravitates sunt æqualia; & quò illa minor est, eò hæc est major, id est, sunt Longitudines inversè ut Gravitates; & pro inversâ Gravitatum ratione, directa Longitudinum usurpari potest: quam si faciamus substitutionem in n°. 232, detegimus in casu, quem examinamus, *Vibrationum durationes* esse ut Longitudines, quæ, propter Arcus similes, *sunt ut spatia descendendo, aut adscendendo, percursa*. 247.

Simile est ratiocinium, *si agatur de eâdem Gravitate*; tunc Velocitatum angularium quadrata, sunt ut quadrata Angulorum directè, & inversè ut Longitudines (246.), ergo, *positis Velocitatibus* his *angularibus æqualibus*, *sunt quadrata Angulorum* in inversæ rationis Longitudinum ratione inversa, id est, sunt *ut Longitudines*. 248.

Clarè patet, *si agatur de Pendulo composito*, *distantiam*, *inter Centra Suspensionis & Oscillationis*, *determinare Penduli Longitudinem*. 249.

Occasione motûs Penduli observavimus, celeriùs Corpus à puncto ad punctum per arcum descendere quàm per lineam rectam (221.). His addam Corpus etiam breviori tempore quàm per circuli arcum descendere posse; Et in Scholiis Elem. demonstramus, 250.

Lineam celerrimi descensûs, à puncto ad punctum, magis depressum, & non cum primo in 251.

eâ-

eâdem verticali positum, esse Cicloïdem inversam, verticalem, cujus punctum extremum cum superiori puncto coincidit, & quæ per punctum inferius transit. (Exp.)

CAPUT XVII.

De Usu Machinarum.

252. IN Parte præcedenti, de Machinis simplicibus & compositis egimus; vidimus quomodo exigua Potentia magnam vincat Resistentiam; sed casum æquilibrii tantùm determinavimus; & in genere observavimus Resistentiam superari, si Potentiæ Actio quantumvis parum augeatur (143.). Sed hæc generalis observatio non sufficit, si auxilio Machinæ velimus præstare maximum quem possumus Effectum.

In Usu Machinæ ad Tempus debemus at-
253. tendere; nam *Effectus qui, cæteris paribus, minori Tempore præstatur, major est, si integrum Machinæ usum consideremus.*

Machina enim quæ, eodem Tempore, positâ Intensitate Potentiæ duplâ, duplum præstat Effectum, æquiparatur illi, cujus Effectus simplex est, positâ Potentiæ Intensitate simplici; quæ ergo quoque congruit cum illâ, quæ simplicem, in dimidiato Tempore, Effectum præstat, positâ Potentiæ Intensitate duplâ; ita ut productum Temporis per Potentiæ Intensitatem considerandum sit; & quamdiu productum hoc præstiti Effectûs ratio-

tionem sequitur, in quo casu hoc idem est, quoties eadem Resistentia eodem modo superatur, Machinæ usus pro eodem haberi debet. Tres homines, uno die, opus absolvunt, quod unus tribus diebus præstaret; positis capacitatibus æqualibus, & diligentiâ eâdem, hæc conveniunt; eâdem totali Actione opus idem absolvitur.

Ex his concludimus, *in perfectissimo usu Machinæ desiderari, ut ipsi talis applicetur Potentia, cujus Intensitas, multiplicata per Tempus, in quo desideratum, & determinatum præstat Effectum, det productum omnium minimum;* tunc Actio integra, quâ Effectus præstatur, est omnium minima. 254.

In usu Vectis consideratio hæc raro utilitatem habere potest; tamen, quia demonstrationes in hac Machinâ maximè sensibiles sunt, & pleraque, quæ de hac dicenda sunt, in reliquis Machinis usu veniunt, de Vecte nunc agam, & ut casum omnium simplicissimum consideremus, pro Vecte habebo Lineam sine pondere. (118.). 255.

Sit Vectis AB, cujus Brachia sint inter se ut unum ad decem; & sit Pondus A, centum librarum, elevandum ad determinatam altitudinem Aa. 256. TAB. IV. fig. 8.

Adhibitâ Potentiâ, quæ decem libras æquat, Pondus centum librarum sustinebitur, sed elevari non poterit (120.). Si libram unam addam, & Pondus B sit undecim librarum, elevabitur A, sed lentè, & undecim libræ non sufficiunt ut, Actione totali omnium minimâ, Pondus A elevetur;

nam

nam additâ iterum librâ aliâ; id est, auctâ Potentiæ Intensitate undecimâ suâ parte, Tempus tribus undecimis partibus fere minuitur; & Actiones integræ, producta nempe Temporum per Potentiarum Intensitates, sunt inter se ut 5 ad 4, quàm proximè.

Si magis ac magis augeatur Intensitas, habebimus, usque ad certum limitem, Actionem integram imminutam, quæ augebitur si ultra hunc limitem augeatur Potentiæ Intensitas. Subjecta Tabella hoc ad oculum demonstrat, in quâ agitur de Vecte proposito, & in quâ 100000. exprimunt Actionem integram omnium minimam.

	Potentiæ.	*Actiones integræ.*	*Potentiæ.*	*Actiones integræ.*
257.	10.	Infin.	15,16.	100000.
	11.	142360.	16.	100368.
	12.	114036.	17.	101611.
	13.	104677.	18.	103397.
	14.	101053.	19.	105575.
	15.	100016.	20.	108030.

258. Tabula hæc demonstrat Potentiam, quæ sustinet Pondus elevandum, in usu Machinæ satis esse augendam, sed parum interesse utrùm paulò magis an minus augeatur, quantum enim Intensitas hæc augetur, tantum fere Tempus
259. minuitur, & *integra Actio inter certos limites parum mutatur*. In exemplo, quod examinamus, vix interest quamcunque ex hisce Potentiis adhibeamus, librarum 14. 15. 16. aut 17. (257.).

In

In usu Vectis hocce ratiocinium vix alicujus usûs est, ut jam monuimus (255.); sed in aliis Machinis, Axe in Peritrochio, Trochleâ, & Machinis ex his compositis, Potentiæ determinationem negligere non debemus.

Dicam nunc quomodo in hac determinatione procedendum; operationum demonstrationes in Scholiis Elem. do.

Pro Axe in Peritrochio.

Colligo in unam summam hos quatuor nu- 260.
meros. 1. Pondus limbi Rotæ. 2. Partem tertiam Ponderis Radiorum. 3. Dimidium Ponderis Axeos, multiplicati per quadratum diametri sui, & divisi per quadratum diametri Rotæ. 4. Tandem Pondus, quo æquilibrium habetur, multiplicatum per Axeos diametrum, & divisum per diametrum Rotæ. Summam hanc divido per Pondus, quo æquilibrium habetur, id est, quod Machinæ applicatum Pondus elevandum sustinet, & in quotiente habebo numerum, quem vocabo *Machinæ Indicem*.

Cum hoc Indice adeunda est Tabula sub- 261.
jecta (269.), quæ omnibus Machinis inservit, & quæ Indices in primâ columnâ continet, & numerus in secundâ columnâ, Indicis respondens, dabit Augmentum addendum Potentiæ, quâ æquilibrium habetur; quod Augmentum exprimitur in partibus centesimis hujus ipsius Potentiæ.

EXEMP. Sit Pondus limbi 100. libr.; 262.
Pondus radiorum 30. libr.; Pondus Axis 80. libr.; diam. Axis 1.; diam. Rotæ 10.; Pon-

Pondus elevandum 200. libr. ; ergo Pondus , quod æquilibrium daret , esset 20. libr.

Colligo in unam summam 100; 10, $\frac{2}{5}$, aut 0,4; & 2: summam 112,4. divido per 20. & detego Indicem 5,62 ; qui medius est inter 5. & 6. & numerus respondens est proximè 6,80. Augmentum ergo valet octoginta partes centesimas 20. libr. , & Intensitas Potentiæ Machinæ applicandæ erit 36. libr.

Pro Trochleâ.

263. Ponimus omnes Orbiculos æqualiter ponderare; & multiplico Pondus unius Orbiculi per productum numeri Orbiculorum unitate aucti, & multiplicati per duplum ejusdem numeri Orbiculorum plus uno ; & divido hoc productum per numerum Orbiculorum duodecies sumtum. Addo Pondus, quo æquilibrium habetur, divisum per numerum Orbiculorum ; Summamque divido per hoc ipsum Pondus quod æquilibrium dat , & in quotiente datur *Index*.

264. EXEMP. Sit Pondus unius Orbiculi 3. libr. ; Orbiculorum numerus 10 ; Pondus elevandum 200. libr. ; ideo Pondus , quod æquilibrium dat, 20. librarum (130. 132.)

Multiplico 3. per 11. & productum per 21 ; & habeo 693 ; divido numerum hunc per 120 ; quotiens est 5,775 ; addo 20, divisum per 10, id est 2 ; & summam 7,775. per 20. divido, & Index est 0,389, minor dimidio; & Augmentum, ut Tabula (269.) demonstrat, parum differt à 57 centesimis partibus Potentiæ , quæ æquilibrium dat, quare Potentia adhiben-

benda paulò tantùm superat libras 31.

Quantumvis exiguus fiat Index, nunquam omninò evanescit: In Axe in Peritrochio, si Machina nullum haberet Pondus, & Rotæ diam. esset infinita, hoc obtineret: ut etiam in Trochleâ, si Orbiculorum numerus esset infinitus, & hi nullum Pondus haberent; ergo Augmentum, de quo in his agitur, semper superat dimidium Actionis, quæ Pondus elevandum sustinere potest; nunquam tamen Actio duplicanda est, cum Augmentum hanc ipsam nunquam æquare possit; ut hæc inspectione Tabulæ (269.) patent. 265.

Omnibus quoque Machinis applicare possumus, quæ supra circa Vectem observavimus (259.), unde concludimus, sine errore sensibili, hanc generalem Regulam posse constitui. 266.

Potentiam, quæ Pondus elevandum sustineret, dimidiâ suâ parte esse augendam, si Pondus auxilio plurimorum Orbiculorum sit elevandum; aut si de aliâ Machinâ leviori agatur, sive cujus partes graviores lentè moventur; ut in Ergatâ, Axe nempe cui circumvolvitur Funis, dum ipse auxilio Vectis, aut longioris Scutulæ circumrotatur. 267.

In aliis occasionibus, *ubi gravior Machina est*, ut in Axe in Peritrochio, *duplicanda Potentia est, quæ cum Pondere elevando in æquilibrio est.* 268.

TABULA.

	Index.	*Potent. Augment.*	*Index.*	*Potent. Augment.*
269.	0.	0, 50.	6.	0, 81.
	0, 5.	0, 57.	7.	0, 83.
	1.	0, 62.	8.	0, 85.
	2.	0, 69.	9.	0, 86.
	3.	0, 73.	10.	0, 87.
	4.	0, 76.	15.	0, 90.
	5.	0, 79.	35.	0, 95.
			Infin.	1, 00.

Huc usque posuimus determinatam omni respectu Machinam esse, & de eligendâ Potentiâ tantùm egimus; videamus nunc, quo-
270. modo procedere debeamus; *si de Machinis ejusdem generis agatur*, & una eligenda sit.

Consideremus iterum Vectem, sed talem, in quo non determinata est ratio inter Brachia; *sitque idem Pondus ad determinatam altitudinem elevandum*. Ut Actiones integras diversorum Vectium conferamus, ad tria debemus attendere, & hæc tria tantùm consideranda sunt: Nam *Actio integra sequitur, rationem* 1. *Intensitatis Potentiæ agentis*. 2. *Rationem Temporis per quod agit* (253.); 3. *Rationem Spatii à Potentiâ percursi*. Si enim Pondus unius libræ, dum agit, descendat ad profunditatem duorum pedum, ipsius Actio dupla est illius, quam præstitisset, si profunditas fuisset unius pedis; in primo enim casu Ponderis status pristinus instaurari non potest, nisi

nisi bis hoc elevetur, ut in secundo casu semel tantùm elevari deberet.

Si nunc, pro diversis longitudinibus Vectis, determinemus Actiones integras, adhibendo pro singulis longitudinibus Potentiam, quæ pro illâ longitudine dat Actionem minimam; detegimus, collatis diversis Vectibus, Actionem integram minorem esse, si minor sit distantia Potentiæ à fulcro. 271.

Sit Pondus centum librarum elevandum ad determinatam altitudinem; adhibeatur Vectis cujus Brachia sint æqualia; ut Actio sit minima, Potentia adhibenda est cujus Intensitas valet libras 162.; si distantia puncti cui applicatur Potentia ad dimidium reducatur, Potentiæ Intensitas erit 338. librarum. Sed per dimidium spatii tantùm descendit, etiam tempus minuitur & est ad primum ut 35. ad 44. proximè, & integræ Actiones sunt, ut $162 \times 1 \times 44$ ad $338 \times \frac{1}{2} \times 35$ (270), id est, ut 7128. ad 5915. proximè ut 6. ad 5. 272.

Ex hisce sequitur, adhibitis majoribus Potentiis Actiones integras minores esse, positâ justâ inter Brachia ratione; sed hæc incommodi quid habent, quia ipsas tractare difficile est, & Machinæ pro Ponderibus elevandis adhibentur, ut minori Potentiâ majus Pondus elevari possit. 273.

Si quis, ubi determinatum Pondus, adhibitâ Potentiâ determinatâ, ad determinatam altitudinem elevandum foret, Actionem quæreret minimam, detegendæ forent dimensiones Machinæ, in quâ productum Temporis per Spatium à Potentiâ percursum foret mini- 274.

nimum (270); Quod nisi difficulter fieri non posset; quia Pondera partium Machinæ, mutatâ hac, non juxta determinatam legem variantur. Solutio hujus Problematis, quod in casu simplicissimo solidum est, etiam non magnam utilitatem in praxi haberet (267. 268.).

275. *In Vecte tertii Generis*, Potentia semper ad minorem distantiam applicatur quàm Pondus elevandum (119), & hoc semper superare debet (120); quare in hoc Vecte *totalis Actio minor est* quàm in secundo, aut usu vulgari primi (271); *& hujus* Actionis *respectu tertii generis Vectis alios vincit*.

276. Multi Scriptores de Mechanicâ plures Machinas inter se conferunt, tantùm ad casum æquilibrii attendendo, & pro fundamento usûs Machinarum habent, Tempus, quo Effectus præstatur, augeri in ratione, in quâ Intensitas Potentiæ minuitur. Propositionem autem hanc admitti non posse, demonstrata hoc Capite evincunt.

277. In usu Machinarum, de quibus hoc Capite egimus, quando ipsis constans applicatur Potentia, motu accelerato Pondera elevantur, & de hoc casu tantùm egimus.

Aliæ dantur Machinæ, quales plerumque sunt Machinæ Hydraulicæ, in quibus non agitur de determinato effectu præstando, sed successivo; in his successivè diversa aqua, eâdem Velocitate, elevatur, continuata ejusdem Machinæ Actione. De Usu talium Machinarum alibi agimus.

CA-

CAPUT XVIII.

De Projectione Gravium.

SI in Corpus motum Potentia agat, mutatur motus (176.); *si Corpus projiciatur* per A B, in tempore, in quo potest percurrere A B, vi Gravitatis, fertur Terræ centrum versùs per B E, & ita, motu composito ex istis duobus, movetur per A E (179); & hoc motu secundo momento percurreret E C, ipsi A E æqualem; nisi secundo momento eadem vi Gravitatis ferretur per C G; ita ut motus in secundo momento sit per E G; eodem modo, motus tertii momenti est per G H, & quarti momenti per H I; cùm verò vis Gravitatis continuò agat, illa temporis momenta minima sunt, & ubique dabitur motus aliter compositus, id est, directionis inflexio; Corpus ergo *movetur in lineâ curvâ*. 278. TAB. III. fig. 4.

Hic *motus Corporis ex Projectione* magis simpliciter considerari potest in omnibus Projectionibus, quæ à nobis fieri possunt; quia omnes lineæ, quæ in spatio, per quod Corpus transit, ad terræ centrum tendunt, pro parallelis haberi possunt; quare directio Gravitatis non mutatur; unde motus ex Projectione *ex duobus* tantùm *motibus constat*, *primo æquabili per lineam Projectionis* (174.), *secundo Terram versùs accelerato* (186.); *qui duo motus sese mutuò non turbant*. (177.). 279.

280. *Projiciatur Corpus* per lineam AE, horizonti parallelam; temporibus æqualibus, illo motu, percurret partes æquales AB, BC, CD, DE. Ex Gravitate fertur motu ad horizontem perpendiculari, directione BF, CG, DH, aut EI, quæ lineæ pro parallelis habentur; motus hic est acceleratus; & ideo si post primum momentum Corpus sit in F, post secundum erit in G, post tertium in H, post quartum in I; ita quidem, ut posito BF unum, CG sit quatuor, DH novem, & EI sedecim (190.). Corpus *percurret curvam* transeuntem per omnia puncta, *quæ* eodem modo ac F, G, H, I, determinari possunt; *vocatur Parabola*. (Exp.)

TAB. III. fig. 5.

281. Quæ de curvâ à Corpore horizontaliter projecto percursâ dicta sunt, etiam pertinent ad Projectionem quamcunque.

TAB. III. fig. 6.

Projiciatur Corpus per AE, & sint AB, BC, CD, DE, æquales; Corpus percurret curvam AFGHI, ita ut verticales lineæ BF, CG, DH, EI sint inter se, ut 1. 4. 9. & 16; in quo casu etiam curva *Parabola* vocatur.

DEFINITIO.

282. *Sit AI planum quod per A transit, si curva memorata hoc secet in I; AI vocatur Amplitudo jactûs.*

Motus Corporum, quæ eâdem celeritate projiciuntur, cum directionibus diversè inclinatis, possunt inter se comparari:

283. *Poteſtque Corpus celeritate datâ in plano dato ad distantiam determinatam projici.*

Sit

Sit celeritas data illa, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine MA, quam horizonti AL perpendicularem concipimus, & Corpus in plano inclinato AI in I projiciendum sit. Ductâ MN horizonti parallelâ, erigatur AN normalis plano AI, secans MN in N; centro O puncto medio lineæ AN per A describatur circulus, qui etiam per M transibit; sit AR pars quarta lineæ AI; per R ducatur, horizonti perpendicularis, id est parallela lineæ AM, linea Rb, quæ circulum secat in B & b; si Corpus projiciatur per AB, aut Ab, cadet in I. Qua methodo etiam directio jactûs determinatur, si punctum I sit in lineâ horizontali per A transeunti (in quo casu M & N coincidunt), aut infra lineam hanc horizontalem. TAB. III. fig. 6.

Ponamus directionem benè esse determinatam.

Motu æquabili, celeritate, cum qua projectio fit, Corpus potest percurrere AE, in tempore in quo cadit per EI. Quia verò Corpus projicitur velocitate per MA cadendo acquisitâ, eodem motu æquabili potest percurrere duplam MA in tempore in quo ab altitudine MA cadit (192.). Spatia, velocitate eâdem & æquabili percursa, sunt ut tempora in quibus percurruntur (59.); ergo tempus casûs per MA ad tempus casûs per EI, ut dupla MA ad AE. Ideo $2MAq$ ad AEq, ut MA ad EI (190.); Quam ergo proportionem si demonstremus dari in constructione præcedenti, directio- 384.

nem benè fuisse determinatam constabit.

Ducatur M B, & habemus angulum B A R, à tangente A R (16. El. III.), est enim perpendicularis radio A O, & à lineâ circulum secante A B, formatum, æqualem angulo A M B in segmento opposito (32. El. III.); anguli etiam alterni R B A, M A B sunt æquales (29. El. I.); ergo sunt æquiangula triangula A B R, A M B (32. El. I.). & lineæ M A, A B, B R, proportionales (4. El. VI.); ergo A M*q* ad A B*q* ut M A ad B R (20. El. VI.); ideo 2 M A*q* ad 2 A B*q*, aut A C*q*, ut M A ad B R; multiplicando consequentia per quatuor, habemus 2 M A*q* ad A C*q* multiplicatum per quatuor, id est 2 A C*q*, aut A E*q*, ut M A ad 4 B R, aut E I, quod demonstrandum erat.

285. Demonstratio similis est, si Corpus per *A b* projiciatur. Unde sequitur *Corpus per duas directiones posse projici ut in idem punctum cadat, si autem distantia sit omnium maxima ad quam Corpus, datâ velocitate, in plano dato, potest projici, unica est directio per quam projiciendum est Corpus*, punctis B & *b* coincidentibus in Q, puncto medio arcûs M Q A, à quo puncto semper æqualiter distant puncta B & *b*.

Si celeritas mutetur, & Corpus secundum eandem directionem projiciatur; amplitudo mutatur, in eâdem ratione cum altitudi-

286. ne A M; id est, *amplitudines, manente eâdem directione, sunt* ut altitudines ex quibus Corpora cadendo, velocitates quibus projiciuntur acquirere possunt: sunt ergo *ut quadrata celeritatum* (190.). Si

Si AI sit *horizontalis*, arcus AQM est semicirculus, & in hoc casu *amplitudo*, manente celeritate, cum qua Projectio fit, *est omnium maxima, quando directio Projectionis cum horizonte efficit angulum semirectum.* 287. TAB. III fig. 2.

Sit iterum MA altitudo à qua cadendo Corpus acquirit velocitatem cum qua projicitur per AB; punctum altissimum viæ percursæ determinatur, si descripto semicirculo cujus diameter est AM, per punctum B, in quo à directione Projectionis secatur, ducatur horizontalis linea LBG, & fiat BG æqualis BL; punctum quæsitum erit G. 288.

Hujus patebit demonstratio si ad sequentia attendamus; ductâ AI horizontali, Corpus ut dictum projectum cadet in I, positâ AI quadruplâ LB aut AR (283.). 289.

Dum Corpus per AB projicitur, motus hicce coincidit cum duplici motu horizontali & æquabili uno, verticali altero (179.). Ultimo motu Corpus adscendit & descendit; tempusque adscensûs æquale est tempori descensûs; ideò adscensus terminatur ubi Corpus motu horizontali dimidium AI, id est LG, percurrit; punctum ergo altissimum datur in verticali lineâ SC, quæ per G transit: Dentur verticales IE & BR, quarum prima AB continuatam secat in E; quia LG dupla est LB, id est AS dupla AR; est etiam CS dupla BR, aut GS, id est CG æqualis GS: Sed AI dupla est AS; ergo EI dupla CS, & quadrupla CG; etiam AE dupla AC. Dum Corpus motu projectitio percurrit AE; cadit per EI; dum percurrit

AC,

AC, cadendo quartam partem EI, id eſt, CG, percurrit (190.) tranſit idcirco in motu ſuo per punctum G; ſed punctum altiſſimum datur in lineâ CS, eſt ergo ipſum punctum G.

290. *Si detur curva, à Corpore percurſa, velocitas quam habet Corpus in puncto quocunque ut F, illa eſt, quam Corpus poteſt acquirere cadendo à lineâ horizontali per M ductâ ad punctum F.* Nam Corpus per planum quodcunque ex A, velocitate qua projicitur, adſcendere poteſt ad horizontalem hanc lineam (209.); ſi nunc planum detur ad F uſque cum ipsâ Corporis projecti viâ congruens, in F autem ſurſum deflexum, Corpus in F illam habebit velocitatem qua juxta planum hoc ad horizontalem memoratam pervenire poteſt, id eſt quam cadendo ab ipsâ horizontali ad F uſque acquirere poteſt (209.).

291. TAB. III. fig. 7. Sit Corpus ex A projiciendum per punctum H in I, poſitis tribus hiſce punctis in eodem plano verticali, & puncto medio ſupra lineam quæ reliqua duo jungit. Sit AL horizontalis & per tria puncta data ad hanc normales LE, ND, AM. Ex I per puncta A & H, ducantur lineæ IA, IH, quarum ultima ſecat AM in P; fiat GD æqualis AP, & habetur AD directio jactûs. Celeritas detegitur ſi ſumtâ AR quartâ parte AI; & ductâ verticali RB, quæ AD ſecat in B, ducatur BM ita, ut angulus ABM æqualis ſit angulo ARB, velocitas quæſita eſt quam Corpus acquirit cadendo ex M in A.

Corpus projectum percurrit æquabili velocita-

citate AE & AD, dum cadit per EI & DH: ut ergo demonstremus Corpus per puncta H & I transire, demonstrandum AEq se habere ad ADq, aut EIq ad DGq (4. 22. El. VI.), ut EI ad DH (190.).

In triangulis similibus, IHG, IPA; AI ad AG, ut AP, aut DG, ad DG minus GH, id est HD. Sed in triangulis similibus AEI, ADG; AI ad AG, ut EI ad DG; ergo EI ad DG, ut DG ad HD; idcirco EIq ad DGq, ut EI ad HD (20. El. VI.). Quod demonstrandum erat. Velocitatem autem ritè esse determinatam constabit ex collatione fig. 7. cum 6., si ad puncta B, M, attendamus, quæ in utrâque figurâ iisdem literis designantur. In fig. 6. demonstravimus Corpus projectum per AB, velocitate cadendo per MA acquisitâ, transire per I, & hoc deduximus ex similitudine triangulorum AMB, BAR (384.); In fig. 7. illa eadem triangula quoque similia sunt, quod ex constructione sequitur; ergo eadem conclusio & in hoc loco obtinet.

CAPUT XIX.

De Viribus Centralibus.

Corpus in motu, motum in lineâ rectâ continuat (174.) & ab eâ non recedit, nisi impulsu novo agitetur; post impulsum motus est compositus, ex duobus nascitur tertius etiam in lineâ rectâ (179.). Si ergo 392.

Cor-

Corpus movetur in curvâ; omnibus momentis novo impulsu agitatur; curva enim ad rectas lineas revocari non potest; nisi concipiatur divisa in partes infinitè parvas. Exemplum talis motus habemus in Projectione gravium (278.): aliud habemus in omnibus motibus circa punctum quasi Centrum.

293. *Corpus quod continuò Centrum aliquod versùs pellitur, si projiciatur secundum lineam quæ per hoc Centrum non transit, curvam describit:* &

294. *in omnibus punctis conatur ab hac curvâ recedere secundum directionem* curvaturæ, id est, *tangentis ad curvam;* ita ut si Vis illa subitò ab actione cessaret, Corpus in rectâ lineâ per tangentem illam motum continuaret.

Lapis fundæ impositus, & in gyrum agitatus, curvam describit, quia funda manum versùs omnibus momentis quasi retrotrahitur; si sibi relinquatur per curvę tangentem recedit.

DEFINITIO 1.

295. *Vis quâ Corpus in casu prædicto à Centro recedere conatur*, qualis est Vis qua funda agitata distenditur, *vocatur Vis Centrifuga.*

DEFINITIO 2.

296. *Vis* autem *qua Corpus Centrum illud versùs trahitur, aut pellitur, vocatur Vis Centripeta.*

DEFINITIO 3.

297. Nomine communi Vires hæ vocantur *Vires Centrales.*

298. *In omni casu Vis Centrifuga & Vis Centripeta sunt æquales inter se;* Prima enim est Corporis Resistentia dum hoc à Vi Centripetâ trahitur; hic applicanda sunt, quæ de Resistentiâ ex inertiâ dicta sunt (182.).

Vi

Vi Centripetâ Corpus retinetur in curvâ, & Centrifugâ conatur ex hac recedere. Funda agitata æqualiter utramque partem versùs distenditur (180.), & lapis eâ cum vi à manu conatur recedere, cum qua retinetur; id est, manum versùs trahitur.

Virium Centralium maximus usus est in Philosophiâ Naturali; Planetæ omnes in gyros moventur, & plerique, si non omnes, circa axes rotantur.

De Viribus Centralibus fusè agimus in Scholiis Elementorum; propositionum autem ibi demonstratarum præcipuas seligam, & hic explicabo.

Quando Corpus plano impositum, cum isto plano, æquali in tempore, circa commune Centrum revolvitur, & circulum describit; si Vis Centripeta, qua Corpus, omnibus momentis, Centrum versùs trahitur, aut pellitur, agere cesset, & planum eâdem celeritate motum continuet; Corpus à Centro recedere incipit, respectu plani, per lineam quæ per Centrum transit. Corpus 299. quidem per tangentem conatur recedere (294.); sed punctum circuli, cui respondet, eâdem velocitate, cum Corpore movetur, & motus, per tangentem circuli quiescentis, est, in primo momento, motus per radium circuli eâdem velocitate cum Corpore agitati.

Concipiamus Globum funi tenui cohærentem, cujus extremitas altera fixa est in Centro Orbis circa Centrum agitati, & cui Globus est impositus ita, ut eodem tempore cum illo circumrotetur; respectu Orbis quiescit Globus, & in eo situ solo fune, Centro Orbis

bis alligato, retinetur; nullam ergo impressionem in illo plano patitur, nisi qua funis distenditur, id est, cujus directio per Centrum Orbis transit; & sic, si sibi relinquatur, non potest in illo plano, in primo momento, secundum aliam directionem moveri. (*Exp.*)

300. *Corpus projectum, & Vi, Centrum versùs tendenti, agitatum, movetur in plano, quod transit per lineam juxta quam Corpus projicitur & per Centrum Virium.*

301. *Quando Corpus circa Centrum movetur, si inter movendum magis ad hoc accedat, acceleratur illius motus; retardatur contra, si à Centro recedat.* (Exp.).

In primo casu motus, ex Vi Centrali oriundus, conspirat, saltem pro parte, cum motu Corpori jam impresso; in secundo hi motus contrarii sunt.

Acceleratio hæc & Retardatio sequenti Legi subjiciuntur.

302. *Corpus, quod Vi Centrum versùs tendenti in curvâ retinetur, describit Areas, circa illud Centrum, temporibus proportionales.*

TAB. III. fig. 10. Detur Corpus curvam A B D E percurrens, in qua Vi Centrali ad C tendenti retinetur, si lineæ ducantur ad libitum ut A C, B C, D C, E C, Area trianguli mixti A C B se habebit ad Aream D C E, ut tempus in quo A B à Corpore percurritur ad tempus in quo percurritur D E.

303. Hujus propositionis inversa etiam constat; *Corpus quod movetur in lineâ aliquâ curvâ in plano, & describit Areas, circa punctum, temporibus proportionales, à rectâ lineâ detorquetur,*

&

& urgetur Vi tendente ad idem punctum.

De Viribus Centralibus inter se conferendis nunc agendum, quod ut fiat considerandum est Vim Centripetam esse Pressionem, quæ in Corpus agit. Cum in singulis punctis à lineâ rectâ detorqueatur Corpus, in singulis momentis deflexio à lineâ rectâ est effectus immediatus Pressionis, ita ut, quæ de Actionibus Potentiarum in Obstacula, sibi permissa, agentium demonstrata sunt, hic applicari possint (*66.*).

Quo major est quantitas materiæ in aliquo Corpore, eo major est hujus Vis Centrifuga, cæteris paribus; quia propter majorem Inertiam difficiliùs Centrum versùs trahitur. 304.

Si Fluida, quorum volumina æqualia inæqualiter ponderant, in spatio determinato includantur ita, ut graviora à Centro non possint recedere, nisi leviora ad hoc accedant, & disposita sint, ut pondere suo graviora Centrum petant; in motu circa hoc leviora Centrum versùs feruntur, & graviora Centrum fugiunt. (*Exp.*) 305.

Si Solidum cum Fluido spatio determinato includatur; si Fluido levius fuerit, ad Centrum accedit, si gravius, ab hoc recedit: Quæ omnia ex majori Vi Centrifugâ in graviori Corpore deducuntur. (*Exp.*) 306.

Quæ huc usque habuimus generalia sunt; sed distinctiùs Vires Centrales examinandæ sunt, & accuratè mensurandæ, ipsas conferendo inter se.

Vires hæ non modo respectu quantitatis materiæ differunt, sed etiam distantia à Centro 307.

tro mutationem affert, ut & celeritas cum qua circumvolvitur Corpus; præter hæc nihil in istis Viribus datur, ex quo differentia inter illas oriri possit, & in comparandis hisce illa sola consideranda sunt.

DEFINITIO 4.

308. *Tempus Periodicum, est Tempus in quo Corpus circa Centrum revolutum integram revolutionem peragit*; id est, si curvam describat, quæ in se redit, Tempus lapsum inter recessum à puncto & accessum ad idem punctum; si curva in se non redeat, pro puncto linea per Centrum transiens sumenda est.

Tempus Periodicum pendet a Corporis celeritate, & ideo in comparandis Viribus Centralibus Tempus hocce loco celeritatis considerari potest.

309. *Quando Tempora Periodica sunt æqualia, & distantiæ æquales à Centro, Vires Centrales sunt ut quantitates materiæ in Corporibus quæ revolvuntur* (70.). (Exp.)

310. *Quando quantitates materiæ in Corporibus circumrotatis sunt æquales, & Tempora Periodica æqualia, Vires Centrales sunt ut distantiæ à Centro* (71.). (Exp.)

311. *Quando Tempora Periodica sunt æqualia, sed distantiæ à Centro, & quantitates materiæ in Corporibus revolutis, differunt, Vires Centrales sunt in ratione compositâ, quantitatum materiæ, & distantiarum*; quod ex duabus ultimis propositionibus sequitur. Ut hanc rationem compositam determinemus, quantitas materiæ in unoquoque Corpore per suam distantiam à Centro multiplicanda est, &

& producta quæsitam inter se rationem habent (23. El. VI.). (*Exp.*).

Differentiæ Virium Centralium, ex differentiis distantiarum à Centro & quantitatum materiæ oriundæ, sese mutuò possunt compensare; & *positis quantitatibus materiæ in Corporibus circumactis in ratione inversâ distantiarum à Centro, Vires Centrales erunt æquales*; 312.
quantum Vis una alterâ major est respectu quantitatis materiæ, tantum hæc illam superat propter majorem distantiam (*Exp.*).

Casus hujus propositionis exstat, *quando duo Corpora filo juncta circa commune Centrum gravitatis revolvuntur*. Distantiæ enim ab hoc Centro sunt in ratione inversâ ponderum Corporum (109. 103.), & ergo Vires Centrales æquales. Vi qua Corpus unum à Centro conatur recedere, alterum ad Centrum trahitur; & propter Virium æqualitatem *sese mutuò retinent & motum continuant*; si circa aliud punctum revolvantur, motum continuare nequeunt, & Corpus, cujus Vis Centrifuga præpollet, à Centro recedit, Corpusque aliud secum fert. (*Exp.*). 313.

Differentia Virium Centralium ex differentiâ Temporis Periodici etiam determinatur.

Quando quantitates materiæ in Corporibus circumrotatis, & distantiæ à Centro, sunt æquales, Vires Centrales sunt in ratione inversâ quadratorum Temporum Periodicorum, id est, directè ut quadrata revolutionum eodem tempore peractarum. (*Exp.*). 314.

Quomodocunque inter se Vires Centrales differant, 315.

rant, ex jam dictis inter se possunt conferri; nam *sunt in ratione compositâ*, *ex ratione quantitatum materiæ in Corporibus revolutis* (309.) *& ratione distantiarum à Centro* (310.), *ut & ratione inversâ quadratorum Temporum Periodicorum* (314.). Multiplicando quantitatem materiæ in unoquoque Corpore per distantiam à Centro, & dividendo productum per quadratum Temporis Periodici, quotientes divisionum erunt in dictâ ratione compositâ, id est, ut Vires Centrales. (*Exp.*)

316. *Quando quantitates materiæ sunt æquales, distantiæ ipsæ per quadrata Temporum Periodicorum dividuntur, ad determinandam proportionem inter Vires Centrales.*

317. In hoc casu, *si quadrata Temporum Periodicorum fuerint inter se ut cubi distantiarum*, quotientes divisionum *erunt in ratione inversâ quadratorum distantiarum*; & in hac ratione etiam *Vires Centrales*.

318. *Si Corpora sint inæqualia, sed in hæc agant Vires Centrales ejusdem naturæ cum gravitate, non interest quæcunque sint massæ Corporum, aut quomodocunque moveantur, deflectuntur Centrum versùs, in momentis æqualibus, per Spatia, quæ sunt proportionalia ipsis Viribus* (89. 187.), *& propositio ultima etiam in Corporibus inæqualibus obtinet.*

Varias potest Corpus Vi Centrali curvas describere.

319. TAB. III. fig. 11. Ellipsin vocant Geometræ lineam ovalem, cujus hæc est descriptio; sit A *a*, recta: C punctum hujus medium; F, *f*, puncta à C æqualiter distantia; F G *f* filum, cujus extremi-

mitates in F & *f* fixæ sunt, quod æquale est lineæ A *a*. Tenso filo clavo G, hujus motu in plano in quo datur A *a* Ellipsis describitur. Si plano conus aut cylindrus secetur, sectio sæpe talis est linea. Puncta F, *f*, vocantur Foci; C Centrum; A *a*, Axis major; minor Axis B *b* per Centrum transit, perpendicularis est ad majorem, & ab utraque parte curvâ terminatur.

Ponamus Vim, de qua in ultimâ propositione locuti sumus, *quæ in Corpora mota ut in quiescentia agat, quæ æqualis sit ad distantias æquales à Centro, in diversis verò inversè ut quadratum distantiæ; hac poterit Corpus percurrere Ellipsin, cujus focorum alter cum Centro Virium coïncidit*; ita ut Corpus describat curvam in se redeuntem, & in singulis revolutionibus semel accedat ad Centrum Virium, & semel ab hoc recedat. In recessu minuitur Corporis celeritas (301.), & quidem ita, ut Vis Centralis, quamvis ipsa minuatur, viam Corporis satis flectat, ut hoc ad Centrum magis accedat. Accessu autem Corporis augetur celeritas, inflexio viæ minuitur, & à Centro iterum recedit. 320.

Circulus ad hoc genus curvarum pertinet, coïncidentibus focis cum Centro. Et *posito Corpore quod*, ut diximus, *Ellipsin describit, aliud eâdem Vi circa idem Centrum in circulo retinebitur*, si hoc justâ velocitate perpendiculariter ad lineam, quæ per Centrum transit, projiciatur. *Si* Circuli *diameter æqualis sit Axi majori Ellipseos, eâ agitabitur* Corpus *velocitate, qua gaudet Corpus in Ellipsi, eo momento* 321.

quo per extremitatem unam aut alteram axeos minoris transit, & *æqualibus Temporibus Corpora hæc ambo revolutiones peragent*.

322. Corpus potest tali celeritate projici, ut in recessu à Centro Vis, quæ auctâ distantiâ minuitur, non valeat ad viam ita inflectendam, ut Corpus redeat; percurrit in hoc casu Corpus aliam ex sectionibus conicis, Parabolam, aut Hyperbolam.

323. *Si Vis Centralis juxta aliam proportionem quamcunque in recessu à Centro decrescat, non poterit Corpus lineam in se redeuntem, & à circulo parum aberrantem, describere*.

324. Sed *si Vis decrescat juxta proportionem parum ab hac aberrantem, poterit curva à Corpore descripta referri ad Ellipsin mobilem*, cujus nempe axis, in plano, in quo Corpus revolvitur, movetur motu angulari, manente foco

325. in Centro virium. *Motus* autem *axeos in eandem partem dirigitur cum motu Corporis, si Vis celeriùs decrescat auctâ distantiâ quam pro ra-

326. tione inversâ quadrati distantiæ: Si* verò *Vis tardiùs*, id est minus, *decrescat in recessu à Centro, motus Ellipseos in contrariam partem dirigitur*.

327. *Corpus etiam Ellipsin describit, si Vis Centralis, in recessu à Centro, crescat, & sit ubique in ratione distantiæ à Centro, quod in hoc casu cum Centro Ellipseos coincidit*. (Exp.)

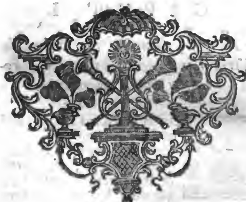
328. *Si* etiam *Vis juxta aliam rationem crescat, curva non in se redit*, sed potest sæpe ad Ellipsin, circa Centrum in plano mobilem, referri (*Exp.*). Unde sequitur, si ad n. 323.

329. attendamus, *nullâ Vi Centrali, ad æquales distan-*

ſtantias æqualiter agenti, curvam poſſe deſcribi in ſe redeuntem, excentricam, id eſt cujus Centrum cum Centro Virium non coïncidit, *&* *à circulo parum aberrantem, præter Ellipſin, in cujus focorum altero Centrum Virium datur, Vimque Centralem, in hoc caſu, ſequi rationem inverſam quadrati diſtantiæ.*

Circulum autem, *cujus Centrum cum Centro Virium coïncidit, poſſe deſcribi Vi, juxta rationem quamcunque creſcente aut decreſcente*; ſi modo ad diſtantias æquales æqualiter agat, facilè patet. 330

FINIS LIBRI PRIMI.





PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.



LIBRI II.

Pars I. De Viribus insitis.

CAPUT I.

De Naturâ, Genesi, & Destructione Virium in genere, barumque differentiis cum Pressionibus.



Orpus quiescens Motui resistit; non quamdiu quiescit, sed dum Motum acquirit (13.): Corpus, quod movetur, Accelerationi & Retardationi resistit; non quamdiu Velocitatem servat, sed quando hæc mutatur, sive aucta, sive imminuta fuerit (182.).

331 Universaliter ergo, *Corpus, quod Velocitatem acquirit, aut amittit, resistit*; quæ Resisten-

ſtentia, in ultimo caſu Actio vocatur.

Corpus enim quod Motum acquirit inertiâ reſiſtere, ſi Motum amittat, Vi inſitâ agere, dicitur: ſed hæc relativè tantùm differunt. *Acquirere Velocitatem, & Velocitatem amittere, ſæpe eandem mutationem in Motu exprimunt.* 332.

333. Corpus quod habet decem gradus Velocitatis, & quatuor amittit, eandem Velocitatem acquirit in Nave, Velocitate decem, aut majori, motâ ad eandem partem ad quam tendit Corpus; & illud, quod in Nave habetur pro Actione, quâ Motus communicatur, ſi ad Navem non attendamus, vocatur Effectus, quo idem ille Motus conſumitur: id eſt Corporis, de quo agimus, Reſiſtentia, dum Motus mutatur (332.), habetur pro Effectu Inertiæ ab eo, qui in Nave eſt, & ad hanc ipſam Motum refert, pro illo autem qui, non attendendo ad Navem, Motum conſiderat, Corpus Vi ſuâ inſitâ agit.

334. *Relativè* ergo *tantùm differunt Inertia & Vis; & eadem Reſiſtentia, ex mutato Motu oriunda* (332.), *ad Inertiam, aut ad Vim, refertur, prout mutatio hæc pro augmento, aut diminutione Motûs habetur.*

Poſitâ hac relativâ diſtinctione inter Inertiam & Vim, videmus *Corpus quieſcens non habere Vim*; nam Motum amittere non poteſt, neque Vi ſuâ agere; *Inertiâ* autem *reſiſtere poteſt Corpus, ſive quieſcat, ſive moveatur.* 335. 336.

337. *Vis* ergo *illud eſt*, quo Corpus motum à quieſcente diſtinguitur, & *quo Corpus Facul-*

 ta-

tatem acquirit agendi in Obſtaculum. Sed ver-
338. ba hæc relationes exprimunt, *moveri & quieſcere, agere & reſiſtere, relativè tantùm differunt*.

Ex quibus ſequitur, illa, quæ ad hanc materiam pertinent, duobus modis conſiderari poſſe, ad Virium Geneſin, aut ad ipſarum Deſtructionem attendendo.

339. *Preſſione Vim generari*, ex ante dictis facilè deducimus; vidimus enim, hac Corpus ex
340. loco moveri, *ſi non* contrariâ *Actione retineatur* (181.). Quacunque Celeritate *Corpus* cedit, hanc in perpetuum ſervabit, quamdiu causâ extraneâ non deſtruitur (174.). Si continuetur Preſſio in Corpus, *augetur Celeritas* jam acquiſita, illudque *quamdiu Corpus premitur*.

Nulla unquam datur Preſſio ſine Reactione ipſi Preſſioni æquali (180.); ubi non contrariâ Preſſione deſtruitur, ſed Obſtaculum movet, Preſſio, Vimque generat, Obſtaculi Inertiæ, ut vidimus, Reſiſtentia, aut Reactio, tribuenda eſt (182.).

341. *Pro parte ſæpe contrariâ Preſſione deſtruitur Preſſio, quod ſupereſt in hoc caſu movet Obſtaculum, & Vim generat*; ſic Navis quæ fune trahitur, ab aquâ patitur Reſiſtentiam: quamdiu hæc minor eſt Preſſione illâ, quâ funis trahitur, augetur Navis Celeritas, & Reactio, quæ Actioni æqualis eſt, cum utramque partem versùs funis æqualiter diſtendatur, pro parte inertiæ Navis tribuenda eſt. Ubi, auctâ Celeritate, eò uſque Reſiſtentia aquæ crevit, ut ſola Actionem deſtruat, quâ Na-

Navis protrahitur, Motu æquabili, Vi insitâ, progreditur hæc; duabus Pressionibus, in hanc agentibus, sese mutuò destruentibus; ut de Curru antea observavimus (182.).

In omni casu in quo Pressione Obstaculum movetur, aut hujus Motus augetur, non contrariâ Pressione in totum destruitur Pressio, quare *Vis generatur*. 342.

Pressio, in instanti infinitè exiguo, Velocitatem, ideòque Vim, infinitè exiguam Corpori tantùm communicare potest; *Vis* ergò est Effectus Pressionis, quæ per tempus finitum in Corpus egit, & *valet Actionem Pressionis, quæ ipsam communicavit*; Effectus enim integræ Causæ respondet: idcircò Vis æqualis est Actioni integræ, quam exerit Pressio, dum per tempus finitum agit. Pressio verò ipsa singulis momentis, infinitè exiguis, destruitur; & quando de ejus magnitudine agitur, Actio, quam in tali instanti præstat, considerari tantùm debet; hæc enim distincta est ab Actione Pressionis, quæ momento præcedenti egit, aut in sequenti aget. Unde sequitur *Vim Pressionem superare, quantum tempus finitum momentum infinitè exiguum excedit*. 343. 344.

Ergo *Pressio omnis respectu Vis insitæ est infinitè exigua*. 345.

Idcirco *Vis minima maximam potest superare Pressionem*. 346.

Qui conati sunt Experimentis Pressionem cum Vi insitâ conferre, effectum Pressionis considerarunt, in quo Corpus fuit confractum, aut Partes intropressæ, quod sine 347.

Mo-

Motu locali, ideòque Genesi Vis insitæ (342.), fieri non potuit; cujus Vis insitæ effectus, cum effectu alius Vis fuit collatus.

Cum quotidianis quoque Observationibus congruit, Ictum minimum majorem esse Pressione quacunque. Detur enim Pressio, quantumvis magna, si ipsi opponatur Obstaculum, quod, per tempus minimum, ab ipsâ superari non potest, in perpetuum non poterit. Ictus tamen quantumvis exiguus, sæpius repetitus, Obstaculum omne destruere potest.

In his omnibus non agitur de Pressione infinitè magnâ, quæ tempore finito Vim generat infinitè magnam.

Quando Pressio Vim generat, non in Acceleratione æquales gradus Velocitatis æqua-
348. li Actione communicantur; *ut enim æquales gradus Velocitatis Corporibus æqualibus*, quorum unum quiescit, alterum movetur, *æqualibus Actionibus, communicentur; requiritur ut illud, quod in Corpora agit, respectu utriusque eandem habeat relationem*; id est, desideratur ut causa movens, eâdem Velocitate cum Corpore moto feratur, in quod tunc
349. poterit agere ut in Corpus quiescens: *Actio* autem, *quâ Causa movens transfertur, superaddenda est Actioni hujus ipsius, ut habeamus Actionem integram quâ Corpus movetur*. Utraque enim Actio ad Corpus movendum im-
350. penditur. Hinc deducimus *difficiliùs Corpus accelerari quàm moveri, & eò majori difficultate, quò majorem jam habet Velocitatem*.

Ut

Ut Presio auget Velocitatem, ideoque *Vim*, sic etiam hanc *Pressione minui posse*, satis manifestum est; Vimque destruere Actionem contrariam, dum consumitur: quæ Resistentiæ destructio vocatur Effectus ipsius Vis, ut jam diximus (333.). 351.

Corpus autem ipsum dum agit, nullam patitur Actionem, exceptâ Reactione ex Obstaculi Resistentiâ, quæ Reactio, cùm Actioni æqualis sit (180.), sequitur *Corpus pati quantùm agit; & Actionis Effectum in Obstaculum sequi rationem ipsius Vis amissæ*; diminutio enim ipsius Vis est Effectus Reactionis; unde deducimus, Vires integras proportionales esse Effectibus quibus consumuntur, quod etiam aliâ consideratione evidens est. 352.

Nunquam Corpus, in instanti indivisibili, Motum acquirit, aut amittit; fit hoc semper successivè: & ut Actio integra, quâ Motus communicatur, valet summam omnium Actionum minimarum, quibus successivè agentibus, Motus fuit communicatus (340. 343.); sic Actio integra ipsius Corporis valet summam Actionum minimarum, successivarum, quibus Motum consumsit Corpus. 353.

Quò major est Resistentia, quam certo momento patitur Corpus, eò ipsius Actio in hoc ipso instanti major est. Ideò, si continuetur Resistentia, quò major hæc erit, eò citiùs integram Corpus amittet Vim; Effectus tamen diversus non erit; nam Vis quæ Resistentiâ destruitur, proportionem sequitur 354.

tur ipsius Resistentiæ, & Temporis per quod egit; id est Vis amissa sequitur rationem compositam Resistentiæ & Temporis; quam eandem rationem sequitur Actio Corporis; & Effectus quem edit.

355. Ita ut iterum pateat *Vim amissam Effectui, quem edit dum destruitur, proportionalem esse, sive breviori sive longiori Tempore destruatur*: Demonstravimus superiùs, Vim æqualem esse Actioni quâ communicatur (343.); ex his autem patet etiam æqualem esse Vim Actioni quâ consumitur; Unde deducimus,

356. *eâdem Actione gradum quemcunque Velocitatis tolli, quâ communicari potest*. Æquali Actione quâ Corpori, quod novem habet gradus Velocitatis, decimus superadditur, si decem haberet, ad novem reduceretur.

357. Ex quibus sequitur *Corpus difficiliùs accelerari quàm retardari*. Si Corpus decem habeat gradus Velocitatis, faciliùs tollitur decimus quàm communicatur undecimus (350. 356.).

Ex his generalioribus de Viribus insitis harum Mensura deducenda erit; non autem quæ de Mensurâ Pressionum demonstrata sunt, ad Vires immediatè referre debemus; toto Cœlo enim differunt hæc duo Pressio & Vis.

358. 1°. *Pressio in loco agere potest*, *Actio* autem *Vis insitæ est de loco in locum*: nisi enim Corpus sit in Motu, Vi insitâ agere non potest; etiam ut inertiâ resistat, ex loco moveri debet.

2°.

2°. *Intensitas Pressionis* in punctum, cui immediatè applicatur, determinata est in singulis momentis, *pendet* hæc *ab ipsâ Pressione*. *Intensitas Actionis Vis* cujuscunque *insitæ*, non ab hujus magnitudine, sed *ab Obstaculo pendet*, quod in infinitum, manente Vi, variari potest (354.). 359.

3°. *Actio Pressionis* est indeterminata: *mutatur pro circumstantiis* (79.), &, *cæteris paribus, sequitur rationem Temporis per quod egit*. *Vis autem Corpori insita, datis ipsius Massâ & Velocitate, determinata est, & determinatum tantùm edere potest Effectum*, qui breviori, aut longiori præstatur tempore, pro majori, aut minori, quam patitur, Resistentiâ (354.). 360.

4°. *Pressio* nullâ datur sine Resistentiâ (181.); *si non agat, non est Pressio*. *Insita* autem *Vis Corpori inhæret*, & *quamdiu* Corpus, eâdem Velocitate, servatâ suâ Directione, in Motu perseverat, *non agit* Vi suâ, hancque integram servat. 361.

5°. *Pressio & Vis sunt inter se incommensurabiles*; hæc infinitè magna est respectu illius (345.). 362.

6°. Tandem *Pressio oppositam Pressionem immediatè destruit*; demonstrabimus verò in sequentibus, *Vim nunquam contrariam Vim immediatè destruere posse*. 363.

CA-

CAPUT II.

De Mensurâ Virium ex harum Genesi.

364. PRessione Vim generari vidimus, hancque esse æqualem integræ Actioni, quâ communicata fuit (343.); quare de integrâ hac Actione determinandâ nunc nobis agendum est.

365. Actionem Pressionis, cæteris paribus, sequi rationem Intensitatis suæ manifestum est (78.).

366. *Actionem, datâ Pressionis Intensitate, sequi rationem* Spatii percursi, certo Tempore, à Puncto cui applicatur, quoque vidimus (79. 180.). Hoc fundamento nituntur omnia quæ de Æquilibrio demonstrata sunt; unius unciæ pondus sustinet integræ libræ conatum, quando, datâ Punctorum quibus applicantur agitatione, illius Spatium percursum decies & sexies superat Spatium quod integra libra eodem Tempore percurrit. Spatium autem, certo Tempore percursum, sequitur rationem *Velocitatis puncti translati* (57.).

367. Tandem Actionem Pressionis, quæ per Tempus agit, hujus Temporis rationem sequi quoque clarum est.

368. Ergo *Actio integra Pressionis est, ut hujus Intensitas* (365.), *ut Velocitas Puncti cui applicatur* (366.), *& ut Tempus per quod egit* (367.), id est, sequitur rationem composi-

tam

tam ex hisce tribus rationibus; estque ut productum quod habetur multiplicatis hisce tribus; & nihil præterea in hac determinatione considerandum esse satis clarè patet.

Si, durante Actione, Potentiæ Intensitas, aut Puncti Velocitas, varientur, *pro singulis momentis Actio determinanda est, & summa omnium Actionum minimarum valebit Actionem integram*: cui Vis communicata æqualis erit (343.); si nullum alium, præter generationem ipsius Vis, præstiterit Effectum. 369.

Spatium percursum sequitur rationem Temporis & Velocitatis (59.); Unde deducimus considerationem Temporis & Velocitatis, in indicatâ computatione, negligi posse, si modò attendamus ad *Spatium percursum à Puncto quod premit*; & Spatium hoc *ductum in Intensitatem Pressionis, exprimet Vim communicatam.* 370.

Si *Punctum, dum percurrit Spatium determinatum* AB, certâ Vi premat, id est, *si Intensitas Pressionis determinata sit, eandem præstabit Actionem, sive celerius, sive lentius, moveatur*; Tempus enim minuitur, quantum Velocitas augetur, & vice versâ; id est, quantum Actio unius respectu minuitur, in tantum alîus respectu augetur (366. 367.); ideo *in hoc casu ad Tempus non attendimus.* 371. TAB. IV. fig. 9.

Si Pressionis Intensitas varietur, sed in singulis punctis lineæ determinata sit; in singulis Spatiolis Actio quoque determinata erit; & summa Actionum minimarum quoque eadem erit, quocunque tempore linea à Puncto premente fuerit percursa. 372.

Ca-

373. Casus hic exstat, quando Lamina elastica inflexa, (quam in sequentibus *Elasterium* vocabimus) relaxatur. Tunc Punctum premens Spatium percurrit ut A B; & in variis relaxationibus, positâ singulis vicibus eâdem Elasterii inflexione, eadem est Actio; quia singulis vicibus idem Spatium percurritur, & in puncto quocunque determinato, ut C, Viæ percursæ, eadem est Pressionis Intensitas, in singulis relaxationibus.

374. Ergo *idem Elasterium, eodem modo flexum, dum relaxatur, æqualem semper Vim Corpori communicat, sive lentiùs sive velociùs relaxetur*, si Elasterii inertia à Corporis inertiâ non separata sit; quod obtinet, si Elasterium partem Corporis constituat. (*Exp.*).

Videamus nunc quæ ad comparationem Virium immediatè pertinent.

Singulas æquales Materiæ particulas, eodem modo motas, æqualibus Viribus agi-
375. tari clarum est, *si* ergo *duo Corpora, æqualibus Velocitatibus ferantur, sunt Vires*, ut numeri particularum in singulis, id est, ut quantitates Materiæ, aut *ut Massæ*; hoc nomine enim Materiæ quantitatem in Corpore exprimimus.

Si Massæ conveniant, sunt Vires, ut Actiones, quibus Velocitates diversæ ipsis communicantur (343.).

376. Corpori autem quod Motum acquirit, non subitò communicatur Velocitas determinata (353.); successivè transit per omnes hujus gradus minores, dum continuata Actio in illud datur. Ponamus hanc esse Pressionem,

nem, cujus Intensitas maneat, dum hujus Actio continuatur ita, ut Actio immediata in Corpus sit continuò eadem; quod obtineri non poterit, nisi Punctum premens eâdem Velocitate cum Corpore continuò feratur (348.); in hoc autem casu, æqualibus temporibus, æquales gradus Velocitatis Corpori communicantur (348.); & Velocitas est ut Tempus per quod Pressio in Corpus egit: Ponimus Corpus non retineri, & Pressionem nullum alium præstare Effectum.

Ponamus lineam AB repræsentare Tempus, per quod Pressio egit; BC Velocitatem Tempore AB communicatam; DE, parallela BC, repræsentabit Velocitatem Tempore AD Corpori impressam. 377. TAB. IV. fig. 10.

Si AB concipiamus divisam in innumeras partes æquales, infinitè exiguas; in hisce singulis, propter Tempora æqualia, & Intensitates æquales, Actiones erunt ut Velocitates (366.).

Ergo in eâdem ratione Corporis Resistentiæ (180.). Unde generalem deducimus conclusionem, *Corpus, quod determinatum gradum Velocitatis, infinitè exiguum, acquirit, Accelerationi resistere in ratione Velocitatis, quam habet.* 378.

Unde sequitur *Actionem, quâ Velocitas Corporis, quod jam Velocitate finitâ movetur, gradu infinitè exiguo augetur, in infinitum superare Actionem, quâ æqualis gradus infinitè exiguus Corpori quiescenti communicari posset.* 379.

Actio in momento, quod respondet Temporis instanti D, lineâ DE repræsentatur; omnesque lineæ similes repræsentant Actiones in momentis, quae ipsis respondent; &

omnes simul repræsentant integram Actionem. Harum linearum non mutatur ratio, si singulis eandem latitudinem concedamus (1. El. vi.), & quidem illam, quæ valet lineolam, quâ unum, ex memoratis momentis, infinitè exiguis, exhibetur; sed in hoc casu omnes lineę simul efficiunt superficiem A B C; quæ ergo integræ Actionis, ideòque ipsius Vis communicatæ (343.), rationem sequitur.

380. Idcircò positis, *in eodem Corpore*, Velocitatibus ut D E, B C, *Vires sunt* ut superficies A D E, A B C; id est, *in duplicatâ ratione, aut ut quadrata, Velocitatum* (19. El. vi.).

Casus, quem examinavimus, exstat in Corporibus cadentibus, & circa quæ demonstravimus, ratiocinio huic simili, Spatia cadendo percursa, ab initio casûs mensurata, esse inter se, ut quadrata Velocitatum cadendo
381. acquisitarum (190.); unde deducimus, *Vim, cadendo acquisitam, esse ut altitudinem, à quâ Corpus cecidit* (208.); *&* hinc sequitur *Gravitatem, quæ, æqualibus temporibus, æquales Corpori communicat gradus Celeritatis* (186.), *non eidem æquales gradus Vis communicare* (378.); sed illud, quo Corpus ad tellurem tendit, cum ipso Corpore moveri (376.), dum in Corpus motum agit, ut in quiescens (187.).

382. *Vires, Corporibus motis insitæ*, non possunt differre nisi respectu quantitatis Materiæ in Corpore, aut Velocitatis, quâ hoc fertur; unde universalem comparandarum Virium deducimus Regulam; *sunt* enim *in ratione compositâ Massarum* (375.), *&* *quadratorum Velocitatum* (380.).

Qua-

Quare æquales sunt Vires, si Velocitatum quadrata fuerint inversè ut Massæ. 383.

Tales etiam sunt Velocitates, quæ Actionibus æqualibus, (quales sunt Elasteriorum æqualium, similium, & æqualiter inflexorum, relaxationes, quando Elasteriorum Inertia à Corporum Inertiâ non differt (374)), Corporibus inæqualibus communicantur. (*Exp.*). 384.

Ex propositione hac (383.) facilè deducimus, *Vires cadendo acquisitas* quoque *esse æquales, si altitudines fuerint inversè ut Massæ* (381.). 385.

Si Corpora duo agitata fuerint Velocitatibus, quæ sint inversè ut Massæ, Vires erunt in eâdem ratione inversâ Massarum, id est, *ut Velocitates*. Nam, in hoc casu, productum Velocitatis per Massam idem est pro utroque Corpore (16. El. VI.). Sint Corpora A & B; si hoc productum multiplicetur per Velocitatem Corporis A, dabitur hujus Corporis Vis (382.); Vis Corporis B habetur, multiplicando idem productum per Velocitatem ipsius B; Vires ergo sunt ut hæ ipsæ Velocitates (15. El. V.). 386.

CAPUT III.

De Virium Destructione.

VIm, Corpori insitam, agendo consumi vidimus: Actionemque sequi proportionem Vis amissæ (352.). Unde sequitur per ipsum Effectum Vim mensurari posse (355.); 387.

hæc enim valet integram Resistentiam, aut Actionem contrariam, quâ destruitur (180.). Considerando nunc Pressionem, cujus Intensitas manet, & quâ Vis destruitur, demonstratione simili illi, quam de Genesi Virium proposuimus (377.), constabit quoque ejusdem Corporis Vires esse ut quadrata Velocitatum, ut hoc vidimus (380.). Sed de novo Virium mensuram determinare, necesse non est; ex iis quæ habuimus in Capite primo hujus Libri, quæ mensuram Effectuum

388. spectant (356.), deducimus: *Si Corpora agendo integras amittant Vires, Effectus sequuntur rationem compositam Massarum & quadratorum Velocitatum* (382.) (Exp.).

389. *Quando Corpus, Cavitatem formando in Corpore molli*, cujus partes similes sunt, & æqualiter cohærent, & compressæ ita cedunt, ut inter vicinas penetrent, *Motum amittit*, superat Pressionem, quâ partes inter se cohærent, & Resistentiâ, quam hanc superando Pressionem patitur Corpus motum, Vis hujus minuitur, & tandem in totum destruitur: *Effectus* ergo *Vis* in hoc casu, dum Corpus amittit Motum, est separatio partium Corporis mollis, quæ juxta se invicem moventur; qui Effectus *proportionem sequitur numeri particularum motarum, & spatii ab his, in motu juxta se invicem, percursi*; & sive hoc lentius, sive celerius fiat, cohæsio superanda

390. eadem est; unde deducimus, *Vires esse æquales, quæ formando in eodem Corpore molli, Cavitates æquales, & similes, consumuntur; sive longiori, sive breviori tempore hæ efficiantur.*

Ta-

Tales poterunt Corpora formare Cavitates, si quadrata Velocitatum fuerint inversè ut Massæ (383.) (*Exp.*).

391. In hoc eodem casu si inflectendo partes Corporum elasticas Vires Corpora amittant, & Elasteria fuerint similia & æqualia, inflexiones erunt æquales (355.) (*Exp.*).

392. Quando Cavitas formatur, singula augmenta minora sunt inter se ut numeri particularum quæ cedunt, & ut spatia per quæ inter alias moventur; id est, augmenta hæc sunt ut Vires quas Corpus hæc augmenta formando amittit (389. 355.): ideoque augmentorum summa, id est integra *Cavitas*, *sequitur* 393. *proportionem* summæ Virium amissarum, id est, *Vis amissæ in formatione integræ Cavitatis.*

394. *Idem ergo Corpus, determinatâ Velocitate motum, si consumat Vim intropremendo partes Corporis mollis, Cavitatem efficiet determinatæ magnitudinis, quamcunque figuram hæc habeat* (Exp.).

395. Universalis autem est Demonstratio de formatione Cavitatis (392.); Unde sequitur, *Cavitates quæ in Corpore molli uniformi*, cujus partes similes sunt inter se, & æqualiter cohærent, & compressæ inter reliquas cedunt, (de tali enim in his agitur), *à Corporibus formantur, quæ Vires integras his actionibus consumunt, esse inter se in ratione compositâ Massarum Corporum, & quadratorum Velocitatum, quamcunque Cavitates figuram habeant* (393. 382.) (Exp.).

Hanc autem habebunt rationem inter se,

numeri Cavitatum à diversis Corporibus formatarum, si Corpora varias forment Cavitates æquales inter se (*Exp.*).

396. Experimenta quæ ultimùm memoratas confirmant propositiones, etiam quæ de Tempore antea dicta sunt (390.) illustrant; sed & hæc clariùs sub oculos ponuntur, si idem Corpus bis eâdem Velocitate motum, in idem Corpus molle incurrens, Vim amittat, diversas formando Cavitates; longiori enim Tempore efficitur illa, quæ magis profunda est, quia de eâdem Velocitate agitur, ambæ tamen sunt inter se æquales. (*Exp.*)

Circa Tempora, quibus Cavitates diversæ in eodem uniformi Corpore molli impactu Corporum duriorum formantur, in genere hæc duo indicabo.

397. *Quando Cavitates sunt similes utcunque inæquales, Cubi Temporum sequuntur rationem directam Massarum, inversam Velocitatum Corporum quibus formantur.*

398. *Si varia Corpora terminentur figurâ formatâ revolutione ejusdem Parabolæ circa axem, & Corpora hæc duriora incurrant in idem uniforme Corpus molle, superficie planâ terminatum, dum ipsa juxta axeos Parabolæ directionem feruntur, Temporum quadrata, quibus Corpora Cavitates formando amittunt Vires, sunt ut ipsorum Massæ*; idcircò idem Corpus quacunque Velocitate feratur, positis memoratis circumstantiis, æquali Tempore motum amittit.

L I.

LIBRI II.

Pars II. De Corporum Collisione simplici, directâ, obliquâ, & compositâ.

CAPUT IV.

De Corporum Collisione simplici, directâ.

DEFINITIO 1.

Celeritas, quâ duo Corpora ad se mutuò accedunt, aut separantur, vocatur Celeritas respectiva. 399.

Quando Corpora ambo ad eandem partem tendunt, ad se invicem accedunt, aut separantur, Velocitate, quæ æqualis est differentiæ Velocitatum absolutarum. 400.

Velocitas autem respectiva est summa Velocitatum absolutarum, si Motuum directiones sint contrariæ. 401.

DEFINITIO 2.

Impactio directa dicitur, quando ita concurrunt, ut nulla ratio detur, quare potius ad unam, quàm ad aliam partem, deflectantur; adeo ut in eâdem lineâ, ante & post concursum, Motus detur, si hic non omnis destructus fuerit. 402.

In tali Impactione hæc tria concurrere debent. Ut directio Motûs, aut Motuum, quando ambo moventur, transeat per singu- 403.

lorum Gravitatis Centra; ut hæc eadem linea, quæ per ambo Centra Gravitatis transit, secet partes superficierum quæ in se mutuò incurrunt; tandem ut hæ superficies, quæ in se mutuò incurrunt, ad lineam, quæ per Centra Gravitatis transit, sint perpendiculares.

DEFINITIO 3.

404. *In omni alio casu Ictus dicitur obliquus.*

405. *Quando Corpus motum in aliud incurrit*, in hoc agit, actioque rationem sequitur resistentiæ quam patitur (354.); & *quantum agit tantum ex vi insitâ amittit* (355.).

406. Non hic agam de Corporibus perfectè duris, talia nulla novimus; si autem darentur, in Collisione confringerentur, ut ex horum definitione (33.), & numero sequenti 408. facilè deducitur.

407. *Omnia Corpora nobis nota constant ex partibus inter se cohærentibus*, vi cujus effectum novimus, & cujus causa nos latet (38.): Sed verâ *Pressione* partes inter se cohærere, cuicunque causæ hanc tribuamus, in dubium nemo vocabit.

408. Nulla datur Pressio, quæ minimâ insitâ vi superari non potest (346.); ergo *nulla datur Corporum Collisio sine quadam partium intrecessione.*

De Collisione Corporum in genere hoc capite agam; explicandum ideò *quid obtineat*
409. *in Corporibus non elasticis*; nam & hoc ipsum *in elasticis locum habet*, *in momento in quo Corpora concurrunt*, antequam partes intropressæ ad pristinam figuram redeant.

Hac

Hac figuræ instauratione *Corpora elastica* sese mutuò repellunt; idcircò *post Ictum separantur*. Nulla autem talis datur actio *si omni* 410.
elasterio destituantur; ergo *post Impactum directum non separantur*; nam in Impactione hac directio mutari non potest (402.); *&* ideò, si non ambo Ictu quiescant, *in eâdem lineâ ambo motum continuant, in quâ ante Ictum movebantur*, & in quâ à se invicem non repelluntur. 411.

Dum partes Corporum intropremuntur, destruitur vis (351.) quæ Pressionem quâ cohærent (407) superat; Ergo *Corpus in aliud incurrere non potest, aut duo in se mutuò, sine diminutione summæ Virium* (408.); *si nempe Corporum detur Collisio*. 412.

In Corporibus elasticis partes ictæ ad pristinam redeunt figuram, & redeuntes premunt Corpus, cujus actione intropressæ fuere; hac pressione nova generatur Vis, sed de hac nondum agimus, *in ipsis Corporibus elasticis datur, ante figuram instauratam, diminutio Virium, de quâ hic agimus*. 413.

Non tamen in omni motu Corpori impresso partium datur introcessio, *quando* enim *Corpus*, non ictu aliûs Corporis, sed *Pressione movetur, si hæc minor sit illâ quâ partes cohærent, sine partium introcessione Corpori motus communicatur*. 414.

Nulla in Corporum mutuâ actione Vis destruitur, præter illam, quâ partes intropremuntur. Quod in duobus casibus, ad quos omnes referri possunt, demonstrabimus. 415.

Ponamus primò Corpora ad eandem partem 416.

tem

tem tendere; antecedens necessariò tardiùs alio movetur, & ictu acceleratur; consequens verò, quia in aliud agit, ex vi suâ amittit. Effectus vis amissæ est augmentum vis in antecedente, ut & introcessio partium; effectus hic valet vim amissam à consequente (352.). Sed illa, quam acquisivit antecedens, non est vis destructa, ergo sola hæc destruitur, quâ partes introcedunt.

417. Secundò, tendant Corpora in partes contrarias. Corpus quod incurrit in Obstaculum molle & fixum, totam intropremendo partes vim amittit; nullum enim alium edit effectum: & totam intropremendo partes amittit vim; quia Obstaculum satis resistit.

Non minor est resistentia, quando Obstaculum non est fixum, sed ipsum motu contrario ad Corpus accedit; quare Corpus in hoc casu non minorem intropremendo partes exerit effectum, totamque etiam Vim hac actione consumit.

Duobus autem datis Corporibus, in contrarias partes latis, utrumque est Obstaculum respectu aliùs, & utrumque intropremendo partes Vim consumit. Si verò unum ante aliud totum amittat Motum; eo momento in casum jam examinatum incidimus, & universalis est demonstratio.

418. Paradoxam autem hanc propositionem, *Vim nunquam immediatè Vim destruere*, Experimentis extra dubium ponimus. (*Exp.*)

Motu duobus Corporibus communi Corpora hæc in se mutuò agere non possunt;
419. pendet ergo Ictus à *Velocitate respectivâ*, qua

qua *manente*, *Intensitas Impactionis eadem erit*, *quomodocunque Celeritates absolutæ varient*; ab intensitate hac pendet *Partium introcessio*, 420.
quæ ergo *semper eadem erit*, *si duo Corpora eâdem Velocitate respectivâ in se mutuò incurrant*, *quibuscunque Velocitatibus moveantur*. (Exp.)

Vires æquales consumuntur in formandis Cavitatibus æqualibus (393.); nulla Vis perit nisi quæ in Cavitatibus formandis consumitur (415.); ergo *quomodocunque duo Corpora moveantur*, *si eadem fuerit Velocitas respectiva*, *eadem vis Ictu destructa erit* (420.). 421.
(Exp.). Hanc idcirco determinabimus in omni concursu duorum Corporum, manente Velocitate respectivâ, si hoc fiat in uno casu.

Si Corpora duo, *sive æqualia*, *sive utcunque inæqualia*, *in contrarias partes lata*, in se mutuò incurrant, potest, datâ Velocitate respectivâ, ita componi horum Motus, ut quod libuerit alium post Ictum secum ferat, unde sequitur, casum dari, in quo *post ictum quiescunt*. 422.

In hoc casu *summa Virium* absolutarum valet Vim in omni casu, positâ eâdem Velocitate respectivâ, destructam (421.). In hoc eodem casu summa hæc *est*, *servatâ Velocitate respectivâ*, *omnium minima*: si enim summa minor daretur, minor Vis Ictu periret, quod impossibile. (421.).

Summam autem *hanc esse omnium minimam*, *si positis directionibus contrariis*, *Celeritates fuerint inversè ut Massæ*, & in hoc casu solo es- 423.
se

ſe minimam, in Scholiis Elem. demonſtramus.

Quod etiam ex ſequenti demonſtratione
424. ſequitur, quâ conſtat in hoc ſolo caſu *Corpora in contrarias partes lata, & in ſe mutuò incurrentia, poſt Ictum quieſcere; ſi Velocitates fuerint inverſè ut Maſſæ* (Exp.).

Concipiamus Corpora duo in contrarias partes lata & in ſe mutuò directè incurrentia; conſumunt Vires intropremendo partes, dum aut plana fiunt, aut unum in aliud penetrat ita, ut poſt primum contactum quoddam ſpatium Corpora percurrant; partibus interea inter vicinas recedentibus.

Non per totum hocce ſpatium cohæſio ſuperanda æquabilis eſt, ſed ſi ſpatium hoc in ſpatiola minima diviſum concipiamus, in ſingulis reſiſtentia ſuperanda, per totum ſpatiolum pro æquabili haberi poterit, & unumquodque Corpus, particulas inter vicinas movendo; ex reſiſtentiâ hac ſuperabit pro ratione partis ſpatioli ab ipſo percurſæ: duo autem Corpora in contrarias partes lata ſimul quidem integrum percurrunt ſpatiolum, ſed hujus partes à ſingulis percurſæ ſunt ut velocitates (58.), in qua eâdem ratione ſunt cohæſionis reſiſtentiæ ſuperatæ, quæ ſunt ut Corporum actiones (180.), aut ut Vires amiſſæ (352.).

425. Idcircò *in omni Colliſione duorum Corporum, Motibus contrariis in ſe invicem incurrentium, decrementa Virium, in ſingulis momentis infinitè exiguis, ſunt ut Velocitates Corporum, in his ipſis momentis.*

Quæ

Quæ regula locum habet donec unum è Corporibus integram Vim amiserit; quod ab alio tunc repellitur & Vim novam acquirit. Si autem eodem tempore Vires ambo amittant, eodem momento quiescunt; & est hicce casus quem examinare debemus.

Ponamus *duo Corpora, in contrarias partes lata, & in se mutuò incurrentia* Velocitatibus quæ sunt inversè ut Massæ; Vires erunt, ut Velocitates (386.). 426.

In primo momento, postquam sese mutuò superficies tetigere, Virium decrementa, quæ sunt ut Velocitates (426.), sunt ut ipsæ Vires; & Vires superstites ut Vires primæ (19. El. v.); in qua eâdem ratione sunt Velocitates superstites (386.).

Potest idem ratiocinium ad secundum, & sequentia momenta, applicari; & in singulis Virium decrementa sunt ut ipsæ Vires, quæ ergo eodem tempore consumuntur; quare *eodem momento* Corpora *quiescunt*; quod *in hoc solo casu* obtineri, *in quo Velocitates oppositæ sunt ut Vires*, eadem evincit demonstratio.

Ex hac quoque constat, decrementa Velocitatum, *in omni Collisione singulis momentis, esse inversè ut Massas*. Nam si, manente Velocitate respectivâ, Motus utcunque mutentur, non illa variantur, quæ immediatè ab Ictu pendent (419.); & quod de decrementis *Velocitatum* in casu peculiari demonstravimus, in genere ad *mutationes* Velocitatum, in Collisione quacunque, referri poterit. 427.

Ex

428. Ex præcedenti demonstratione sequitur *Corpora inæqualia, in contrarias partes lata, non quiescere concursu mutuo, nisi Vires habeant inæquales*; circa quam Virium inæqualitatem Experimenta quædam, notatu digna, institui possunt. (*Exp.*)

Si dato casu in quo Corpora post ictum quiescunt, Vis minor augeatur, ita tamen ut Vim alterius Corporis nondum æquet,
429. *Corpus, cujus Vis minor erit, Corpus majori Vi motum retroredi coget*. Experimenta etiam, si necesse sit, evincent Vim Corporis victi, alterius Vim superare. (*Exp.*)

Corpus celerius motum, quamvis majori Vi præditum, breviori tempore, introprremendo partes, Vim consumit, & ab alio, quod Vim superstitem habet, repellitur.

430. *Quando duo Corpora in se mutuò incurrunt, duæ dantur actiones, & duæ reactiones, utraque actio suæ reactioni æqualis est*. Ut Corpora quiescant post ictum, requiritur ut utrumque hoc Corpus patiatur resistentiam talem, qua datâ, hoc possit agendo Vim suam consumere, quod ubi Corpora sunt inæqualia, nisi Vires sint inæquales, contingere non potest.

Ex demonstratis deducimus, datis Corpo-
431. ribus, & horum Velocitate respectivâ, *Vim ictu destructam determinari*, determinatâ summâ Virium, positis, eâdem Velocitate respectivâ, motibus contrariis, & Velocitatibus in ratione inversâ Massarum (421. 424.). Hanc autem summam dari in Scholiis Elem. demonstramus, *si productum Massarum per*

qua-

quadratum Velocitatis respectivæ multiplicetur, & per summam Massarum dividatur. (Exp.)

Ex demonstratis de Corporibus post Ictum quiescentibus, deducimus regulas, quibus in omni casu Corporum Velocitates post Ictum determinantur.

432. TAB. IV. fig. 11. 12. *Moveantur Corpora, aut eandem partem versùs* (fig. 11.) *aut in partes contrarias* (fig. 12.), & sint Massæ ut AB & BC; sit hujus Velocitas BE; illius BN: Velocitas respectiva erit EN (400. 401.). Dividatur hæc in I ita, ut IN sit ad IE, ut BC ad BA, & erit BI Velocitas, quâ ambo Corpora *post Ictum* feruntur; id est, *mutationes in Velocitatibus sunt in ratione inversâ Massarum*, BC acquirit EI dum AB amittit NI. Si enim concipiamus navem translatam Velocitate BI, & in hac moveatur Corpus BC Velocitate IE à prorâ ad puppim, habet Velocitatem absolutam BE; & Corpus AB feratur à puppi ad proram Velocitate IN, habebit hoc Velocitatem absolutam BN; hæc Corpora, cùm in nave ferantur directionibus contrariis, & Velocitatibus, quæ sunt inversè ut Massæ, post Ictum, in nave quiescent (424.), id est eâdem cum nave Velocitate translata erunt.

Determinatur BI regulâ facili, quam ut detegamus, sint rectangula BM, BF producta Massarum per suas Celeritates, & absolvantur parallelogramma AO & CD; ductâ DO, secat hæc BN in I; nam triangula DIE & INO sunt similia, & IN ad IE, ut NO, aut BC, ad DE, aut AB.

Per

Per I ducatur HL, parallela ad AB, & complementa IM, IF, erunt æqualia (43. El. 1.); ergo *Corporibus tendentibus ad eandem partem, si ex summâ productorum* BM & BF, *Massarum per suas Velocitates* subtrahamus MI, & ejus loco substituamus IF, prædicta summa æqualis erit rectangulo AL, quod *si dividatur per* AC, *summam Massarum, quotiens divisionis dabit* AH, aut BI, *Velocitatem Corporibus communem post Ictum*. (Exp.)

433. fig. 11.

434. TAB. IV. fig. 12. *Si Corpora tendant in partes contrarias, &* ex producto majori BM subtrahamus MI, & substituamus IF, habemus BM æquale figuræ AHLFEB; ex quâ si subtrahamus productum BF, habemus HC *differentiam productorum Massarum per suas Velocitates*; si autem hanc *dividamus per summam Massarum* AC, *quotiens erit Velocitas quæsita* BI, *quæ dirigitur ad eandem partem* cum BN: id est ambo Corpora, Velocitate detectâ, feruntur eandem partem versùs *cum Corpore, cujus productum Massæ per Velocitatem aliûs productum simile excedit*. (Exp.)

435. *Si Corpus unum quiescat*, ex utrâque regulâ sequitur *Corporis moti productum Velocitatis per Massam dividi debere per Massarum summam*. (Exp.)

In hisce demonstrationibus Velocitates consideravimus respectivas, & conclusiones ad Velocitates absolutas applicavimus, etiam in n. 421. ad Vim in Collisione destructam determinandam actionem tantùm consideravimus respectivam. Ratiocinia hæc procedunt quia mutari non potest Velocitas respectiva,

ctiva, quin eadem in velocitatibus absolutis detur mutatio, has ambas nempe considerando.. Etiam Vis quæ consumitur intropremendo partes est diminutio Vis absolutæ, quamvis ab actione respectivâ pendeat, & sequatur hujus actionis rationem.

In cæteris *actio respectiva ab absolutâ distinguenda est*, nam eadem mutatio respectiva dat Virium mutationes diversas pro diversis Viribus absolutis ante concursum; ejusdem quoque Corporis, eodem modo moti, minor actio respectiva in Corpus aliud determinatum, huic majorem potest communicare Vim. (*Exp.*) 436.

Corpus in motu alii Corpori sine impactione *motum communicare potest, in hoc tantùm Pressione agendo; in quo casu* si Pressio, quâ partes cohærent inter se, superet Pressionem Corporum mutuam, *nulla datur* partium introcessio, & nulla *Vis destructa* (415.): ideoque summa Virium ante & post actionem eadem est. 437.

Ut autem demonstremus quomodo Corpora mota, Pressione in alia, sine impactione hisce motum communicare possint, concipiendum est Corpus Q, quod formatur revolutione figuræ *a b c d*, quæ semicirculo & duobus quadrantibus terminatur, circa axem *a c*. TAB. IV fig. 11.

Quiescat hoc, quamvis demonstratio etiam Corpori moto applicari possit; concipiamus ulterius duo Corpora P, P; duo concipimus ut actio in Corpus Q sit directa; ratiocinia eadem sunt ac si de uno ageretur;

 mo-

moveantur hæc, velocitatibus æqualibus, directionibus parallelis inter se, & axi Corporis Q; moveantur etiam ita, ut, ubi ad Q perveniunt, Corporis Q superficies tangat Corpora P, P, in punctis in quibus hæc ipsa superficies parallela est ipsi directioni motûs. Corpora ergo P, P, in Corpus Q nullam exserunt actionem, in momento in quo ad hoc perveniunt: dum motum continuant juxta superficies excavatas *ad*, *ab*, Corpus Q premunt, quod cùm non retineatur cedit, &, dum Pressio continuatur, acceleratur Q, quamdiu Corpora P, P, ipsi Q applicata manent (340.): hoc autem deserunt, ubi Corpora P, P, ad puncta *b* & *d* perveniunt, in quibus directiones motuum Corporum P, P, perpendiculares sunt ad directionem primam, juxta quam ad Corpus Q accessere. Quomodo horum Corporum Velocitates determinemus, in Scholiis Elem. explicamus.

Hæc Pressio nullum exserit effectum præter motum quem Corpori Q communicat; ideoque Corpora P, P, ex Viribus tantum amittunt, quantum acquirit Corpus Q (352.). In hisce attritum seponimus, qui sine quadam partium introcessione dari non potest; ideoque sine Virium destructione. In Scholiis autem Elem. ipsos motus post concursum determinamus.

438. TAB. IV. fig. 14. Si Corpus ut P simili actione premat in Obstaculum, quod hac Presione non movetur, & cujus partes satis arctè cohæreant, ut huic actioni non cedant, Corporis velocitas

citas non mutabitur; in hoc casu Corporis Pressio in Obstaculum, resistentiâ Obstaculi, quidem destruitur, sed cùm nulla detur partium introcessio; neque Vis communicata, non minuitur Vis Corporis P; sic Corpus, quod super plano inclinato descendit; eodem modo acceleratur ac Corpus quod liberè cadit, si ad eandem profunditatem ambo descendant (208.); quamvis illud in planum premat. In hisce occasionibus illud; quod Obstaculum in loco retinet; Corporis actionem destruit & Corpori Vim communicat æqualem illi quam actione suâ Corpus amittit; quare ipsa Corporis Vis non mutatur, quantum ad quantitatem; in se autem si consideretur revera mutatur; dum directio variatur; motus enim juxta certam directionem non est motus juxta aliam directionem. Dum Corpus P curvam percurrit, in singulis punctis exiguam partem suæ Vis amittit, æqualemque juxta aliam directionem acquirit; ubi autem, continuâ inflexione, mutata directio cum primâ angulum rectum efficit, nil Corporis motus cum primo motu commune habet, totamque amisit & novam priori æqualem acquisivit Vim.

Ex his sequitur *Corporis Vim, ideoque Velocitatem, non minui, sine Obstaculi, aut partium hoc componentium translatione, ex Corporis actione oriundâ.* 439.

CAPUT V.

De Congressu Corporum Elasticorum.

CORpora Elastica concurrentia, post ictum, ut jam notavimus, separantur (410), sed Vi diversâ in circumstantiis similibus; nam in variis Corporibus Elasticitas differt.

DEFINITIO.

440. *Elasticitas dicitur perfecta, quando partes introcedentes ad pristinum situm redeunt, Vi æquali illi, cum quâ fuere ictæ.*

De perfectâ agimus Elasticitate, licet nulla Corpora tali Elasticitate prædita nobis nota sint; regulæ enim generales nisi quoad perfectam Elasticitatem tradi non possunt; quo magis ad hanc Corpora accedunt, eo magis exactè motus horum cum regulis congruunt.

Imperfecta Elasticitas innumeros gradus habere potest; & Experimentis detegere debemus, quantum in Corporibus peculiaribus à perfectâ Elasticitate deficiat hæc; ut, quantum à regulis recedunt horum Corporum motus, determinemus.

Nulla Vis in Collisione Corporum perit; præter illam quæ intropremendo partes consumitur (415.); ideò si Corpora sint elastica, tota Vis hæc impenditur in inflexione partium elasticarum; hæ autem æquali Vi ad pristinam figuram redeunt; ergo Vis destru-
441. cta iterum instauratur; & *summa Virium Corpori-*

poribus insitarum post ictum, æqualis est summæ Virium ante Collisionem; quæ demonstratio universalis maximè est, & Collisionibus quibuscunque applicari potest.

442. Hinc sequitur *Corpus elasticum in obicem firmum elasticum impactum, eâdem celeritate redire quâ accessit. Si directio perpendicularis sit ad obicem, etiam in eâdem lineâ redibit*, cùm non magis unam quàm aliam partem versùs possit deflecti.

In reliquis de directâ impactione tantùm in hoc capite ago.

443. *Elasterium flexum, positum inter duo Corpora quiescentia, dum sese expandit, ambo movet Corpora*. Si Pressio quâ partes Corporis cohærent, superet Pressiones quas Elasterium in Corpora hæc exserit, tota Elasterii actio, cùm nulla detur partium introcessio, in movendis Corporibus consumitur, *& summa Virium Corporibus communicatarum, valet Vim quâ Elasterium fuit flexum*.

Elasterium hocce, durante toto tempore, quo sese expandit, continuò æqualiter premit ad utramque partem (180.); id est, exserit Pressiones, quarum intensitates sunt æquales; translationes Obstaculorum, singulis minimis momentis, sunt inversè ut Corpora, quæ hisce Pressionibus moventur (76.); & in eâdem ratione sunt velocitates, hisce momentis communicatæ (58.); in eâdem etiam ratione sunt Actiones Elasterii ad utramque partem (366.); ut & Vires Corporibus impressæ (343.). Cùm autem hæc ratio singulis momentis minimis

obtineat, quamdiu durant actiones Elaste-
444. rii, *integræ velocitates communicatæ*, *Viresque integræ impressæ*, *sunt in* hac ipsâ *ratione inversâ Massarum* (12. El. v.); quæ duo conveniunt inter se, ut antea demonstravimus (386.). (*Exp.*)

445. Casus hic existat, *quando duo Corpora elastica, motibus contrariis in se mutuò directè incurrunt velocitatibus quæ sunt inversè ut Massæ*; nam positis his non elasticis, post ictum quiescunt; ergo in ipso momento concursûs, ante figuram instauratam, datur Elasterium flexum inter duo Corpora quiescentia. Separantur ideò hæc velocitatibus quæ sunt inversè ut Massæ (444.), id est, velocitates post ictum in eâdem sunt ratione in quâ ante ictum erant; unde sequitur *Corpus utrumque redire eâdem velocitate quam ante ictum habuit*; nam si minuatur in uno, non servabitur ratio nisi & in altero minuatur, quare summa Virium minor erit, quod impossibile (441.); demonstratio eadem est si quis unius Corporis auctam velocitatam dicat. (*Exp.*)

Quæ de Elasterio, inter Corpora quiescentia sese expandente, demonstrata sunt, ad Elasterium inter Corpora, eâdem cum his velocitate translatum, & respectu Corpo-
446. rum quiescens, referri debent; *si ergo in nave duo Corpora elastica velocitatibus, quæ sunt inversè ut Massæ, in se mutuò impingantur, velocitatibus iisdem in nave redibunt.*

TAB. IV. fig. 11. 12. Positis quæ in n. 432. dicta sunt, in nave, quæ velocitate BI fertur, Corpora non elastica post ictum quiescunt, & mutationes ve-

velocitatum sunt inversè ut Massæ, destructis velocitatibus quibus in nave ad se invicem accessere; si nunc sint elastica, in nave à se mutuò recedunt iisdem hisce velocitatibus quibus in nave ad se mutuò accessere (446.), id est secunda in velocitatibus datur mutatio æqualis primæ, quare utrumque Corpus duplam patitur in velocitate mutationem, & *velocitas respectiva post ictum æqualis est velocitati respectivæ ante ictum*. In 447.
fig. 11. Corpus motum velocitate BN, in nave ante ictum habebat velocitatem IN, hanc amisit, & huic æqualem in contrariam partem acquisivit IG, habet ideò velocitatem BG. Corpus aliud cujus velocitas erat BE, in nave ante ictum redibat, id est, lentius ipsâ nave movebatur, quantitate IE; post ictum, æquali velocitate IP in contrariam partem, id est, celerius ipsà nave fertur, velocitasque est BP.

Eodem modo in fig. 12. Corpus quod habebat velocitatem BN, amisit velocitatem IN, quam in nave habebat, & velocitate, huic æquali IG, nunc in nave redit, id est, velocitate BG post ictum fertur; Corpus aliud cujus velocitas erat BE, in nave redibat velocitate IE, nunc mutato motu velocitate huic æquali IP in nave à puppi ad proram fertur, & ipsius velocitas absoluta est BP.

Ex hisce deducimus Regulas duas, quibus Corporum elasticorum velocitates post ictum determinamus.

REGULA 1.

448. *Si Corporis velocitas, positis Corporibus non elasticis in se mutuò impactis, ictu augeatur, augmentum duplicatum priori velocitati est addendum, ut celeritas post impactionem determinetur, si Corpora fuerint elastica.* (Exp.)

REGULA 2.

449. *Duobus Corporibus non elasticis in se mutuò incurrentibus, si Corpus ex velocitate amittat, pars amissa duplicanda est, quando elastica sunt Corpora; & à priori velocitate subtrahenda, ad determinandam celeritatem post percussionem.* (Exp.)

450. Circa secundam Regulam observandum; Corpus quod redit, non modo primam quam habuit amisisse velocitatem; sed & pro velocitate amissâ habendam esse illam quam in contrariam partem acquisivit: quare in hoc casu ambarum summa duplicanda est, & ex priori velocitate subducenda. Quando autem ex minori velocitate major subducitur, excessus in contrariam partem sumendus est. (*Exp.*)

451. Ex hisce Regulis deducimus *Corpora æqualia elastica permutatis velocitatibus, motum continuare, si eandem plagam versùs ferantur* (Exp.), *& permutatis velocitatibus, singula redire, si directiones fuerint contrariæ.* (Exp.)

452. *Si Corpus in Corpus æquale quiescens incurrat*, & permutent Corpora velocitates, *motum Corpus post ictum quiescit, & alterum cum prioris velocitate movetur.* (Exp.)

453. In Corporibus elasticis subita admodum est Elasterii actio (*Exp.*); Ideò *si varia Corpora*

ra elastica sint contigua, & ultimum percutiatur, omnia sequentia agitantur quasi essent separata, id est solâ actione vicini Corporis movetur Corpus quodcumque, & in vicinum tantùm agit, partibus elasticis redeuntibus, antequam actio sequenti Corpori communicari possit. (*Exp.*)

CAPUT VI.

De Motu composito.

Vidimus quomodo Corporis Motus mutetur actione novâ in hoc agente (178. 179.). Quæ directiones & velocitates in hisce casibus spectant examinavimus: de Viribus nunc agendum.

Si Corpus moveatur per AD, celeritate, quam hac lineâ designamus, & Vis nova hoc pellat per AE, celeritate, quam hac aliâ lineâ denotamus, Corpus, duabus celeritatibus latum, movetur per AB (179.). *Non tamen in omnibus casibus impressione æquali æqualis communicatur velocitas lateralis*; Ponimus AD & AE in tribus hisce figuris respectivè æquales. In fig. 16. Motus secundus, pro parte cum Motu primo conspirat, ita ut in hoc Motu contineatur acceleratio Motûs per AD. Eodem modo retardatio velocitatis per AD continetur in Motu per AE in fig. 17. Idcircò impressiones, quibus Corpora per AE pelluntur, ut velocitatem, hac lineâ designatam, Corporibus sin-

TAB. IV. fig. 15. 16. 17.

454.

ſingulis communicent, non ſunt æquales inter ſe (357.), neque impreſſioni, quâ Corpori quieſcenti hæc poſſet communicari velocitas (350.).

455. In ſolo caſu fig. 15., in quo angulus E A D eſt rectus, Motus lateralis neque conſpirat neque contrariè agit cum Motu per A D, & impreſſio, quâ Corpus movetur, in Corpus agit quaſi quieſceret; idcircò in hoc caſu Vis Corpori communicata proportionalis eſt quadrato ſuæ velocitatis (380.), & cùm impreſſio, quâ Motus, in hoc caſu, mutatur, nihil commune habeat cum Motu primo, non poteſt hæc Vim primam in directione A D agentem minuere; ergo Corporis Vis integra proportionalis eſt ambobus quadratis linearum A D & A E, quod congruit cum demonſtratis: nam fertur Corpus celeritate A B (179.), cujus quadratum valet memorata duo quadrata (47. El. 1.).

456. Ex his Virium menſura, ſi hæc ignota eſſet, detegi poſſet. Corpori, quod habet Vim quæ reſpondet celeritati A D, communicatur Vis quæ velocitati A E reſpondet, quæ cùm Corpori communicetur quaſi quieſceret, Vim primam mutare non poteſt; valet ideò Corporis Vis integra ſummam harum Virium, dum ipſius velocitas eſt A B; ergo Vis quæ huic reſpondet velocitati, memoratæ ſummæ æqualis eſt. Quod fieri non poterit in omni caſu niſi quadratis velocitatis Vires proportionales ſint (47. El. 1.).

Deducimus ex his non intereſſe neque reſpectu impreſſionum, quibus Corpus agitatur,

tur, neque respectu Virium, neque velocitatum, utrùm Corpus per AB feratur celeritate AB, an per AD & AE celeritatibus hisce lineis proportionalibus, quæ inter se angulum rectum continent. Quare *Motus per AB, juxta directionem ut AD, nil continet præter Motum velocitate AD*. 457.

Deducimus etiam *Motum Corporis resolvi posse in duos alios* innumeris modis; quod fiet, *si linea, in directione Motûs dati posita, & longitudine celeritatem designans, sit hypotenusa trianguli rectanguli*; nam *hujus reliqua duo latera situ Motuum quæsitorum directiones dabunt, & longitudinibus suis respectivè velocitates horum expriment: eruntque Vires, juxta has directiones, quadratis velocitatum proportionales*. 458.

Ut nunc determinemus, quâ Vi Corpus per AE sit agitandum, ut ei communicetur celeritas AE, in casu in quo Motus hic cum primo Motu pro parte conspirat; Motum per AE in duos resolvo (179.) per Af & Ag, angulum rectum continentes, & duco Bh parallelam ad Af. Per Af tantùm Corpori Vis communicanda est, qua Corpus si quiesceret hac celeritate posset ferri, & quæ proportionalis est quadrato Af (455. 380.); per Ag autem Vis communicanda est, qua celeritas AD quantitate Ag augeatur, id est fiat Ah, quæ Vis proportionalis est differentiæ quadratorum Ah, AD (380.). Hæ Vires simul communicandæ erunt juxta AE ut Corpus hac celeritate possit ferri; & Vis integra Corporis proportionalis erit quadrato li- 459. TAB. IV. fig. 16.

lineæ A D, differentiæ quadratorum linearum A b, & A D, & quadrato A f; primis duabus ex hisce tribus quantitatibus in unam summam collectis, habemus quadratum lineæ A b, cui si addatur quadratum lineæ A f, aut b B, habemus quadratum lineæ A B; cui proportionalem esse Vim Corpori insitam ex ante demonstratis sequitur (380.), cùm constet Corpus celeritate A B ferri (179.).

460. TAB. IV. fig. 17. Si Motum per A E eodem modo in duos resolvamus per A f & A g, (179.) Motu hoc secundo retardatur Motus per A D; unde sequitur, ut Corpus per A E, celeritate hac lineâ designatâ, feratur, illi communicandam esse Vim, quæ proportionalis sit quadrato A f, & impressionem, quâ agitatur, ulterius tantùm valere debere, ut quantitate A g possit minuere velocitatem A D. In hoc casu Corpus juxta directionem A D tantùm superstitem habebit Vim proportionalem quadrato A h (380.), cui si addatur Vis proportionalis quadrato A f (455.), habemus Vim proportionalem quadrato A B; quod iterum cum ante demonstratis congruit (179. 380.).

Propositionem hanc, Vim sequi proportionem quadrati velocitatis, non posse referri ad illam cum quâ alia in eâdem lineâ agit, facilè ex ante demonstratis sequitur; hac de causâ ubi Vim in duas resolvimus, hæ quadratis velocitatum proportionales non erunt, nisi ambarum directiones angulum rectum contineant, ne aliter pro parte con-

spi-

ſpirent aut contrariè agant (455.). Ex quibus deducimus *Vim reſolutam non iterum poſſe ita reſolvi, ut ſingulæ quadratis velocitatum proportionales ſint*. Motus per AB reſolvitur in duos Motus ejuſdem Corporis per AD & AE, & Vires quadratis velocitatum ſunt proportionales; ſed ſi Motus per AE iterum in duos per AF & AG, angulum rectum continentes, ſeparetur, non erunt hæ ultimæ Vires quadratis velocitatum proportionales, & non poterit hîc applicari n. 458. in quo agitur de Viribus, quæ non modò inter ſe non conſpirant, neque contrariè agunt, ſed quæ cum tertiâ nil commune habent. Hic autem ipſe Motus Corporis per AB in tres Motus reſolvitur per AD, AF & AG, in quibus AF & AD pro parte conſpirant, AD & AG partim contrariè agunt; & reſolutionem quæ ad velocitates poteſt applicari, cùm demonſtratio n. 179. eadem ſit, ſive Motus in reſolutione conſpirent, ſive contrariè agant, ad Vires non poſſe referri, ex ante demonſtratis clarum eſt (350. 357.). 461. TAB. IV fig. 15.

In n. 459. 460. Motum per AB compoſitum habemus ex duobus, quorum unum in alios reſolvimus, ſed ita, ut poſt reſolutionem omnes Motus darentur in duabus lineis, angulum rectum continentibus: quare Motus in ſingulis lineis, ſeparatim conſiderari potuere, quod nunquam fieri poteſt ubi Motus varii in pluribus quàm duabus lineis dantur, tunc enim quidam neceſſariò Motus pro parte conſpirant, aut contrariè 462. TAB. IV. fig. 16. 17.

a-

agunt; de his nihil demonstravimus, ex eâdem tamen theoriâ Virium deduci possunt.

CAPUT VII.

De Percussione obliquâ & compositâ.

DEFINITIO 1.

463. *Angulus dicitur incidentiæ quem directio motûs Corporis, ad aliud accedentis, efficit cum perpendiculari ad superficiem hujus in puncto, in quo percutitur.*

DEFINITIO 2.

464. *Angulus reflexionis est, quem cum eâdem perpendiculari efficit directio motûs Corporis post Percussionem.*

465. TAB. V. fig. 1. *Si Corpus elasticum P in obicem firmum elasticum FG incurrat obliquè*, juxta directionem P*a*, *redibit per ap ita, ut Angulus incidentiæ* P*a*B, *æqualis sit Angulo reflexionis* B*ap*. Motus per P*a*, quam longitudine celeritatem Corporis designare ponimus; potest resolvi in duos, quorum unius directio parallela sit lineæ B*a*, alterius huic perpendicularis; & Corpus in obicem incurret in *a*, quasi celeritatibus C*a*, B*a*, & juxta hasce directiones, ad hunc accederet (458.). Motus per C*a* ictu non mutatur, & celeritate *a*E Corpus motum continuat positis C*a*, *a*E æqualibus; motu per B*a* directè in Obstaculum incurrit, & per eandem lineam eâ celeritate, quâ accessit, redit (442.), id est per *a*B; hisce autem duobus motibus

la-

latum Corpus redit per *ap*, diagonalem rectanguli lineis *a*E, *a*B formati (179.). Triangula autem BP*a* & B*ap* sunt æqualia & similia, unde constat propositum.

Ex eâdem motûs resolutione in duos alios, determinatur motus Corporum obliquè in se mutuò incurrentium.

Corpus Q quiescit, Corpus P, directione & celeritate PA, in illud impingitur. TAB. V. fig. 2. Per centra amborum Corporum, cùm P ad A pervenerit, ducatur linea DB, & ad illam perpendicularis PB, & absolvatur parallelogrammum ABPC; motus per PA, resolvitur in duos alios per PB & PC, aut BA, CA (458.); Motu per CA Corpus P non agit in Corpus Q; actio ergo oritur ex solo motu per BA, id est, *Corpus P, impactione obliquâ per PA, celeritate PA, in Corpus Q agit, eodem modo ac si directè in illud impingeretur per BA, Celeritate BA.* Et 466. sic Motus Corporis Q ex illâ actione, sive Corpora sint elastica, sive non, determinatur ex iis quæ de impactione directâ dicta sunt.

467. Motus Corporis P post impactum, ex iisdem principiis deducitur; motus per CA non mutatur; ergo motu illo, cum æquali celeritate Corpus P fertur directione AE; sit ideò AE æqualis CA. Mutatio in motu BA determinatur respectu Corporis P, eodem modo ac motus Corporis Q, per ea quæ de Collisione directâ explicata sunt; sit celeritas illius motûs AD; ex isto motu per AE oritur motus compositus per dia-

diagonalem Ap, quæ situ & longitudine directionem & celeritatem Corporis P post impactum denotat (179.).

468. *Quando Corpora sunt æqualia & elastica*, totus motus per B A ex Percussione destruitur (452.), & solus motus per C A superest, quâ directione tunc etiam fertur Corpus P. In illo casu semper post impulsum Corpora ambo, *quocunque modo Corpus P ad aliud accedat, separantur directionibus angulum rectum continentibus* (Exp.).

Eodem etiam fundamento nititur determinatio motûs duorum Corporum post Percussionem, quando ambo moventur, quomodocunque in se mutuò ferantur. Casus omnes eodem modo solvuntur.

469. TAB. V. fig. 1. 4. Corpus P moveatur directione & celeritate P A; Corpus Q directione & celeritate Qa; ducatur linea Bb, transiens per amborum Corporum centra, ubi sese mutuò tangunt; ad hanc sint B P & Qb perpendiculares, & absolvantur parallelogramma P B A C & Q bac. Motus Corporis P resolvitur in duos alios, quorum celeritates & directiones designant C A, B A. Motus, in quos resolvitur motus Corporis Q, designantur per ca, ba; motibus per C A & ca Corpora non agunt in se mutuò; non mutantur ergo hi motus, & post occursum designantur per A E & ae, ipsis A C & ac æquales; Percussio ex motibus per lineas B A, ba, est directa, & determinatur in præcedentibus: sit Corporis P motus versùs D, & ejus Celeritas A D;

Cor-

Corporis Q motus *d* versùs, & ejus celeritas *ad*. Post occursum ergo motus Corporis P componitur ex motibus per AE & AD, & movetur per diagonalem A*p*. Corporis Q motus post impactum componitur ex motibus per *ae* & *ad*, unde Corpus illud fertur per diagonalem *aq*; & longitudines illarum diagonalium celeritates Corporum post occursum denotant. In fig. 3. Corpora non elastica ponuntur. In fig. 4. idem casus, positis Corporibus elasticis, repræsentatur.

Percussionis compositæ unicum casum memorabo.

Quiescat Corpus P, in hoc, eodem momento, velocitatibus æqualibus, directè incurrant Corpora Q, Q, Corpori P æqualia; directionibus Q*q*, Q*q*: continuentur hæ directiones, & sint in his continuationibus P*b*; P*b*, celeritatem Corporum Q, Q, ante impactionem designantes; formetur Rhombus P*dpd* ita, ut ductis ex *p* ad P*d*, P*d*, continuatas si necesse fuerit, perpendicularibus *pa*, *pa*, puncta *b*, *b* sint media inter *d*, *a*, & *d*, *a*, Corpus P post ictum directione P*p* &c. celeritate huic lineæ proportionali feretur, Corpora verò Q, Q, directionibus servatis movebuntur celeritate *bd* aut *ba*; motum continuabunt si angulus, quem directiones Corporum Q, Q continent, fuerit acutus, redibunt si idem angulus fuerit obtusus (*Exp.*). 470. TAB. V. fig. 5. 6.

Qui plura de Percussione desiderat, Elem. nostra Physica, & præcipuè horum Scholia, adeat.

LIBRI II.

Pars III. De Legibus Elasticitatis.

CAPUT VIII.

De Fibris Elasticis.

QUid sit Elasticitas, & unde oriatur, jam vidimus (46.); etiam quid ex eo in congressu Corporum, sive directè, sive obliquè, in se mutuò impactorum eveniat; superest ut ipsius Elasticitatis Leges examinemus, illudque ex Phænomenis.

Omnia Corpora, in quibus Elasticitatem observamus, constant ex filamentis tenuibus, aut saltem quasi ex talibus constantia considerari possunt; in hoc enim casu Corpus in fila divisum concipi potest; illaque fila, inter se lateraliter juncta, Corpus efficere. Ut ergo in casu omnium minimè composito Elasticitas examinetur, Chordæ considerandæ sunt, & quidem metallicæ; Chordæ enim ex intestinis Ovium spiram formant, quæ circumdat filum rectum in medio, cum quo pars externa contorta certo modo cohæret: quare hæ Chordæ non ut fibræ, ex quibus Corpora formantur, considerari queunt.

471. *Fibrarum Elasticitas in eo sita est, quod extendi possint, & sublatâ Vi, quâ producuntur, iterum ad pristinam longitudinem redeant.*

Fi-

Fibræ nullam habent Elasticitatem, nisi certâ cum Vi tensæ sint; hoc patet in Chordis parum tensis, & quarum extremitates fixæ sunt; hæ, si à situ paululum removeantur, ad illum sponte non redeunt: quisnam verò sit gradus tensionis, in quo Elasticitas inchoetur, Experimentis nondum fuit determinatum. *Quando nimiâ cum Vi Fibra tenditur, Elasticitatem amittit*; & neque gradus hicce tensionis notus est; illud constat, tensionem Fibrarum, quæ Elasticitatem constituit, certis limitibus terminari. 472. 473.

474. Ex hisce patet differentia Corporum elasticorum & non elasticorum; quare Corpus elasticum Elasticitatem amittat, & quomodo Elasticitate destitutum proprietatem hanc acquirat. Lamina metallica, repetitis mallei ictibus, fit elastica, calefacta vim hanc amittit.

Lex quæ in producendâ Fibrâ locum habet inter limites quibus Elasticitas terminatur, Experimentis investiganda est, quæ ut jam monuimus cum Chordis metallicis tentanda sunt; cùm verò, etiam superadditis majoribus ponderibus, parum producantur hæ, non directè productiones, ipsas mensurando, facilè inter se conferuntur; alia ergo ineunda via est.

Sit Chorda horizontalis A B, certâ Vi tensa, cujus extremitates in A & B fixæ sunt; pondere in medio Chordæ appenso inflectatur Chorda, ut situm A C B acquirat. TAB. V. fig. 7.

DEFINITIO

Linea, ut C c, à puncto medio Chordæ post 475.

Inflexionem, ad punctum medium in situ naturali, vocatur Chordæ Sagitta.

Sit *c e* circuli portio, centro B; & radio B*c*, descripti. Inflexione dimidia pars Chordæ producta fuit quantitate C*e*, quæ quantitas cum Sagittâ C*c* certam relationem habet: sunt enim, in Inflexionibus, de quibus hìc agitur, productiones quamproximè ut quadrata Sagittarum. Pondus etiam, quo Chorda inflectitur, certam cum Vi, quâ Fibra tenditur, id est, per B C trahitur, relationem habet; & ita comparando in variis Experimentis Sagittas C*c*, & pondera quibus Chordæ inflectuntur, Productionum proportiones determinantur.

Antequam autem distinctiùs hasce proportiones determinemus, generalia quædam explicanda sunt Phænomena, quæ ab Elasticitate pendent; & quæ eodem modo locum habent, quæcunque sint Elasticitatis Leges. Quâ de causâ eodem modo observantur, sive Chordæ sint metallicæ, sive ex intestinis Ovium effectæ.

476. TAB. V. fig. 2. Sit Chorda tensa A B: & variis vicibus inflexa, in A*c*B, A*c*B, A C B; sed ita semper, ut Sagitta sit admodum exigua. Ponamus c B tensionem repræsentare; cùm in his agatur de Sagittis minimis, lineæ *c* B, *c* B, C B, vix superant cB, & Productiones sunt insensibiles; quare, positâ Lege Elasticitatis quacunque, exiguæ admodum Vires hasce dabunt Productiones: Error ergo non erit sensibilis, si in hisce dicamus *c* B, *c* B, C B, repræsentare respectivè tensiones Fibræ, in hisce singulis Inflexionibus. Tensio

sio autem Fibræ, in situ ut ACB, est Vis quæ punctum C per CB & CA trahit; & duplicata Sagitta repræsentat Vim, quæ idem punctum deorsum trahit (167.), quæ est *Vis inflectens*. Hæc igitur, *quamdiu Sagitta est exigua, ad Vim tendentem, ante Inflexionem, illam habebit rationem, quæ datur inter Sagittam duplicatam & dimidiatam Chordam*. 477.
Ex quâ Propositione sequentes deducimus conclusiones.

Pondere ad libitum tendatur Chorda, & minori quocunque inflectatur; mutatis hisce ponderibus utcunque, si in eâdem ratione mutentur, non variatur Sagitta; si nempe hæc sit exigua, de hoc enim casu in his omnibus agitur. (*Exp.*) 478.

Etiam, *manente eâdem tensione, Sagittæ minimæ sunt inter se, ut Vires inflectentes*. (Exp.) 479.

Chordæ etiam, *quæ utcunque differunt, si sint ejusdem longitudinis, & æqualiter tendantur, æqualibus Viribus æqualiter inflectuntur*. (Exp.) 480.

Si Chordæ plures diversas habeant longitudines, sed æque tensæ sint, & æqualibus ponderibus flectantur, erunt in singulis Sagittæ duplicatæ ut Chordæ dimidiatæ (477.), ideò & ipsæ *Sagittæ, ut Chordarum longitudines*. (Exp.) 481.

Si Chorda utcunque tensa AB *flectatur*, ut figuram ACB acquirat, *& sibi relinquatur*, Elasticitate ad primam figuram redit; & in hoc casu motus puncti C est acceleratus: nam in situ ACB Chordæ, Punctum hoc propellitur Vi, quâ in illo situ retineri po- 482. TAB. V. fig. 8.

test; motus hicce non destruitur, & ei superadditur, in singulis punctis Sagittæ, Velocitas communicata Vi, quâ Punctum C in illis retineri posset. Celeritas omnium maxima est in c; & eâ Punctum C ulterius fertur, deinde redit, *variasque Vibrationes peragit*, in quibus Punctum C, nisi parva spatia non excurrit: quâ de causâ Vis; quâ in omnibus distantiis à c agitatur Punctum C, est ut hæc distantia (479.). *Et* quia causa movens *est Elasticitas Chordæ*, transfertur causa hæc cum ipsâ Fibrâ ita, ut hanc, licet agitatam, premat, quasi quiesceret; quare Vis hæc est *ejusdem generis cum gravitate* (187.). Congruit ergo motus hicce cum motu Corporis in Cycloïde vibrati (219.), *& Vibrationes, licet inæquales, sunt æquè diuturnæ.*

483. *Positis duabus Chordis similibus, & æqualibus, sed inæqualiter tensis*, Vires inæquales requiruntur, ut æqualiter inflectantur; ergo Vibrationes temporibus inæqualibus peragunt.

Motus Chordarum harum conferri possunt cum motibus Pendulorum in Cycloïdibus vibratorum (482.), & similes Cycloïdes, Viribus diversis, describentium; quæ Vires sunt inversè ut quadrata temporum Vibrationum (231.): in Chordis ergo etiam, *quadrata temporum Vibrationum sunt inter se inversè*, ut Vires quibus æqualiter inflectuntur; quæ sunt *ut Vires quibus Chordæ tenduntur* (478.).

484. *Quando Chordæ sunt similes, æquè tensæ, sed*

sed diversæ longitudinis, harum motus cum motu Pendulorum etiam confertur. Quando de diversis gravitatibus in motu Pendulorum agimus, attendimus ad velocitates in similibus circumstantiis Corporibus communicatas; & quia velocitates hæ sunt ut ipsæ Vires, ideò proportionem Virium memoramus; quod etiam ad præcedentis numeri demonstrationem referri potest.

In præsenti autem casu debemus ad velocitates, in similibus circumstantiis generatas, attendere, & rationem velocitatum cum ratione diversarum gravitatum conferre.

Chordæ, A C B, *a d b*, quæ ponderibus æqualibus inflectuntur, agitantur ut Corpora in quibus gravitates agerent, quæ forent inter se ut *a b*, ad A B; in hac enim ratione sunt velocitates infinitè exiguæ, quæ, Viribus æqualibus, hisce Corporibus communicantur (76.): Chordæ etiam hæ moventur ut Pendula, quorum longitudines sunt ut *c* B ad D *b*, aut A B ad *a b* (481.); ergo quadrata durationum Vibrationum, quæ sunt inversè ut Vires, & directè ut longitudines Pendulorum (232.), sunt in ratione compositâ ex inversâ ratione *a b* ad A B, id est, A B ad *a b*, & directâ ipsius A B ad *a b*; quæ ratio composita est ratio quadratorum longitudinum. *Chordarum* igitur *longitudines sunt, ut Vibrationum tempora*. TAB. V. fig. 9.

485. Simili ratiocinio comparantur *tempora Vibrationum Chordarum diversæ crassitiei, positis Chordis æqualibus, & æqualibus Viribus tensis*; hæ æqualibus Viribus æqualiter inflectuntur

 (480.);

(480.); & ideò agitantur ut Pendula æqualia, in quæ agunt gravitates, quæ *sunt* inversè, *ut* quantitates materiæ in Chordis (76.); id est, inversè ut quadrata diametrorum; quæ ratio iterum invertenda est ad habendam proportionem quadratorum durationum Vibrationum (231.); Ideò *diametri* ipsæ sunt ut durationes.

486. *Datis Chordis ejusdem generis quibuscunque, Vibrationum durationes* inter se possunt comparari; *sunt* enim *in ratione compositâ ex ratione inversâ radicum quadratarum Virium, quibus Chordæ tenduntur* (483.), *ratione longitudinum Chordarum* (484.), *& ratione diametrorum* (485.). Multiplicando diametrum per longitudinem, dividendo productum per radicem quadratam Vis, quâ Chorda tenditur, & pro variis Chordis operationem hanc ineundo, quotientes divisionum erunt inter se ut Vibrationum tempora.

De ipsis Legibus Elasticitatis nunc agam.

Hanc autem detegimus Elasticitatis generalem Legem, *Productionem Fibræ, cæteris*
487. *paribus, sequi proportionem Vis producentis.*

Fibra, ut vidimus, non habet Elasticitatem, nisi certâ Vi tensa sit (472.); dum ita tenditur, producitur; sed de hac Productione non agitur.

Ponimus Fibram ita tensam ut sit elastica; superadditâ Vi quacunque, dicimus Productionem, ex hac oriundam, sequi proportionem hujus ipsius Vis.

Experimentis Lex illa Elasticitatis innotescit, si Inflexiones augeantur ita ut harum

rum proportio sensibiliter à ratione inter pondera inflectentia recedat, quod ut fiat, Chorda, ut fit in instrumentis musicis, firmanda est, aut ope cochleæ, non pondere, tendenda: quæ si justâ adhibitâ curâ præstentur, detegimus, *mutatis utcunque gradibus tensionis, quamdiu de eâdem Fibrâ agitur, hanc eâdem quantitate produci, si eadem Vis producens tensioni superaddatur*. Quod computatione elicitur ex Experimentis quæ primo intuitu non ita simplicem regulam polliceri videntur. (*Exp.*) 488.

In Chordis ejusdem generis, crassitiei, & æqualiter tensis, sed diversæ longitudinis, Productiones, quæ ex superadditis æqualibus ponderibus oriuntur, sunt inter se ut Chordarum longitudines. Chorda enim in omnibus punctis est æquè tensa: Productio ergo integræ Chordæ est dupla Productionis hujus partis dimidiæ, aut Chordæ dimidiæ longitudinis. 489.

Productiones Fibrarum ejusdem generis, & crassitiei, sunt ergo *in ratione compositâ longitudinum, & ponderum quibus producuntur*. (487.) 490.

Si crassitie Fibræ differant, quamvis sint ex eâdem materiâ, *Vires, quæ æqualiter producunt Fibras, longitudine æquales, non sunt inter se, ut materiæ quantitates in Fibris*; & in Experimentis, quæ adhibitis diversis Chordis tentavi, hanc rationem aliquando majorem, aliquando illâ minorem, detexi. 491.

Unde sequitur *majorem, aut minorem Elasticitatem, in Corporibus ejusdem generis, cæteris paribus, pendere à peculiari quâdam partium* di- 492.

dispositione. Quod etiam deducitur ex iis quæ de Elasticitate, in initio hujus Capitis, observavimus (474.).

CAPUT IX.

De Laminarum Elasticitate.

EX iis, quæ de Fibrarum Elasticitate *diximus*, deducimus quæ ad Laminas pertinent. Lamina enim potest haberi pro congerie Fibrarum, quamvis ex harum conjunctione singularum Elasticitas mutetur (492.); si Laminam tenuem, non admodum latam, consideremus, de ipsius Productionibus, appensis ponderibus, Experimenta instituere possumus, eodem modo, ut cum Fibris. Experimenta hæc demonstrant, eandem legem Elasticitatis, quam superiùs indicavimus (487.), & hic locum habere; nempe,
493. *Productionem Laminæ sequi rationem Vis quâ producitur*.

494. Laminæ Elasticæ pleræque se ipsas sustinere possunt; id est, firmatâ unâ extremitate, Lamina, pondere suo, parum flectitur; si Vi extraneâ flectatur, sibi permissa movebitur variasque Vibrationes peraget, ut *de* Fibrâ tensâ antea demonstratum (482.).

In tali Inflexione Lamina, in punctis diversis, diversâ Vi producitur; id est, si concipiamus Laminam, in innumeras partes infinitè exiguas & æquales, divisam, in Inflexione partes hæ inæqualiter producuntur.

Si

Si unius tantùm particulæ Productio daretur, cùm hæc sequeretur rationem Vis producentis (487.), *sibi permissa, tempore æquali, semper rediret ad pristinum situm*; hic enim applicare possumus demonstrationem de motu Fibrarum. (482.) 495.

Diversæ verò particulæ, separatim productæ, non æqualibus temporibus redirent; quia diversas materiæ quantitates secum traherent; non enim agitur de partibus separatis. 496.

Ubi verò Elasterium flectitur, & sibi permittitur, eodem tempore partes omnes Vibrationem peragunt, accelerato quarundam motu, dum aliarum retardatur; ut in Pendulo composito (225.).

In diversis autem totius Laminæ Inflexionibus accelerationes hæ, & retardationes, ab eâdem causâ pendent; nempe à materiâ movendâ actionibus diversarum particularum Laminæ.

Ex his deducimus, cùm actiones hæ separatim agentes, in Inflexionibus quibuscunque, æquali semper tempore motus absolverent (495.), has & nunc, ubi semper ab iisdem causis mutantur, æquali tempore quoque motus absolvere; ideòque *omnes Vibrationes ejusdem Laminæ, utcunque inæquales, esse æquè diuturnas; Laminamque agitari juxta Leges Penduli in Cycloïde oscillati*; 497. ita enim Pendulum hoc agitari post n. 219. demonstravimus.

Leges hæ sunt, ut actio in Corpus, in singulis punctis viæ percurrendæ, sit ut distan-

ſtantia puncti à loco in quo Corpus quieſcere poteſt (219.); & ut Vis talis ſit, quæ agat in Corpus motum ut in Corpus quieſcens (187.); qualem eſſe Vim Elaſticitatis in Capite præcedenti vidimus (482.).

498. Unde deducimus, *varias ejuſdem Laminæ Inflexiones proportionales eſſe Viribus quibus Lamina in his Inflexionibus retinetur.* Sit Lamina AB, cujus extremitas A fixa eſt, duabus retineatur Viribus, in ſitu A*b* & A*b*; ſi una fuerit alterius dupla, *bb* & *b*B erunt æquales. (*Exp.*)

TAB. V. fig. 10.

499. Quæ de Inflexione Laminarum dicta ſunt, ad Laminam curvam ACB transferri poſſunt; ſi hæc duobus ponderibus gravetur ut ſitus *a c b*, *a c b*; acquirat, & pondera ſint inter ſe, ut unum ad duo, diſtantiæ *cc* & *c*C erunt æquales (498.); Introceſſiones igitur puncti C ſunt, ut pondera quibus Lamina gravatur: quod etiam referri poteſt ad Introceſſiones plurimarum Laminarum junctarum.

TAB. V. fig. 11.

500. Integram actionem, quâ Elaſterium flectitur, determinabimus colligendo in unam ſummam omnes actiones minimas, quibus ſucceſſivè Inflexio augetur.

TAB. V. fig. 12.

Sit AB ſpatium in Inflexione percurſum; & BC Vis, quæ in eo ſitu retinet Laminam flexam; ductis AC, ut & DE parallelâ BC, erit DE proportionalis actioni, quæ, in Inflexione AD, retineret Laminam (498.). Dum hæc flectitur, tranſit per omnes Inflexiones intermedias, inter minimam Inflexionem & maximam AB; & actio in-

integra, quâ ita Lamina fuit flexa, valet omnes actiones simul, quibus in singulis Inflexionibus minoribus, per quas transiit, retineri potuisset. Summa hæc exhibetur per superficiem trianguli ABC; ut patet, si hic referamus quæ in n°. 189. & n°. 377. *& seq.* continentur.

Vis, ergo, integra in Inflexione AD ad Vim integram in Inflexione AB, ut triangulum ADE ad triangulum ABC; Unde patet *Vires integras inflectentes esse in ratio-* 501.
ne duplicatâ ipsarum Inflexionum (19. El. VI.).

Ponamus appenso, aut applicato, pondere Inflexionem fieri; sitque BC pondus, quo in Inflexione AB retinetur Lamina. Integra actio ponderis, dum hoc descendit per AB, quæ sequitur rationem ponderis ipsius, & rationem spatii descendendo percursi; proportionalis est integræ superficiei ABCG (23. El. VI.), quæ duplo major est triangulo ABC (41. El. I.); & productum ponderis BC, quod inflexam retinet Laminam, per ipsam Inflexionem AB, quæ æqualis est spatio descendendo à pondere percurso, duplum valet integræ Vis flectentis, id est, *integra actio, quâ Elasterium fuit* 502.
flexum, valet Vim, quam acquirit pondus memoratum, cadendo ab altitudine quæ valet dimidiatam Inflexionem.

Elasterium, dum relaxatur, Actionem præstat æqualem illi, quâ fuit flexum, si perfecta sit Elasticitas (440.); ergo *Vires, rela-* 503.
xationibus Elasterii communicatæ, sunt ut quadrata Inflexionum (501.). Et *Velocitates sunt* 504.
ut

ut Inflexiones (380.), *quæ sunt ut Vires, quibus in situ Elasterium retinetur* (498.) (Exp.).

CAPUT X.

De Solidis Elasticis.

IN duobus Capitibus præcedentibus de Fibris, & Laminis egimus; primùm solam longitudinem consideravimus, postea longitudinem cum latitudine; nunc autem tres dimensiones simul considerandæ veniunt. In hoc ultimo casu non agitur de totius Corporis Inflexione, aut Productione, ut in duobus præcedentibus; sed partium Inflexio convenientiam quandam habet cum Introcessione partium in Corporibus mollibus.

505. TAB. V. fig. 12. *Corpus* omne *Elasticum* potest haberi pro congerie Laminarum, & *dum* illud *percutitur* hæ cedunt; omniumque Inflexiones simul sumtæ valent Vim integram, quæ in Corporis Percussione destruitur (415.). Si aliâ Vi Corporis partes intropremantur, singularum Laminarum Inflexiones diversæ sunt, & in singulis Inflexio sequitur rationem subduplicatam Vis agentis in Laminam (501.); agitur autem de iisdem Laminis, & actio integra, sive major sive minor sit, eodem modo per has ipsas dispergitur, quare singularum Inflexio fit juxta eandem rationem; & *externæ Laminæ Introcessio*, quam mensurare sæpe possumus, *est in ratione subduplicatâ totius Vis partes intropromentis.*

La-

Laminâ quæcunque ex his, si separatim relaxaretur, æquali tempore ad pristinum situm rediret, sive magis sive minus flexa foret (497.); unde deducimus, junctis his omnibus, *relaxationem partium flexarum* etiam 506.
semper fieri æquali tempore, quando idem Corpus hac relaxatione movetur. Hoc constabit si, mutatis mutandis, huc referamus, quæ de Laminâ flexâ in n_o. 496. diximus.

Si hæc velimus ad Sphæras elasticas referre, & inde conclusiones deducere, quædam præmittenda sunt.

Sit ACBE Sphæra; ponamus punctum 507.
C usque ad D intropremi, id est, superfi- TAB. V.
ciem ACB sese applicare superficiei aliûs fig. 11.
Corporis; tunc, si Maculam ibi imprimat, Maculæ diameter erit æqualis arcui ACB. Arcus autem hic semper exiguus admodum est, poteſtque haberi pro summâ Subtensarum AC, CB; & etiam pro æquali ipsi lineæ AB.

Ductâ AE, triangulum CAE est rectangulum (31. El. III.); quare triangula CAD, CAE sunt similia (8. El. VI.); & DC, CA, CE, proportionales (4. El. VI.); unde sequitur, quadratum Subtensæ æquale esse rectangulo ex Abscissâ CD & Diametro CE (17. El. VI.). Ergo *quadrata Sub-* 508.
tensarum AC, aC, *sunt inter se, ut Abscissæ respondentes* CD, Cd (1. El. VI.). Subtensæ hæ sunt ut Diametri Macularum, *quando* 509.
Introcessiones Abscissis æquales sunt: Ideò quoque *sunt hæ Abscissæ*, ut quadrata Diametrorum Macularum, id est, sunt *ut ipsæ Maculæ*

culæ (2. El. XII.); quas æquales esse vidimus basibus Segmentorum ABC, abC (507.).

510. *In hoc eodem casu* Abscissæ mensurant Inflexiones externæ Laminæ Corporis; sunt ergo quadrata Abscissarum, ut *Vires quibus partes fuere compressæ* (505.); quæ Vires ideò etiam *sunt ut quadrata Macularum*.

511. In triangulo ACB, AB se habet ad *nn*, ut CD, ad Cd; idcircò dictæ Segmentorum bases sunt quoque, ut AB ad *nn* (509.).

Si nunc integrum Segmentum ACB concipiamus divisum in innumeros orbes, planis ut ab, *ab*, ipsi basi AB parallelis, singuli orbes proportionales erunt lineis respondentibus *nn*, *ee*; si autem lineæ singulæ latitudinem habeant æqualem crassitiei orbis respondentis, partes trianguli AC*B*, proportionales erunt partibus respondentibus ipsius Segmenti; & Segmenta ipsa AC*B*, aCb, *a*C*b*, erunt inter se, ut triangula ACB, *n*C*n*, *e*C*e*. Triangula ipsa sunt, ut quadrata basium AB, *nn*, *ee* (19. El. VI.), quæ bases sunt ut ipsæ bases Segmentorum.

512. Ergo ipsa *Segmenta sunt*, ut quadrata horum basium, id est, ut quadrata Macularum; aut *ut Vires quibus partes intropremuntur*. (510.).

513. *Si eadem Sphæra elastica, diversis velocitatibus, incurrat in Obstaculum fixum elasticum*, quadrata Macularum erunt, ut quadrata velocitatum (510. 380.), id est, *Maculæ erunt ut velocitates*. (Exp.).

514. *Si agatur de diversis Corporibus, sed quæ æqua-*

æqualium Sphærarum portionibus terminantur, quadrata Macularum, aut quadrato-quadrata Diametrorum Macularum, *sunt ut Massæ per quadrata Velocitatum* (510. 382.).

Si Sphæræ differant, sive ipsa Corpora sint sphærica, sive tantùm sphæricè terminentur, *quamdiu de Materiâ æqualiter elasticâ agitur, Segmenta intropressa sunt inter se, ut Vires quibus intropremuntur*. In utrâque enim Sphærâ hæc regula obtinet; quare & ad diversas applicari poterit, si in unico casu locum habeat in conferendis duarum Sphærarum Segmentis. Hic autem casus datur, quando Abscissæ sunt æquales; partium enim respondentium Introcessiones sunt æquales, & diversa resistentia tantùm diversæ quantitati Materiæ tribui potest. 515.

Sint Sphæræ duæ M & N; harum Segmenta AFB, ACB, æquales bases habentia, inæquales habent altitudines FD, DC. Concipiamus has altitudines dividi in partes æquales infinitè exiguas, eundemque esse numerum partium in utrâque altitudine. Concipiamus ulteriùs per singulas divisiones Segmenta secari, planis parallelis ad basim; habebimus Segmenta divisa in Orbes tenuissimos ita, ut crassities singulorum, in primo Segmento, se habeat ad crassitiem in alio, ut FD ad DC, propter æqualem numerum partium in utrâque altitudine. In utroque Segmento Orbes, recedendo à basi, minuuntur juxta eandem Legem (509.), ita ut respondentes orbes æquales sint. Unde sequitur Orbem quemcunque, in primo 516. TAB. V. fig. 15.

Segmento, se habere ad respondentem in alio, ut crassities ad crassitiem, id est, ut FD ad DC; & summa omnium Orbium ad summam omnium, id est, ipsum Segmentum AFB ad Segmentum ACB, quoque ut FD, ad DC (12. El. v.).

517. Agimus in omnibus hisce de Segmentis exiguis; ideò FD, DA, FG sunt proportionales (507.): ut & DC, DA, CE. Ergo utrumque Rectangulum FD per FG, & DC per CE, æquale est quadrato lineæ DA (17. El. vi.); suntque Rectangula æqualia inter se; unde deducimus FD ad
518. DC, ut CE ad FG (16. El. vi.); & *Segmenta, quorum Diametri sunt æquales, sunt inversè, ut Sphærarum Diametri; & in eâdem ratione Vires, quibus intropremuntur.* (515.).

Ex his, collatis inter se, deducimus uni-
519. versalem regulam hanc, *Vires, quibus Corpora percutiuntur, esse directè ut quadrata Macularum* (510.), *& inversè ut Globorum Diametri* (518.). Quod ita potest exprimi, productum Massæ per quadratum Velocitatis (382.) est, ut quadratum Maculæ divisum per Diametrum Globi; & multiplicatis ambabus hisce quantitatibus per Diametrum Globi, in hanc aliam regulam ultimam mutamus.

520. *Quadratum Maculæ sequitur rationem producti Massæ per Diametrum Globi, & per quadratum Velocitatis.*

521. *In Corporibus Sphæricis* Massa sequitur rationem triplicatam Diametri (18. El. xii.), id est, est ut Cubus Diametri; & pro his Cor-

Corporibus regula ita potest exprimi; *ipsa Macula, aut quadratum Diametri Maculæ, sequitur rationem producti quadrati Diametri Globi per Velocitatem Corporis.*

In hoc casu *si Velocitates sint æquales, Globorum Diametri erunt inter se, ut Diametri Macularum.* (Exp.) 522.

FINIS LIBRI SECUNDI.





PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.



LIBRI III.

Pars I. De Gravitate, & Pressione Fluidorum.

CAPUT I.

De Gravitate partium Fluidorum, & illius Effectu in ipsis Fluidis.



523. Fluidum vocatur Corpus, cujus partes impressioni cuicunque cedunt, & cedendo facillimè moventur inter se (35.).
524. Unde sequitur *Fluiditatem ex eo oriri, quòd partes non arctè inter se cohæreant, & quòd motus non impediatur inæqualitatibus in partium superficiebus*, ut fit in pulveribus.

Par-

Particulæ autem, ex quibus Fluida constant, ejusdem sunt naturæ cum aliorum Corporum particulis, easdemque proprietates habent; Fluida enim sæpe in Solida convertuntur, quando magis arcta inter partes cohæsio datur, ut glacies: metalla contra liquefacta exemplum Solidi in Fluidum mutati præbent. 525.

Fluida & eo cum Corporibus solidis congruunt, quod constent ex particulis gravibus, gravitatem materiæ quantitati proportionalem, ubicunque positæ, habentibus. Si in ipso Fluido gravitas sensibilis non sit, ex eo hoc oritur, quod partes inferiores superiores sustineant, hasque descensu arceant (*Exp.*); ipsam verò gravitatem eo non destrui liquet, quod vase contentum Fluidum pro suâ quantitate gravet libram, cui vas appenditur. 526.

Ex hac gravitate sequitur, *superficiem Fluidi, vase inclusi ne effluat, si supernè illud non prematur, aut æqualiter prematur*, quod nullam mutationem adfert, *planam fieri*, & *horizonti parallelam*. Cùm enim impressioni cuicunque particulæ cedant, tam diu gravitate moventur, donec descensui locus non amplius detur. 527.

Particulæ inferiores superiores sustinent & hisce *premuntur, pressioque hæc sequitur proportionem* materiæ incumbentis, id est, *altitudinis Fluidi supra particulam pressam*; cùm verò superficies suprema Fluidi sit ad horizontem parallela (527.), *singula puncta superficiei cujuscunque, quæ concipitur in Fluido ad horizontem parallela, æqualiter premuntur.* 528.
529.

530. *Si* ergo *in aliquo loco talis superficiei pressio detur, minor quàm in cæteris punctis, Fluidum*, quod impressioni cuicunque cedit, *ibi* movebitur, id est, *adscendet donec pressio fuerit æqualis*. (Exp.)

531. *Pressio in particulas inferiores, quæ oritur ex gravitate Fluidi superioris, actionem suam exserit omnes partes versùs, & quidem æqualiter*. (Exp.). Quod ex naturâ Fluiditatis sequitur; nam Fluidi partes impressioni cuicunque cedunt, & facillimè moventur; Gutta ergo quæcunque locum, quem occupat, non servabit, si, dum à Fluido superiori premitur, ab omni parte non retineatur; moveri verò non potest propter Guttas vicinas, quæ eodem modo & eâdem cum vi à Fluido supereminenti premuntur; quiescit idcircò Gutta prima, & ab omni parte, id est, juxta directionem quamcunque premitur. Dicimus quoque, ipsam æqualiter premi; lateralis enim pressio se habet respectu verticalis, ut hæc respectu illius; ideò, si ut detur æquilibrium, verticalis pressio à laterali differre possit, ex. gr. hanc superare, ex quacunque causâ, ex hac eâdem ultima pressio quoque primam superare debebit, propter reciprocam, & omninò similem relationem; cùm hoc quoque in directionibus quibuscunque obtineat, sequitur inæqualitatem inter pressiones dari non posse.

532. Ex hisce sequitur *Fluidorum particulas singulas* ab omni parte æqualiter premi, & ideò *quiescere*; illasque non continuò inter se moveri, ut à multis statuitur. Si in quibusdam

oc-

occasionibus motus talis detur, hic causæ peculiari tribuendus erit.

In tubis communicantibus, sive æqualibus, sive inæqualibus, sive rectis, sive obliquis, Fluidum eandem adipiscitur altitudinem; id est, omnes superficies supremæ sunt in eodem plano horizonti parallelo; quod facilè ex dictis deducitur. Sit vas A, tubus verticalis B, & tubus inclinatus D; communicationem habeant per tubum CE; detur in his Fluidum, & concipiatur superficies horizonti parallela *fhg*; si altitudines, *fi* & *hk*, fuerint inæquales, Fluidum adscendet ubi minor est (530.). Ex eâdem ratione, nisi pressiones in *g* & *h* fuerint æquales, Fluidum non quiescet; has verò æquales esse, quando *k* & *p* sunt in eodem plano horizontali, demonstramus. 533. TAB. VI. fig. 1.

Sint *vpl*, *so*, *rn*, *qm*, horizontales, & verticales *ps*, *xor*, *tnq*, *lmg*; in singulis his horizontalibus superficiebus ubique pressio æqualis est (529.). Punctum *s* sustinet columnam Fluidi *ps*, æqualiter premitur *o*, & *r* sustinet pressionem *xr*; eodem modo patet in *q* pressionem esse *qt*; & punctum *g* premi, quasi sustineret columnam *gl*. Sunt ergo pressiones æquales, quando *k* est in eodem plano horizontali in quo sunt *l* & *v*. (*Exp.*)

Non omnia Fluida sunt æquè gravia, id est, non eandem materiæ quantitatem in spatiis æqualibus continent; in singulis tamen prædicta locum habent. 534.

Quando Fluida diversæ gravitatis eodem vase 535.

continentur, gravius locum infimum occupat; & premitur à leviori, illudque pro altitudine hujus. (Exp.)

CAPUT II.

De Actione Fluidorum in fundos, & latera Vasorum quibus continentur.

536. F*Undus & latera Vasis, quo Fluidum continetur, à partibus Fluidi illa immediatè tangentibus premuntur*, & propter actioni æqualem reactionem (180.), æqualem etiam particulæ istæ pressionem sustinent. Cùm verò pressio in Fluidis omnes partes versùs sit æqualis, fundus & latera æqualiter premuntur cum particulis Fluidi vicinis; *actio* ergo *hæc ad instar altitudinis Fluidi crescit* (531. 528.), & ubique ad eandem profunditatem est æqualis, pendetque ab illà altitudine, & nullo modo à Fluidi quantitate. Manente igitur Fluidi altitudine & magnitudine superficiei quæ premitur, æqualis semper erit actio *in hanc superficiem*, utcunque mutetur Vasis figura. Generalis est ergo hæc regula,
537. *pressionem, quam superficies quæcunque patitur, valere pondus columnæ Fluidi, cujus basis est ipsa superficies, & altitudo in singulis punctis distantia verticalis supremæ superficiei Fluidi ab his punctis.* (Exp.).

538. Talem esse in Vase prismatico, cujus basis
TAB. VI. fig. 2. est A B, & in quo altitudo Fluidi est A C, non facilè in dubium quis vocabit; nam to-

tum

tum Fluidi pondus, & nil præterea, sustinet fundus. Sed servatâ altitudine Fluidi & basi Vasis, non mutatur pressio in fundum, licet, figurâ mutatâ, Vas minorem aut majorem Fluidi copiam contineat, ut in fig. 3. & 4. Quod quantumvis paradoxum ex naturâ Fluiditatis sequitur.

Gutta quæcunque quæ quiescit, omnes partes versùs æquali cum vi conatur recedere (531.); si ergo ab unâ parte prematur, illam partem versùs, propter æqualem actioni reactionem, eâdem cum vi recedere conabitur, & cum hac eâdem vi omnes partes versùs ipsa premet. In fig. 3. Fluidum, quod fundum tangit, & tubo respondet, sustinet pondus columnæ Fluidi, tubo contentæ, & ad fundum usque continuatæ, & tali cum vi fundum premit, ut & Fluidum vicinum, quod cùm effluere non possit in fundum, & Fluidum sibi vicinum cum hac eâdem vi agit, quâ & ulteriùs propagatur pressio; quare in singula fundi puncta datur pressio æqualis pressioni in loco in quem Fluidum tubo contentum agit; & ideò fundus gravatur eodem modo ac si Fluidi columna, ejusdem altitudinis cum Fluido in tubo, & cujus basis esset ipse fundus, huic imponeretur. 539.

In fig. 4. concipiatur Vas prismaticum AB dc, simile Vasi fig. 2., eo Fluidum exterius à Fluido in prismate contento separatur, hocque solum in fundum premit, fundusque hoc totum sustinet. Fluidum in prismate premit in latera hujus, Fluidum exterius premit in superficiem exteriorem prismatis, & superficies 540.

cies exterior eodem modo premitur ac interior, pressionesque in puncta opposita sunt æquales; ita ut, si superficies tolleretur, pressiones hæ sese mutuò destruerent; non interest igitur an talis superficies detur nec ne, & ex sublatâ, id est, sublato prismate, non mutatur actio in fundum.

541. Prædicta omnia à gravitate Fluidorum pendent, hæ tamen actiones ab ipso Fluidorum pondere distingui debent, quod semper quantitati materiæ est proportionale (526.).

Pressionem lateralem, & eam quæ sursum dirigitur, æquales esse pressioni in fundum, positâ eâdem profunditate infra superficiem supremam Fluidi, ex actione Fluidi omnes partes versùs æqualiter agentis deducitur; quæ ergo ex mutatâ Vasis figurâ etiam non variant. (*Exp.*)

CAPUT III.

De Solidis Fluidis immersis.

Diversam Corporum gravitatem, sive Solidorum, sive Fluidorum, ex eo oriri, quod in spatio æquali majorem aut minorem materiæ quantitatem contineant, ex ante dictis sequitur (90.).

DEFINITIO I.

542. *Materiæ quantitas in Corpore, considerata cum relatione ad volumen Corporis*, id est, ad spatium ab hoc occupatum, *vocatur Corporis Densitas.*

Cor-

Corpus dicitur habere Densitatem duplam aut triplam, &c. Densitatis alterius Corporis, quando, positis voluminibus æqualibus, continet materiæ quantitatem duplam, aut triplam &c.

DEFINITIO 2.

Corpus Homogeneum dicimus, quod in omnibus partibus ejusdem est Densitatis. 543.

DEFINITIO 3.

Heterogeneum vocamus Corpus, cujus in variis partibus inæqualis est Densitas. 544.

DEFINITIO 4.

Gravitas Corporis, considerata cum relatione ad volumen, vocatur Corporis Gravitas specifica. 545.

Gravitas specifica dicitur dupla, quando manente volumine pondus est duplum.

Gravitates ergo *specificæ & Densitates Corporum, in Corporibus homogeneis, in eâdem sunt ratione; & sunt inter se ut pondera Corporum æqualium quantum ad volumen.* 546.

Si Corpora homogenea fuerint ejusdem ponderis, volumina eo *sunt* minora, quo Densitates sunt majores, & manente pondere, minuitur volumen in eâdem ratione, in quâ Densitas augetur; sunt ideò in hoc casu volumina *inversè ut Densitates.* 547.

Ex his deducimus, quomodo in homogeneis Corporibus, si duæ ex tribus rationibus dentur, Ponderum, Voluminum, & Densitatum, tertia detegatur.

Pondera sunt in ratione compositâ Voluminum & Densitatum. 548.

Volumina sunt directè ut Pondera, & inversè ut Densitates. 549.

Tan-

550. *Tandem Densitates sunt directè ut Pondera; & inversè ut Volumina.*

551. *Quando Solidum Fluido immergitur, à Fluido ab omni parte premitur, pressioque hæc in ratione altitudinis Fluidi supra Solidum crescit.* Ut illud ex dictis in capite præcedenti sequitur, ac etiam directis Experimentis probatur (*Exp.*).

Quando solidum ad magnam profunditatem Fluido immergitur, pressio in superiorem partem à pressione in inferiorem vix
552. differt; unde *Corpora altè immersa ab omni parte quasi æqualiter premuntur*; quæ pressio, à Corporibus mollibus sine figuræ mutatione, & ab admodum fragilibus sine disruptione, sustineri potest. (*Exp.*).

553. *Ne quidem Guttæ cujuscunque Fluidi figura, pressione alterius Fluidi ab omni parte æquali, mutari potest.*

554. Sit Gutta figuræ irregularis A, quæ alio
TAB. VI. fig. 5. Fluido ab omni parte æqualiter prematur.

Directio pressionis in singulis punctis est perpendicularis ad superficiem, quod si negetur, resolvenda erit pressio in duas (163.), quarum una perpendiculariter agat ad superficiem, alia juxta directionem superficiei parallelam, quæ secunda cùm in superficiem non agat, premitur Gutta illâ solâ, cujus directio perpendicularis est ad superficiem.

Prematur punctum B; particula pressa quaquaversum æquali cum vi premit, particulæ singulæ pressæ eodem modo premunt, ita ut pressio statim per integram Guttam dispergatur, quare particula ut D, quæ in Guttâ ab

ab omni parte æqualiter premitur, conatur recedere per D E, cum vi quâ premitur, id est, cum vi quâ externè premitur particula B. sed æquali vi ponimus per E D premi particulam D; non poterit ergo hæc moveri; eadem demonstratio poterit applicari puncto F, & alii puncto cuicunque superficiei; quare nullus motus in Guttâ dari poterit.

Solidum Fluido specificè gravius, ad quamcunque altitudinem Fluido immersum, descendit. Superficies inferior Corporis premit superficiem Fluidi, quæ ab hac parte Corpus tangit; pressioque hæc valet pondus columnæ constantis ex ipso Corpore & Fluido superincumbenti, & hac vi Corpus deorsum fertur. Pondus columnæ similis, sed quæ tota ex Fluido constat, est vis cum quâ Corpus à Fluido sursum premitur (551. 531.). Cùm verò solidum ponatur Fluido specificè gravius, vis hæc minor est illâ, & ab eâdem superatur. 555.

Simili ratiocinio, *Solidum Fluido specificè levius, & immersum, ad supremam Fluidi superficiem adscendere* debere, probatur. 556.

Positâ vero *eâdem Solidi cum Fluido gravitate specificâ*, neque adscendet, neque descendet, sed *ad quamcunque altitudinem in Fluido suspensum illud manebit*, & Fluidum integrum Corpus sustinebit; in quo casu, propter æqualitatem gravitatum specificarum, Fluidum sustinet pondus æquale ponderi quantitatis Fluidi, quæ impleret spatium à Solido occupatum. Fluidum autem eodem modo agit in omnia Solida æqualia ad eandem profundita- 557.

tem

tem immersa, & æqualiter illa sustinet; *a-*
558. *mittit* ergo *Corpus immersum* quodcunque *partem gravitatis suæ, æqualem ponderi Fluidi quod spatium ab illo occupatum posset implere*. (Exp.).

Non quidem Corpus amittit partem ponderis quæ à Fluido sustinetur, sed descendit in Fluido, aut funem, quo sustinetur, trahit, quasi revera pondus imminutum foret.

DEFINITIO 5.

559. *Pondus, quod Corpus Fluido immersum servat, vocatur illius Gravitas respectiva.*

560. Hæcque *gravitas respectiva est excessus gravitatis specificæ Solidi super gravitatem specificam Fluidi*, quia Solidum ex gravitate amittit, quantum valet Fluidi gravitas (558.).

561. Ex hisce sequitur, *omnia Solida æqualia, licet diversæ gravitatis specificæ, quando eodem Fluido immerguntur, pondus æquale amittere* (558.). (Exp.)

562. Unde sequitur, *quomodocunque inter se differant Densitates Corporum inæqualium, si eodem Fluido immergantur, pondera ab iis amissa esse in ratione voluminum*. In eâ enim ratione sunt spatia ab iis in Fluido occupata.

563. Idcircò *Corpora ejusdem ponderis, sed diversæ Densitatis, partes inæquales ponderis amittunt, quando eodem Fluido immerguntur*, propter voluminum inæqualitatem. (*Exp.*).

564. *Idem Solidum, quod Fluidis diversæ Densitatis immergitur, diversam ponderis sui partem amittit* (558.): ideò quando duo Corpora, ejusdem Densitatis & ponderis, Fluidis diversæ Densitatis immerguntur, destruitur inter illa æquilibrium. (*Exp.*)

Quan-

Quando Solidum, Fluido specificè gravius, in Fluido suspenditur, hoc, ab omni parte, in illud Solidum, pro altitudine suâ, agit (551.), & Solidum æqualiter in Fluidum reagit (180.); actiones illæ sunt igitur eædem, ac si spatium, à Solido occupatum, ipso Fluido impleretur; & ita *non interest*, 565.
respectu gravitatis Fluidi, utrùm in eo Solidum specificè gravius suspendatur, an affundatur ejusdem Fluidi quantitas, quæ æquale spatium cum Solido occupat. (Exp.)

Ex collatione n. 558. & 565. patet, *Fluidum* 566.
acquirere pondus, quod Solidum immersum amittit. Vis gravitatis semper proportionalis est quantitati materiæ, & non mutatur immersione Solidi in Fluidum; ideò summa ponderum Solidi & Fluidi, & ante & post immersionem, non differt (*Exp.*).

Corpus, Fluido specificè gravius & quod 567.
in hoc descendit, majori cum vi deorsum fertur quàm sursum premitur, ut antea explicatum (555.); quarum virium differentia est Corporis gravitas respectiva. Vis prima pro parte constat ex pondere Fluidi Corpori superincumbentis; & Corpus ad talem potest immergi profunditatem, ut hocce pondus æquale sit memoratæ gravitati respectivæ; si in eo casu Fluidum hoc superincumbens tollatur, sustinebitur Corpus à pressione Fluidi inferioris. (*Exp.*).

Si ad majorem profunditatem Corpus im- 568.
mergatur, & etiam Fluidum cohibeatur, ne in superficiem Corporis supremam premat, cùm pressio, qua Corpus sursum pelli-

litur, cum profunditate ad quam immergitur crescat (551.), majori cum vi in altum fertur Corpus quàm gravitate descendet, quare, si liberè moveri in tubo possit, adscendet. (*Exp.*).

Omne Corpus immersum amittit ex pondere, quantum ponderat Fluidum, quod spatium à Corpore in Fluido occupatum,

569. repleret (558.). Idcircò si *Corpus Fluido levius* fuerit, & ideò adscendat, *in superficie hærebit, & talis erit pars immersa, quæ si à Fluido occuparetur, hoc æqualiter cum Corpore ponderaret*.

Hoc idem ex n. 530. quoque immediatè deduci potest; nisi enim quiescente Corpore, talis sit hujus immersio, superficies horizontalis, quam in Fluido infra Corpus concipimus, non æqualiter ubique premeretur.

570. Indicata regula de pondere amisso (558.) universalis est; Corpus Fluido levius sursum pellitur, quia plus amittit quàm habet; si autem retineatur, statim apparet actionem Fluidi esse eandem, quàm in Corpus Fluido specificè gravius; & in hoc casu regula tali Corpori potest applicari. (*Exp.*)

571. Sequitur ex his, *Corporum, in superficie ejusdem Fluidi natantium, partes immersas esse inter se ut Corporum pondera*. Idcircò, si, superaddito pondere, Corporis gravitas mutetur, in eâdem ratione augetur pars immer-

572. sa; & *partes, quæ variis ponderibus in Fluidum descendunt, sunt inter se ut hæc pondera*. (Exp.)

In nu. 567. & 568. vidimus, quomodo

573. Corpus Fluido gravius natare possit; simili me-

methodo Corpus Fluido levius in fundo retineri potest; in illo casu pressio Fluidi superincumbentis tollitur, hic tollenda est pressio Fluidi in inferiorem superficiem, quâ Corpus sursum pellitur. (*Exp.*)

CAPUT IV.

De comparandis Corporum Densitatibus.

DE Fluidorum Densitatibus primò agam. Comparando Corporum æqualium pondera detegimus illorum Densitates (546.). *Si ergo vas quodcunque exactè Fluido repleatur,* 574.
& Fluidum hoc ponderetur, idemque fiat cum aliis Fluidis, pondera erunt ut Densitates. Sed methodus hæc in praxi variis obnoxia est difficultatibus.

Quando duorum Fluidorum pressiones sunt æ- 575.
quales, materiæ quantitates, id est, pondera in columnis, æquales bases habentibus, non differunt (528.); quare volumina, id est, columnarum *altitudines, sunt inversè ut Densitates* (547.); ex quo methodus hasce comparandi deducitur: si enim in tubis communicantibus Fluida diversa dentur, & quiescant, pressiones erunt æquales, & mensuratis Fluidorum diversorum altitudinibus, ratio inter horum Densitates detegitur. Altitudines autem eædem sunt, licet tubi inæquales diametros habeant. (*Exp.*)

Adhibito Solido immerso etiam comparan- 576.
tur Fluidorum Densitates: *si* enim *Solidum,*

Fluidis comparandis levius, variis Fluidis immergatur, partes immersæ erunt inversè ut Fluidorum Densitates; nam, quia idem Solidum adhibetur, portiones variorum Fluidorum, quæ singulis casibus spatium à parte immersâ occupatum possent implere, sunt ejusdem ponderis (569.); ergo volumina illarum portionum, id est, ipsæ partes immersæ, sunt inversè ut Densitates (547.) (*Exp.*).

Methodus omnium optima est, adhibito
577. Solido Fluidis graviore. *Quando idem Corpus variis Fluidis immergitur, pondera ab illo in his amissa, sunt inter se ut horum Densitates* (558. 546.) (Exp.).

Solidorum Densitates detegimus ponderando hæc in Fluido quocunque; in omnibus Corporibus homogeneis Densitates sunt in ratione compositâ ex directâ ponderum, &
578. inversâ voluminum (550.); & ideò *dividendo pondera per volumina dantur Densitates*, id est, dantur numeri, qui sunt inter se ut hæ Densitates.

In omnibus Corporibus, adhibitâ Librâ, pondera comparantur; volumina deteguntur
579. *ponderando Corpora in eodem Fluido*; *pondera* enim *ab iis amissa sunt ut ipsorum volumina* (562.). (Exp.)

580. *Annectendo Corpus*, cujus Densitas quæritur, & *quod Fluido gravius est*, *Corpori Fluido leviori*, etiam *pondus in Fluido amissum detegitur*. Nam pars hujus Corporis, quæ appenso illo immergitur, proportionalis est ponderi, quo gravatur Corpus Fluido levius (572.); id est, proportionem sequitur pon-

de-

deris Corporis; cujus Densitas quæritur, Fluido immersi; ita ut hac methodo detegi possit pondus Corporis in Fluido; ideòque pondus in Fluido amissum (*Exp.*). Exactius tamen pondus hoc amissum adhibitâ Bilance detegitur.

Varios usus habet collatio Densitatum Corporum: unicum memorabo.

Si ex metallis duobus notis mixtum detur, poterit determinari quantum utriusque contineat, si metallorum & mixti Densitates dentur. 581.

Sint metallorum Densitates A B, A D; mixti Densitas A C. Sint etiam A L & L I; ut volumina metallorum primi & secundi in mixto. Ponamus formata rectangula A F, L H, A G. TAB. VI. fig. 6.

Pondus primi metalli in mixturâ rectangulo A F repræsentari potest (548.); repræsentatque in hoc casu rectangulum L H pondus metalli secundi, & figura A B F M H I A indicat pondus integri mixti; hoc etiam rectangulo A C G I exhibetur (548.); quod idcircò figuræ memoratæ æquale est.

Subtractâ utrinque figurâ communi A C N M H I, restant æqualia rectangula B N, N H, quorum latera sunt reciprocè proportionalia (14. El. VI.), F N ad N M, ut N G ad N C; id est, L I ad A L (34. El. I.); ergo conv. & inv. F M ad F N, ut A I ad L I, *volumen mixti ad volumen secundi metalli in mixto, ut differentia Densitatum metallorum primi & secundi ad differentiam Densitatum metalli primi & mixti.* 582.

583. *Pondus* autem *totius mixturæ est ad pondus metalli secundi in mixto*, in ratione compositâ Densitatum mixti & secundi metalli, & ratione voluminis mixti ad volumen secundi metalli in mixto (548.), id est, *ut productum Densitatis mixti, per differentiam Densitatum metallorum, ad Densitatem secundi metalli, ductam in differentiam Densitatum primi metalli & mixti.*

LIBRI II.

Pars II. de motu Fluidorum.

CAPUT V.

De Celeritate Fluidi, ex Pressione Fluidi superincumbentis.

Fluidum inferius à superiori premitur, & quidem æqualiter omnes partes versùs hæc Pressio dirigitur (531.), & æqualiter omnes partes versùs Fluidum conatur recede-
584. re (180.): idcircò *si Pressio ab unâ parte tollatur, ad hanc partem movetur Fluidum; & non* interest *à quacunque parte Pressio tollatur, eâdem celeritate movetur*; quod Experimentis in capite de Fluidis profilientibus memorandis confirmatur.

Ad eandem profunditatem celeritas est etiam ubique eadem, propter Pressionis æqualitatem

tem (527. 528.); mutatâ verò profunditate mutatur celeritas.

Hanc dicimus *Pressione communicari Velocitatem*, non autem particulas hanc cadendo acquirere: nam *primæ particulæ, quæ exeunt, non lentiùs illis, quæ sequuntur, moventur*; non enim aliam primæ, quam sequentes, viam sequuntur, si obliquè exeant. Præterea non tantùm exeunt, quæ descendunt, sed & quæ lateraliter adfluunt; moveturque particula Pressione omnium particularum circumambientium, exceptis illis quæ in motu præcedunt; & particulæ, quæ descendunt, non tam à superincumbentibus, sed præcipuè lateralium Pressione, Velocitatem acquirunt; ab insequentibus enim, eâdem Velocitate motis, accelerari non possunt. 585. 586.

Sit Vas A, Fluido repletum ad altitudinem 587.
ab; effluat aqua per foramen *cd* in fundo. TAB. VI. fig. 7.
Particulæ sese mutuò sequentes omnes eâdem Velocitate exeunt. Concipiamus lamellam *cf*, quæ foramini respondet; sustinet hæc pondus columnæ *em*; & integrâ hac actione, ut & proprio pondere, deorsum premitur, quamdiu quiescit: aperto autem foramine actio columnæ *em* statim cessaret, nisi hæc ipsa columna, à Fluido circumambiente, continuò comprimeretur. Particulæ, quæ cedunt, sese subducunt ab actione insequentium, si hæ non majori actione propellantur; sed hoc ad Pressionem lateralem applicari non potest, quæ tamen eundem præstat effectum cum directâ, cùm omnis

Pressio eandem producat actionem omnes partes versùs (531.).

588. Illi Pressioni laterali soli, quam Fluidum, columnam *cm* circumambiens, in hanc exserit, Velocitatem, quâ lamella *cf* exit, tribuendam esse statim patet, si Pressionem hanc sublatam concipiamus, & columnam *cm* tubo esse inclusam. Hæc tunc integra caderet, ut Corpus solidum, & motus lamellæ *cf*, congrueret cum motu lamellæ separatæ *n*; id est, velocitate minimâ ex foramine exiret, quod non obtingit (586.).

Ipsam autem Velocitatem, quâ reverà ex foramine, sepositis retardationibus, exit lamella *cf*, detegimus, determinando Vim quâ ejicitur.

589. Lamella hæc, durante actione quâ expellitur, percurrit altitudinem suam *df*; ponamus lamellam *n*, cadendo, etiam percurrere altitudinem suam; Vires, hisce lamellis æqualibus, æqualia percurrendo spatia, communicatæ, sunt inter se, ut Intensitates Pressionum, quibus Vires fuere communicatæ (370.), quæ Intensitates sunt, ut pondus columnæ *cm* (587.) ad pondus lamellæ *n*.

Si quoque concipiamus integram columnam *cm*, solam, proprio pondere cadere, & per eandem altitudinem *df* descendere, hæc Velocitatem acquiret illi æqualem, quam acquisivit lamella *n*; & Vis, quam columna acquirit, se habet ad Vim lamellæ *n*, ut pondus illius ad hujus pondus (375. 90.); Vires ergo columnæ, & lamellæ *cf*, eandem rationem habent ad Vim lamellæ *n*;

sunt-

ſuntque illæ æquales inter ſe (9. El. v.). Vires autem, cadendo acquiſitæ, ſunt æquales, quando altitudines ſunt inversè ut Maſſæ (385.), id eſt, ut pondera (90.); unde ſequitur lamellam *n* illâ exire Vi, quam acquireret liberè cadendo ab altitudine *m d*.

Univerſalis admodum hæc eſt demonſtratio, ſive lamella craſſior, ſive tenuior ſit; hæc eâ ſemper expellitur Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo à dictâ altitudine *m d*, hancque acquirit Velocitatem, dum percurrit ſpatium *f d*. Demonſtratio verò pro fundamento habet, Preſſionem omnes partes versùs eſſe æqualem (587.); idcircò, quamvis ad determinatam magnitudinem particularum non reſtringatur, tantùm locum habere poteſt in particulis ſatis tenuibus, ut ex his Fluidum efficiatur; cùm autem admodum tenues in hoc caſu particulæ requirantur, ſequitur, primas exeuntes, breviſſimo, & omninò inſenſibili momento, Velocitatem ſuam integram acquirere. 590.

Si hæ tantùm ſucceſſivè exirent particulæ, ex quibus columna *c m* conſtat, effluxus non daretur continuus; ſed, interpoſitâ morulâ, lamellæ ſucceſſivè exirent. Reverà autem quantitas, quæ exit, in tempore in quo Corpus altitudinem *d m* poteſt percurrere, integram dictam columnam ſuperat, & exceſſus ſuppletur à Fluido laterali ita, ut effluxus ſit continuatus ſine ullâ interruptione.

In eo momento, in quo prima lamella, quæ exit, Velocitatem acquirit, propelluntur & adjacentes ita, ut plures, durante

effluxu, continuo in motu sint; quibus singulis, in exitu, tantum communicatur quantum deficit ab illâ, quam causa movens ipsis communicare potest, Velocitate maximâ, superius determinatâ.

591. Ex hisce sequitur *Fluidum, Pressione Fluidi superincumbentis*, (ab hac enim pendet etiam Pressio lateralis) *ex foramine, jactu continuo, eâ prosilire velocitate, quam Corpus acquirit cadendo à supremâ Fluidi superficie ad foramen usque* (Exp.); *sepositâ* nempe, ut in hac demonstratione, *partium cohæsione*, quæ licet exigua sit, in Fluidis plerisque tamen observatur; *quâ* cohæsione *particulæ exeuntes* retinentur, dum Fluidum, quod exit, à remanente separatur; ideòque *retardantur*. Sed & præter hanc retardationem, quæ ab ipso Fluido pendet, ex variis aliis causis extraneis Velocitas Fluidi minuitur; de quibus in Capite sequenti agam.

592. *Sepositis retardationibus, quadrata Velocitatum, quibus Fluidum ex variis foraminibus exit, sunt inter se ut altitudines Fluidi supra foramina* (591. 190.). Experimentis etiam constat retardationes parum admodum hanc proportionem turbare, quamdiu altitudines non excedunt pedes 30. aut 35. In minoribus altitudinibus proportionem hanc Experimento ante oculos ponimus. (*Exp.*)

CA-

CAPUT VI.

De Fluidis Prosilientibus.

Fluidum verticaliter ex foramine prosiliens, eâ velocitate in altum adscendit, quâ *ad altitudinem supremę superficiei Fluidi* pervenire potest (591. 196.), *nunquam* tamen ad hanc altitudinem *pertingit*, variis ex causis, præter partium cohæsionem supra memoratam (591.). 593.

1. Celeritas, quâ Fluidum in altum adscendit, omnibus momentis minuitur, & columna Fluidi prosilientis constat ex partibus, ad varias altitudines, celeritate diversâ motis: columnæ ubique ejusdem crassitiei partes omnes necessariò eâdem celeritate moventur; prædicta columna fit ergo latior omnibus momentis, dum Fluidi celeritas minuitur; cujus dilatationis causa est impetus Fluidi insequentis, & sequitur ex naturâ Fluidi impressioni cuicunque cedentis, & facilè omnes partes versùs moti; ex hoc impetu motus ubique retardatur.

2. Minuitur & hicce motus Fluido, quod, cùm totum motum amisit, hæret in superiori parte columnæ, & Fluido insequenti sustinetur per momentum temporis, antequam ad latera defluat, quo Fluidum hoc insequens retardatur, quæ retardatio toti columnæ communicatur.

3. Attritu juxta latera foraminis minor est Flui-

Fluidi profilientis celeritas; qui attritus augetur, quando per tubos & epiftomia Fluidum deducitur.

4. Tandem aëris refiftentia motui Fluidorum remoram facit.

Caufam primam retardationis memoratam corrigi minimè poffe nemo eft qui non videt.

Secunda corrigitur paululum inclinando Fluidi directionem, ut per fe patet; hac de
594. causâ, *Fluidum, directione paululum ad horizontem inclinatâ, altius quàm verticaliter adfcendit* (Exp.).

Circa tertiam caufam retardationis notandum, eo majorem, fervatâ proportione, dari attritum, quò foramen minus eft; circumferentia enim, in quâ attritus datur, crefcit ut diameter, & ipfum foramen augetur ut quadratum diametri (2. El. XII.); augeturque magis Fluidi profilientis quantitas quàm attritus. Etiam auctâ celeritate attritum au-
595. geri clarum eft, quare *foramina cum altitudine Fluidi profilientis funt augenda*, ut dum ex unâ causâ attritus augetur, ex aliâ minuatur.

Extremitates tuborum, ex quibus aqua profilit, vulgò figuram coni truncati habent; in quâ extremitate magnum aqua attritum patitur & irregulariter movetur, motuque irregulari in altum exit. Corriguntur hæc
596. *obtegendo extremitatem tubi laminâ planâ & politâ, in quâ foramen datur*, cujus latera admodum polita etiam defiderantur; *altiùs* tunc *aqua profilit; &*, quia motu omninò regulari adfcendit, *perfectè eft translucida*. (Exp.)

Tu-

Tubi, per quos aqua ex receptaculo deducitur, latissimi, respectu foraminis, requiruntur; ut lentè aqua in hisce tubis moveatur, & sensibilis attritus non detur. Etiam *epistomiorum aperturæ latissimæ desiderantur*, ut attritus minuatur. (*Exp.*) 597.

Resistentia aëris sensibilem in motu Fluidorum exserit effectum. Ut corpora omnia, sic & aër motui resistit, daturque Fluidi prosilientis in particulas aëreas actio, & harum reactione minuitur Fluidi motus (352.). 598.

Præter hanc resistentiam, datur & alia minimè contemnenda aëris actio in Fluidum prosiliens. Fluidorum proprietates aërem habere, in Libro sequenti videbimus. Circumdat Fluidum hoc totam columnam Fluidi salientis, motuique hujus, quo ad latera sese expandit dum latior fit, resistit, & major impetus Fluidi insequentis requiritur, quàm si resistentia hæc sublata esset; resistit ergo aër etiam pressione laterali.

Resistentia ex Fluidi ictu in aërem crescit cum superficie quæ in aërem incurrit, id est, si maneat celeritas, augetur cum foramine, in quâ etiam ratione crescit quantitas materiæ motæ, & hujus respectu non interest, cujuscunque magnitudinis fuerit foramen.

Pressio lateralis sequitur proportionem superficiei columnæ; materia mota, quæ manente celeritate sequitur rationem ipsius vis insitæ (375.), ad instar totius columnæ, id est, quadrati superficiei hujus mutatur: magis ergo, si foramen augeatur, crescit vis Fluidi quàm ipsa causa retardans; *in majoribus* 599.

bus ideò *Fluidorum profilientium altitudinibus*; ut pressio lateralis, quæ, cùm diutiùs agat, majorem actionem exserit, meliùs superari possit, *majora desiderantur foramina*; quod in eodem casu & ex aliâ causâ desiderari antea diximus (595.): in quo loco ut & hìc majora foramina in majoribus tantùm altitudinibus necessaria ponimus, licet demonstrationes probent hæc foramina, in majoribus altitudinibus maximè necessaria, in genere esse anteponenda. Hujus distinctionis causam explicabo.

600. Magna foramina etiam motui obstant; nam 1. Major datur superficies, cui incumbit Fluidum supremum, quod totum motum amisit, ibique diutiùs hæret antequam ad latera defluat. 2. Fluidum non tantùm illud ex foramine exit, quod huic respondet, sed, ut fluxus continuus detur, Fluidum vicinum continuò adfluit, quod obliquè movetur, & dum prosilit, motu composito agitatur, quo motus Fluidi prosilientis turbatur; & in majoribus foraminibus major est perturbatio ex hac causâ oriunda.

In minoribus foraminibus prævalent retardationes, quæ, aucto foramine, corriguntur; ita tamen potest augeri foramen, ut hæ prævaleant retardationes, quæ aucto fo-
601. ramine crescunt. Quare *datur in omnibus altitudinibus certa foraminis mensura, per quod Fluidum ad maximam quam potest adscendit altitudinem*. Regulæ tamen de determinando foramine dari nequeunt, quia latitudo tuborum, per quos aqua deducitur, horumque in-

inflexiones & inæqualitates, illud mutant, ita ut variatio in infinitum detur.

Notandum autem *altitudinem*, *ad quam Fluidum adſcendere poteſt*, *ut & foraminis magnitudinem*, *limites habere*, quos excedere vetitum. 602.

Nam auctâ nimium Fluidi celeritate, tantâ vi in aërem impingitur hoc, ut in guttas diſpergatur; in quo caſu minuendo celeritatem, altitudo ad quam adſcendit Fluidum augetur, & altitudo omnium maxima, ad quam Fluidum adſcendere poteſt, in diverſis Fluidis differt; hæcque in aquâ proſilienti, vix centum pedes ſuperat. Diameter foraminis, quod huic maximæ altitudini reſpondet, vix excedit pollicem cum quartâ parte.

Fluida, *quæ obliquè proſiliunt*, *non ex tot cauſis*, *neque tantùm*, *quàm verticaliter proſilientia retardantur*. Secunda retardationis cauſa, antea memorata (593.), hìc locum non habet, & effectus primæ minor eſt; de cætero ad hos motus referre debemus, quæ de Solidis obliquè projectis dicta ſunt in Capite 18. Lib. 1.; & *Fluidum*, *ut innumera Solida*, *ſeſe mutuò inſequentia*, *& eandem viam percurrentia*, *conſiderari poteſt*. In motu Fluidi via percurſa ſenſibilis eſt, & quæ de Solidis obliquè projectis dicta ſunt, ope Fluidorum ad Experimentum vocantur; ad quod hydrargyro utendum, propter hujus Fluidi, præ cæteris, gravitatem ſpecificam. (*Exp.*) 603. 604.

Simili methodo, quâ per circulum determinatur diſtantia, ad quam Corpora obliquè projecta cadunt (287.), detegitur diſtantia,

tia, ad quam Fluidum ex foramine in latere vasis prosilit, quando vas plano horizontali imponitur: diversa est hæc distantia pro variâ foraminis altitudine, manente superficie superiori Fluidi.

605. *Sit A B vasis Fluido repleti altitudo*; secetur hæc in duas partes æquales in C; centro C & radio C A semi-circulus describatur; *detur foramen in E*: tandem ducatur ad A B perpendicularis E D in semi-circuli circumferentiâ terminata in D. *Prosiliat Fluidum ex E ad F in plano horizontali, distantia B F erit dupla perpendicularis E D.*

TAB. VI. fig. 8. n

606. Quod ut demonstretur, considerandum Fluidum, motu æquabili, celeritate quâ ex foramine exit, in tempore in quo Corpus cadere potest ab E ad B, percurrere spatium B F (279.). In omni motu, spatium percursum sequitur rationem compositam celeritatis & temporis (59.); & hoc per illam multiplicando datur spatium percursum; id est, si pro variis motibus hæc instituatur operatio, dantur quantitates, quæ spatiorum percursorum proportionem exprimunt. Si cum quadratis celeritatum & temporum computatio ineatur, dabitur ratio quadratorum spatiorum percursorum. A E hic designat quadratum celeritatis (592.); E B autem quadratum temporis (190.); harum linearum productum exprimit ergo quadratum spatii percursi B F. Hocce autem productum est quadratum lineæ E D (13. 17. El. VI.); quæ idcircò, mutato foramine, crescit & minuitur in eâdem ratione cum distantiâ B F. Po-

sito

fito foramine in centro C, distantia B G, ad quam Fluidum prosilit, sepositis omnibus retardationibus, ipsi BA æqualis est (591. 592.), & est dupla perpendicularis, quæ in C ad A B in semi-circulo duci potest; quod ergo in omnibus foraminibus obtinet, & E D erit dimidium ipsius BF.

Ex hisce sequitur *Fluidum ex foramine in centro C ad distantiam omnium maximam prosilire*. (Exp.) 607.

Ex dictis ulterius sequitur *ex foraminibus E & e, æquè distantibus à centro C, Fluidum ad eandem prosilire distantiam*, quia in eo casu perpendiculares E D, *e d*, sunt æquales. (*Exp.*) 608. TAB. VI. fig. 8.

CAPUT VII.

De Quantitate Fluidi, ex Vasis profluentis, determinandâ, & Irregularitatibus in hoc Motu.

FLuidi quantitas, quæ *in dato tempore, ex dato foramine*, fluit, ad instar Fluidi exeuntis velocitatis crescit: pendet hæc velocitas ab altitudine Fluidi supra foramen, & non interest quamcunque partem versùs motus Fluidi dirigatur (584.); &, *sepositis retardationibus, quadrata quantitatum effluentium sunt in ratione altitudinum Fluidi supra foramina* (592.). 609.

In tempore, in quo Corpus, liberè cadendo, percurrit altitudinem Fluidi supra foramen; ex- 610.

exit ex foramine, sepositis retardationibus; Fluidi columna, cujus longitudo dupla est illius altitudinis (591. 192.). Foramen ipsum est basis columnæ, & datur: si altitudo Fluidi supra foramen nota sit, datur tota columna; tempus etiam facilè Experimentis determinatur (220.): detectâ autem quantitate, quæ in tempore noto exit, quid, in tempore quocunque dato effluat, non latet.

611. Si autem quod hìc de quantitate Fluidi exeuntis demonstramus, conferamus cum demonstratis de Fluidorum pressionibus (537.), paradoxi quid sequetur, quamvis illud ex TAB. VI. fig. 7. hoc deductum fuerit. Pressio, quæ motum communicat Fluido exeunti ex *cd*, valet pondus columnæ *cm*, ut supra vidimus (587.). Si ipsa hæc columna tubo inclusa esset, & sola suo pondere caderet, ut Corpus solidum, hac eâdem pressione illa deorsum pelleretur. Agant hæ duæ pressiones æquales per tempus, in quo Corpus cadit ab altitudine *md*; columnæ *mc* communicabit pressio hæc velocitatem, quâ pressio illa Fluidum expellit (591.). Velocitates sunt æquales, & tempora æqualia; sed materia agitata in ultimo casu dupla est (610). Ideòque integer effectus duplus.

612. Differentiam hanc deducimus ex iis, quæ supra observavimus. Si sola columna *cm* ageret, non ille esset motus qui reverâ obtinet (587.); sed pressio lateralis addenda est, ut pressio indicata, in Fluidum, quod exit, sine intermissione continuetur (588.). Hæc ipsa est actio, quæ propellit causam mo-

moventem, & fine cujus auxilio effectum suum præstare hæc non potest; illa ergo huic superaddenda est, ut causam integram habeamus, quæ effectum exserit (349.), & cujus hic proportionem sequitur.

In momento primo solum pondus columnæ *cm* agit; statim autem agit pressio lateralis, quam causam adjutricem vocabimus, cujus auxilio in eodem statu servatur causa prima; quantum ergo hæc causa agendo amitteret, suppletur ab adjutrice; amitteret autem pro ratione effectûs; ergo actio causæ adjutricis valet effectum quem prima causa, si sola ageret, præstaret. Idcircò dum simul agunt, effectus duplus est; hoc autem ipsum illud est quod illustrandum erat.

Quantitas verò Fluidi, quam, computa- 613.
tione indicatâ (610.), detegimus, sensibiliter admodum excedit illam, quæ reverà exit: & quod maximè notabile est, *Expe-* 614.
rimenta quæ circa velocitates, & illa, in quibus quantitates Fluidorum, certo tempore ex foraminibus fluentium, immediatè mensurantur, minimè reciprocantur; & non potest quantitas hæc, ex notâ velocitate, determinari.

Præcipua hujus differentiæ causa est motûs 615.
irregularitas, de quâ supra egimus (600.); & quæ, quamvis in magnis foraminibus maximè noxia sit, in omnibus tamen locum habet; hac irregularitate magis impeditur egressus aquæ, quàm hujus velocitas minuitur: basis columnæ minor est quàm superficies

foraminis, ut ad oculum patet, si columna, ad exiguam à foramine distantiam, mensuretur. Hac de causâ, si aqua per brevem tubum, ex. gr. unum pollicem longum, effluat, majori copiâ exibit quàm, sublato tubo, per foramen ejusdem amplitudinis.

616. In ipsâ mensurâ velocitatis etiam error datur. Fluidum, quod juxta latera foraminis transit, attritum patitur, & retardatur; quam retardationem non patitur Fluidum illud, quod ex foraminis centro irrumpit; retardatur quidem hoc à Fluido laterali, cum quo cohæret; sed Fluidi partes facilè moventur inter se, & retardatio hæc exigua est respectu alterius; idcircò parum etiam acceleratur Fluidum laterale actione illius, quod per medium foraminis transit, & hoc continuò celerius illo movetur; non tamen à medio Fluido separatur laterale; nam quamvis facilè juxta se invicem Fluidorum partes moveantur, difficiliùs à se invicem divelluntur: Fluidum ergo medium, fluxu suo continuo, secum fert laterale, quod licet lentiùs motum, ad eandem distantiam, aut altitudinem cum medio pertingit.

Judicium autem de velocitate non fertur, nisi ex distantiâ, aut altitudine; velocitas verò quæ sic determinatur, paululum deficit à velocitate, quâ Fluidum ex medio foraminis exit, quia hoc in toto motu suo à laterali Fluido, & aliis causis, retardatur. Sed velocitas hæc multo magis excedit lateralis Fluidi velocitatem, ut ex his omnibus sequitur;

tur; si quis ergo toti Fluido exeunti mensuratam tribuat velocitatem, quantitatem Fluidi, certo tempore exeuntis, determinabit veram excedentem; minus tamen veram excedet, quàm si in determinandâ velocitate omnes retardationes seponat, & juxta regulam in n. 610. indicatam, computationem ineat.

Experimentis autem *constat quantitates aquæ ex æqualibus foraminibus, determinato tempore, exeuntes*, si per latiores tubos aqua deducatur, & per foramen in laminâ exeat, *rationem sequi à subduplicatâ altitudinis aquæ supra foramen parum differentem*; & poterit hæc subduplicata ratio in computationibus sine errore sensibili adhiberi: si prævium quoddam experimentum circa quantitatem aquæ effluentem institutum computationis sit fundamentum. Cùm tamen hæc ratio tantùm quam proximè locum habeat, si nimiùm altitudines differant, regula usum habere non potest. 617.

Si foramina differant & altitudo maneat, quantitas Fluidi quæ determinato tempore exit, ipsius foraminis rationem sequitur, si in omnibus punctis foraminis æquali velocitate Fluidum feratur; quod quamvis non obtineat, parum tamen à memoratâ ratione aberrare quantitates, quæ reverà exeunt, experimentis cum aquâ institutis constat. 618.

Cæteris paribus, *quantitates quæ effluunt*, esse ut tempora clarum est: *sunt* ergo quantitates hæ *generaliter in ratione compositâ temporum, foraminum* (618.), *& radicum qua-* 619.

N 2 dra-

dratarum altitudinum Fluidi supra foramina (617.).

In vasis, in quibus Fluidi adfluxus non datur, hujus celeritas, dum effluit, continuò mutatur, ad quod attendendum in comparatione temporum in quibus vasa diversa evacuantur.

Vasa cylindrica hìc consideramus, & dicta ad vasa quæcunque, eandem juxta integram altitudinem capacitatem servantia, referri poterunt; ponimus Fluidum per foramen in fundo effluere.

620. *Tempora, in quibus vasa Cylindrica, ejusdem diametri & altitudinis, evacuantur, Fluido ex foraminibus inæqualibus fluente, sunt inter se inversè ut hæc foramina.*

Vasa hæc, planis ad basin parallelis, concipiantur divisa in partes æquales minimas; & divisiones utriusque vasis non differant inter se; cùm agatur de partibus minimis, concipere possumus celeritatem in evacuatione unius partis non mutari. Fluidi quantitas, quæ ex foramine fluit, si altitudo non mutetur, crescit cum foramine, & eo breviori tempore evacuatur determinata Fluidi quantitas, quo foramen majus est; & minuitur tempus hoc in ratione in quâ foramen augetur. Dum partes respondentes in vasis evacuantur, altitudines sunt æquales; partes etiam ipsæ, & ideò quantitates Fluidi quæ effluunt, sunt æquales; ergo tempora in inversâ ratione foraminum; quod cùm in singulis partibus respondentibus locum habeat, ad tempora evacuationum integro-

rum

ram vasorum etiam referri debet (12. El. v.).

Quando vasa cylindrica sunt inæqualia & æque alta, per foramina æqualia, in temporibus, quæ sunt ut cylindrorum bases, evacuantur. 621.
Vasa iterum in partes minimas, & numero æquali in utroque vase, divisa concipiantur ita, ut partes respondentes æquales habeant altitudines, ideòque æqualiter à fundo distent. Quando partes respondentes evacuantur, Fluidum, per foramina æqualia, velocitatibus æqualibus effluit ex utroque vase; quantitates ergo quæ effluunt sunt ut tempora; & ideò in hac temporum ratione sunt ipsæ partes respondentes, quæ sunt ut cylindrorum bases: tempora autem integrarum evacuationum sunt ut tempora in quibus partes respondentes evacuantur (12. El. v.).

Dentur tandem *duo vasa cylindrica* E I, A D, 622.
quorum bases sunt æquales, altitudines verò TAB. VI.
diversæ, ex. gr. ut 1. ad 4. *& evacuentur hæc* fig. 9. 10.
per foramina æqualia: concipiantur etiam hæc vasa, planis ad basin parallelis, in partes minimas æquales divisa, quales sunt H*i*, C*d*; sitque idem numerus partium in utroque vase, & partes erunt inter se ut ipsa vasa; id est, ut 1. ad 4. Partes singulæ motu æquabili evacuantur, quia de minimis agitur: celeritates in partibus respondentibus sunt ubique ut 1. ad 2. (591.), quia altitudines harum partium supra bases sunt ut vasorum altitudines, quæ sunt ut horum numerorum quadrata. Unde sequitur, tempora, in qui-

bus partes respondentes evacuantur, etiam esse inter se ut unum ad duo; quia in tempore duplo, celeritate duplâ, quantitas quadrupla evacuatur. Cùm autem tempora sint in eâdem ratione pro singulis partibus respondentibus, tempora, in quibus integra vasa evacuantur, sunt etiam ut unum ad duo. Si vasa sint ut 1. ad 9. tempora, ut demonstratione simili evincitur, erunt ut 1. ad 3.; & in genere tempora sunt ut celeritates, quibus partes respondentes evacuantur, quarum celeritatum quadrata sunt *ut vasorum altitudines*, (592.) in quâ ratione ergo etiam *sunt quadrata temporum*. (Exp.)

623. *Tempora, in quibus vasa cylindrica quæcunque evacuantur, sunt in ratione compositâ basium* (621.), *inversâ foraminum* (620.), *& radicum quadratarum altitudinum* (622.).

624. TAB. VI. fig. 5. *Dividi ita potest vas cylindricum, ut partes inter divisiones interceptæ equalibus temporibus evacuentur, quod fiet, si divisionum à basi distantiæ fuerint ut numerorum naturalium quadrata*; tempora enim evacuationum vasorum, quorum altitudines hanc sequuntur proportionem, sunt ut numeri naturales (622.), & temporum differentiæ æquales.

Tempus, in quo vas cylindricum evacuatur, est ut celeritas cum qua Fluidum effluere inchoat (592. 622.); celeritas ergo, dum Fluidum in vase descendit, in eâdem ratione minuitur cum tempore evacuationis Flui-
625. di in vase superstitis; & *motus Fluidi, ex vase cylindrico fluentis, est retardatus æqualiter in temporibus æqualibus*.

Si

Si ex cylindro, & alio vase ejusdem altitudinis, & Fluidum semper ad eandem altitudinem continenti, per foramina æqualia fluat Fluidum in tempore in quo evacuatur cylindrus, ex vase memorato fluit dupla Fluidi quantitas quàm ex cylindro. Nam, propter altitudines vasorum æquales, celeritates in principio sunt æquales; Fluidi, quod ex vase semper repleto exit, celeritas est æquabilis; celeritas Fluidi, ex cylindro fluentis, est æquabiliter retardata (625.). Idcircò ex isto vase, dum cylindrus evacuatur, fluet dupla aquæ quantitas quàm ex cylindro. Si enim duo Corpora eadem celeritate propellantur, & primum motu æquabili progrediatur, secundum autem motu æquabiliter retardato, & moveantur donec hoc totum motum amiserit, primum in eo tempore percurret spatium duplum spatii à secundo percursi (192. 193. 194.); hìc Fluidum, quod effluit, pro spatio percurso haberi potest, quia foramina sunt æqualia. 626.

Notavimus supra, partium cohæsionem motum Fluidorum retardare, contrarium etiam in multis occasionibus observamus; & licet velocitas ex pressione oriunda, quascunque partes versùs eadem sit, omnium tamen celerrimè movetur Fluidum, dum verticaliter descendit; hoc in motu suo cadendo continuò acceleratur, cum insequenti cohæret & hoc secum quasi trahit, velocitatemque Fluidi ex vase profluentis auget. 627.

Circa aquam quædam observabo, quia cum hac experimenta fuere sumpta, quamvis hæc

ipsa etiam ad alia Fluida applicari possint; magisque in Fluidis glutinosis hæc sensibilia forent, de quibus tamen hìc non agitur.

628. *Motus ex vase, cum quo in inferiori parte tubus conjungitur, acceleratur.* Sit vas tale Z æquale & simile vasi X, & quod cum tubo altitudinem habeat vasis Y; habeat tubus aperturas ambas æquales foraminibus in fundis vasorum X & Y; impleantur aquâ vasa X, Y, & Z. In principio motûs, ex vasis X & Z æquali celeritate aqua fluit, quia ex tubo non major fluere potest aquæ quantitas, quàm quæ tubum per aperturam superiorem intrat, quem major aquæ quantitas ingredi nequit, quàm quæ ex vase X fluere potest. Sed aqua quæ per tubum descendit acceleratur, & cùm integram tubi capacitatem repleat, magis aquam insequentem secum trahit quàm sublato tubo, tunc enim tenuior fit continuò columna aquæ effluentis. Aqua autem quæ per tubum fluit, dum insequentem accelerat, ab hac retardatur; quare aquæ quantitas, quæ certo tempore ex vase Z effluit, est media inter aquæ quantitates, quæ ex vasis X & Y, eodem tempore fluere possunt. (*Exp.*)

TAB. VI. fig. 9. 10. 11.

629. *Maneat apertura superior tubi, quâ cum vase tubus communicationem habet, ut & hujus longitudo, augeatur apertura inferior, major aquæ quantitas effluet,* & magis accelerabitur aqua, quæ tubum intrat; satisque potest augeri hæc apertura, non mutatâ tubi longitudine, ut ex ipsâ major aquæ quantitas fluat quàm ex vase Y. In hoc casu, per apertu-

ram

ram tubi superiorem ad parvam infra aquæ superficiem profunditatem, major fluit aquæ quantitas quàm ex aperturâ æquali ad profunditatem quadruplam. Adhibito longiori tubo, idem præstari poterit, licet non augeatur tubi apertura inferior. (*Exp.*)

Et alia notabilia in motu aquarum à cohæsione pendentia observantur. Aqua agitata non confunditur cum aliâ quæ diversam directionem sequitur, quamvis juxta se invicem ferantur, & ad se invicem comprimantur, dum singulæ per angustiorem viam transeunt in eo loco ubi conveniunt. 630.

Sint tubi duo AB, DE, sese mutuò ad angulos rectos secantes; ita tamen, ut axis unius tangat circumferentiam cavitatis alîus, quare pro parte cavitates confunduntur in C. Aqua rectâ viâ per singulos tubos eodem tempore transit. (*Exp.*) TAB. VI. fig. 11.

Imò etiam si viæ ubi se mutuò hæ intersecant confundantur, utraque aqua in motu juxta aliam viam suam flectit, & tamen non sensibilis datur aquarum permixtio. 631.

Quando tuborum AB, DE, cavitates in C confunduntur, positis amborum tuborum axibus in eodem plano, si aqua eodem tempore velociter per A & D tubos intret, vias sequitur ACE, DCB. (*Exp.*)

CAPUT VIII.

De Cursu Fluminum.

DEFINITIO I.

632. TAB. VII. fig. 1. *Flumen vocamus aquam in canali, superius aperto, propriâ gravitate fluentem.* Ut AE.

DEFINITIO 2.

633. *Flumen* in eodem statu manere, aut *in statu manente dicitur; quando aqua uniformiter fluit, ita ut in eodem loco semper sit ad eandem altitudinem.*

DEFINITIO 3.

634. *Sectio Fluminis vocatur planum Flumen secans perpendiculariter ad fundum, & ad motûs aquæ directionem.* Ut *ponq.*

Quando Flumen ad latera terminatur, planis inter se parallelis, & ad horizontem normalibus, & fundus etiam est planum, sive horizontale, sive inclinatum, sectio Fluminis cum tribus hisce planis angulos rectos efficit, & est parallelogrammum.

635. *In omni Flumine in statu manente, eadem aquæ quantitas per singulas sectiones eodem tempore fluit.* Nisi enim in loco quocunque eadem aquæ quantitas adfluat, quæ ex eo defluit, in eodem statu Flumen non manebit, & demonstratio hæc locum habet, quæcunque fuerit alvei irregularitas, ex quà, alio respectu, multæ in Fluminis motu mutationes oriuntur; attritus ex. gr. major est pro majore alvei inæqualitate.

Ir-

Irregularitates in Fluminis motu in infinitum variari possunt, & regulæ circa illas tradi nequeunt; sepositis ergo irregularitatibus omnibus Fluminum cursus examinandus est; nisi enim in hoc casu Motûs Leges notæ fuerint, in nullo alio judicium, vero fundamento nixum, ferri poterit; quid in veris Fluminibus obtineat, postea perpendendum.

636. Ponimus nunc aquam fluere per canalem regularem, sine sensibili attritu; canalem terminari ad latera planis parallelis inter se & verticalibus; fundumque etiam planum esse & ad horizontem inclinari.

TAB. VII. fig. 1. Sit canalis *A E*; ex receptaculo majori aqua in illum fluat, maneatque in receptaculo semper ad eandem altitudinem, ut Flumen sit in statu manenti. Aqua juxta planum inclinatum descendit & acceleratur (198.); quo, propter æqualem aquæ quantitatem per singulas sectiones fluentem (635.), 637. *altitudo aquæ, recedendo à Fluminis initio, continuò minuitur*, & aquæ superficies adipiscitur figuram *i q s*.

638. Ad determinandam aquæ in variis locis velocitatem, concipiamus canalis aperturam *A D C B* plano claudi; si perforetur planum, eo celerius ex foramine prosiliet aqua, quo magis hoc distabit à superficie aquæ *b i*; eandemque habebit aqua celeritatem, quam Corpus, cadendo à superficie aquæ ad profunditatem foraminis infra illam, acquirit (591.); quod ex pressione aquæ superincumbentis oritur. Datur eadem pressio, id est, eadem vis motrix, quando impedimentum in AC tol-

tollitur; ponimus enim capax adeo receptaculum, ut & in hoc casu pressio lateralis agat in aquam quæ canalem intrat.

Hunc nunc ingreditur unaquæque particula aquæ eâ celeritate, quam Corpus acquirit, cadendo ab aquæ superficie ad particulæ profunditatem. Particula hæc, juxta planum inclinatum, in canale movetur, & hujus motus acceleratur; & quidem eodem modo ac si verticaliter cadendo motum continuasset ad eandem profunditatem infra superficiem aquæ in origine Fluminis (208.).

Si ducatur horizontalis linea *i t*, particula in *r* habebit celeritatem, quam Corpus cadendo per *i* C & devolvendo per C *r* potest acquirere; quæ est celeritas, casu per *t r*,
639. à Corpore acquisita. *Ubique* ergo *mensuratur particulæ celeritas, ducendo ab hac perpendicularem ad planum horizontale, quod per superficiem aquæ in origine Fluminis concipitur, & velocitas, quam Corpus per hanc perpendicularem cadendo acquirit, erit particulæ celeritas,* quæ major est pro majori perpendicularis
640. longitudine, & *non augetur pressione aquæ superincumbentis*, quæ non potest augere celeritatem aquæ, quæ aliunde majorem habet quàm quæ ex hac pressione oriri potest: eodem modo ac Corpus insequens in antecedens, celeriùs motum, agere non potest.

641. In puncto quocunque *r* ad Fluminis fundum ducatur perpendicularis *r s*, Fluminis altitudinem mensurans; cùm non horizontalis sit *r s*, si à variis hujus lineæ punctis ad *i t* perpendiculares ducantur, eo hæ breviores erunt,

erunt, quo magis ab *r* distabunt, omniumque brevissima erit *sv*; ideòque particularum, in lineâ *rs*, celeritates eo minores sunt, quo magis hæ ad superficiem Fluminis accedunt, & *aqua inferior celeriùs superiori movetur*. 642.

Harum tamen *aquarum in progressu Fluminis ad æqualitatem continuò magis accedunt celeritates*. Nam celeritatum harum quadrata sunt ut *rt* ad *sv*, quarum linearum differentia, recedendo à Fluminis origine, continuò minuitur, propter imminutam altitudinem *rs* (*637.*), dum lineæ ipsæ augentur. Quod cùm in quadratis obtineat, multò magis in ipsis celeritatibus locum habet, quarum differentia ergo etiam minuitur, dum ipsæ crescunt. 643.

Si fundi inclinatio in principio Fluminis mutetur ut sit *y*Z, aut lateraliter augeatur apertura, per quam aqua in canalem fluit, ita, ut *major sit aquæ copia in canali*, *altior erit ubique Fluminis superficies*, *sed non mutatur celeritas aquæ in loco quocunque*. Hæc enim celeritas non ab altitudine aquæ in Flumine pendet, sed, ut demonstratum, à distantiâ inter particulam motam & planum horizontale per aquæ superficiem in origine Fluminis transiens; quæ distantia perpendiculari ut *rt* aut *sv* mensuratur; hæ autem adfluxu aquæ non variantur, si modò maneat aquæ superficies in receptaculo. 644.

Claudatur canalis pars superior obstaculo ut X, *quod quantumvis parum infra aquæ superficiem descendat*; aqua omnis quæ adfluit perfluere 645.

non

non poterit, adſcendet idcircò, ſed eo celeritas aquæ infra cataractam non augetur (644.), continuòque accumulatur aqua adfluens; quæ ergo ita adſcendit ut ſupra impedimentum aut ripas Fluminis defluat. *Si verò ripæ eleventur & impedimentum continuetur, ſupra lineam i t aquæ altitudo excreſcet*, antea enim hujus celeritas augeri nequit: in quo caſu totius aquæ in receptaculo altitudo augebitur; cùm enim ponamus Flumen in ſtatu manenti, neceſſe eſt, ut aliunde continuò in receptaculum tantum aquæ adfluat, quantum ex illo in Flumen defluit; imminutà verò aquæ defluentis quantitate, neceſſariò altitudo in receptaculo augetur, donec celeritas aquæ infra obſtaculum fluentis ita ſit aucta, ut eadem aquæ quantitas infra hocce obſtaculum tranſeat, quæ ante poſitam cataractam per hanc Fluminis ſectionem fluxit.

Hæc omnia, ut jam monuimus, ſepoſitis irregularitatibus omnibus, vera ſunt, & quo irregularitates ſunt minores, eo magis cum dictis motus veri congruunt; de quibus, ut & de mutationibus quæ in veris Fluminibus contingunt, nunc agam.

646. Tellus ſphærica eſt, & hujus centrum verſùs gravia tendunt; non tamen accurata hæc figura eſt, locaque depreſſiora aquis teguntur, quæ collectæ Maria, & Lacus efficiunt. Recedendo ab hiſce, attollitur Telluris ſuperficies ad certam uſque diſtantiam, iterumque deprimitur alia Maria, aut Lacus verſùs. Præter has per magna ſpatia ſeſe ex-

extendentes altitudines, Montes in multis locis, sive Mari vicinis, sive ab hoc remotis, magis nobis sensibilem superficiei Telluris inæqualitatem communicant.

Ubique in Telluris superficie, præcipuè in locis montosis, Scaturigines aquarum dantur; aqua ex locis altioribus gravitate inferiora petit; plures Rivuli concurrunt, &, continuò descendentes, Telluris superficiem excavant, & Flumen efficiunt; in cujus alveo sæpe Scaturigines dantur, & ad quod, ex locis vicinis subterraneis, per vias insensibiles, plerumque aqua quoque adfluit; & sic Flumen vires acquirit eundo. In descensu suo sæpe aqua in Obstacula incurrit, diverticula quærit, & viam persequitur. Hinc Fluminum inflexiones. Continuò descendens tandem ad Mare pertingit aqua, & hoc influit, maximum sæpe Terrarum tractum perlustrans. 647.

Flumen, quod ad ipsum Mare pertingit, in toto cursu suo, loca sequitur maximè depressa; & lateraliter recedendo ab hoc attollitur quoque Telluris superficies; quare minora Flumina à dextrâ, & à sinistrâ, ad majora Flumina, ut hæc ad Mare, tendunt. 648.

Non omnium Fluminum alveos, ab initio ad Mare ipsum, ita *a Naturâ*, ut hoc explicavimus (647.), *fuisse excavatos* certissimum est; sæpe aquæ, in loco depresso collectæ, &, nisi cum incommodo vicinorum Incolarum, hinc inde sibi viam quærentes, per canales, manu Hominum excavatos, deductæ fuere ad loca magis depressa, unde postea facilè 649.

cilè

cilè effluere potuere, sibique alveum continuare.

650. Ex his omnibus clarum est, magnas in Fluminibus, longo tempore, contigisse mutationes; has autem in multis tandem debuisse cessare, etiam patebit.

Ut autem, quæ ad hoc subjectum pertinent, illustremus, examinandum, ex quibus causis mutetur Fluminis velocitas, & quid ex hac mutatâ sequatur.

651. Aquam in Flumine, recedendo ab hujus initio, continuò accelerari vidimus (639.); sed verum hoc tantùm est sepositis retardationibus; in omnibus autem Fluminibus multæ retardationis causæ semper cum vi accelerante contrariæ agunt, & illarum effectus, auctâ velocitate aquæ, crescunt.

652. *Acceleratur* tantùm *aqua, quamdiu causa ac-*
653. *celerans impedimenta superat*. *Ubi* autem *retardatio æqualis fit accelerationi*, *motu æquabili progreditur Flumen*. Auctâ tunc, ex novâ superveniente causâ, retardatione, velocitas
654. minuitur; & *sæpius* observamus *lentè moveri in Flumine aquam*, *in loco ab Origine remoto*, & ad quem, nisi post descensum à magnâ altitudine, non pervenit aqua.

655. In hoc casu verum non est, quod antea habuimus, ex auctâ altitudine aquæ in Flumine, ipsam non accelerari (644.); si ex. gr. Flumen percurrat quatuor pedes in uno minuto secundo, id est, eâ moveatur velocitate aqua, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine circiter trium pollicum, accelerabitur, si superficies attollatur quatuor pollici-

bus;

bus; ut ex illis sequitur, quæ superiùs explicavimus (638.).

Unde hanc deducimus conclusionem, *sæpe in Flumine lentiori aquam accelerari, si nova in ipsum influat aqua, aut si alveus coarctetur*; his enim attollitur superficies ita, ut pressio in aquam inferiorem augeri possit. 656.

Non tamen semper ex ipsâ superficie elatâ concludendum, velocitatem augeri; si enim altitudo non sit sufficiens, non producet augmentum velocitatis (640.); etiam, si manente alveo, & non accedente novâ aquâ causa superveniat retardans, aqua attolletur (635.). 657.

In Flumine, quod antea examinavimus (636.), fundum posuimus ad horizontem inclinatum; *aqua* tamen *moveri potest per canalem horizontalem*, si modò ex loco magis elato in ipsum descendat. Superficies aquæ, 658.
sepositis retardationibus, *in illo canali* esset horizontalis, si hic eandem ubique haberet latitudinem; quia aqua velocitatem suam servaret. Semper autem causæ retardantes motum minuunt; ideò *superficies fit inclinata*; magis alta in initio canalis, quàm in alio loco, & recedendo ab initio decrescit. 659.

Pressio enim initio canalis superare debet resistentiam per totum canalem, quia nulla datur vis accelerans: cùm pressio, in alio loco, tantùm superare debeat resistentiam per reliquam partem canalis.

Si tamen, *in* hoc *motu per canalem horizontalem, lentior fit aquæ motus, inclinatio superficiei admodum exigua erit*. 660.

O Flu-

661. Flumina ipsa sibi alveum excavasse diximus. Si aqua transeat per loca arenosa, aut argillosa, ipsa continuò abradit particulas quasdam, hasque secum fert; aquam, continuato diutius motu, ipsa saxa excavare, experientia docuit. *Multas singula Flumina*
662. *subivisse mutationes*, antequam alvei debitam magnitudinem acquisiverint, evidentissimum est; sed quis has determinabit? nullius quoque usûs esset in ipsas inquirere: magis utile erit ipsa Flumina, ut nunc sese habent, ad examen revocare, & quidem illa tantùm, quæ per loca arenosa, aut argillosa transeunt; vix enim sensibile quid ipsis contingit, nisi longo tempore, quando inter saxa moventur.

Aqua continuò abradit particulas arenosas, aut argillosas, hæcque actio augetur, quando aquæ velocitas augetur; unde sequitur,
663. *aquam*, decurrendo per talia loca, turbidam fieri, & *continuò corrodendo alveum, arenam protrudere*. Arena hæc continuò pondere suo
664. cadit; &, *manente per aliquod tempus aquæ velocitate, ita turbida aqua fit, ut tantum arenæ deponat, quantum eodem tempore attollit*.

665. *Si* tunc *velocitas augeatur, majorem quantitatem attollit, quàm gravitate cadit; si minuatur velocitas, contrarium obtinet*.

666. Præter velocitatem & aliæ duæ causæ, *pondus aquæ, & hujus impetus, quantitatem arenæ, quæ ex loco movetur, augent*.

DEFINITIO 4.

667. *Flumen vocamus regulare, cujus alvei materia est æquabilis; cujus fundus aut æquabiliter*

ter inclinatur, aut horizontalis est; & cujus sectiones omnes parallelæ inter se, similes & æquales essent, si aqua eandem ubique haberet altitudinem.

DEFINITIO 5.

Filum Fluminis vocamus lineam quæ in singulis sectionibus transit per punctum, in quo velocitas aquæ est maxima. 668.

Si Flumen sit regulare, Filum æqualiter ab utrâque ripâ distat, propter resistentiæ caussas similes ab utrâque parte; si Flumen tale non sit, magis ad unam, aut aliam ripam sæpè accedit Filum, neque harum respectu regularem servat cursum.

In Flumine regulari maxima corrosio est in medio ipsius fundi, respondet enim locus hicce velocitati maximæ, & pondere totius aquæ augetur hujus actio. 669.

Arena hæc latera versùs dispergitur, & duplici causâ alvei figura mutatur; regulare tamen manet Flumen. Si autem uniformiter aqua per tale Flumen decurrat, omnia ita sese constituent, ut non tantùm arenæ continuò decidentis quantitas æqualis sit illi, quæ attollitur; sed etiam ut in singulis alvei locis hoc ipsum obtineat; tunc mutationes cessant.

Si nova aqua superveniat, corrosio sæpe augetur (656. 665.), sed tantùm in eo loco, ubi hoc augmentum datur; inferiora loca non mutantur (664.). Post tempus tamen & hæc mutantur, si hocce augmentum continuò uniformiter suppeditetur; quando enim locus primus corrosione excavatus est ita, 670.

ut augmentum velocitatis in eo loco Fluminis non ampliùs detur, augmentum velocitatis in locum sequentem inferiorem transfertur, qui etiam excavatur; sic successivè corrosio ad Mare usque propagatur, & cessat aucto ubique ipso alveo.

671. Flumen regulare consideravimus, quod in lineâ rectâ movetur; non tamen ad irregularia semper debet referri Flumen, quia viam suam flectit; si enim angulum obtusum admodum duæ directiones efficiant, sæpe motus sine corrosione flectitur. Propter acutum angulum, quem ripa cum aquæ directione efficit, hujus actio in illam exigua est; aqua descendens cum insequenti cohæret, hanc in descensu suo secum trahit, & à ripâ abducit, impetum minuit, & sæpe in totum destruit, & hicce est casus de quo nunc agitur. Aliquando contingit corrosionem dari, & hac ipsâ ripam acquirere figuram, quâ positâ, æquilibrium datur inter aquæ impetum & vim, quæ aquam abducit; in quo casu corrosio ripæ per tempus tantùm durat.

672. **Si irregulare fuerit Flumen, multis mutationibus obnoxium erit. Tale est Flumen, cujus ripæ in uno loco excavantur, in alio prominent; cujus latitudo diversa est in diversis locis; in cujus fundo inæqualitates reperiuntur; tandem cujus directio magis subitò mutatur.**

TAB. VII. fig. 2. Ponamus Flumen AD; excavata ripa est inter A & C, & hujus figuræ hæc est sequela. Velocitas, propter attritum, exigua esset

esset in lineâ AC, si juxta ipsam ripam aqua moveretur; nunc autem, propter remotam illam ad B, velocitas inter A & C major est, & impetu quodam ad angulum C aqua accedit; quod idem contingeret si, sepositâ excavatione in B, ripa in C promineret.

Generalis autem est regula; *ubi aqua impetu quodam ad ripam accedit, ibi* in vorticem hanc moveri, & *fundum excavari*. Profunditas ergo major erit in C; similis quoque dabitur excavatio in D. 673.

Ex inæquali Fluminis latitudine in diversis locis, sequitur mutationes velocitatis dari, dum aqua progreditur; hancque ergo continuò arenam de loco in locum transferre (665.), & continuas Flumen mutationes subire. 674.

Inæqualitates in fundo retinent aquam; ubi hæc in illas incurrit, minuitur velocitas, & arena in hisce locis deponitur (665.), quæ ipsum obstaculum auget; & *minimum quid sæpe origo fuit Insulæ in Flumine natæ*, quæ ipsa postea majorum mutationum causa fuit. 675.

Inflexionem viæ non dari posse in Flumine, sine actione in ripam oppositam, ut in F, clarè patet; quæ quidem actio aliquando tollitur, si angulus inflexionis fuerit obtusus admodum (671.), non vero si ad rectum accedat, aut acutus fuerit. 676.

Quando corrosio datur in aliquo loco ripæ, Filum magis ad hanc accedit; retardatur motus ripam oppositam versùs, arena deponitur (665.), & alluvio datur. 677.

Ex his omnibus satis patet, tales dari posse 678.

 in

in Flumine mutationes, ut hoc alveum suum mutet, corrodendo ita ripam in aliquo loco, ut sibi viam aperiat ad loca magis depressa; à velocitate verò, quâ aqua in hanc viam penetrabit, pendebit antiqui alvei fatum.

679. In hoc statim, diviso jam Flumine, retardatur aqua, & illius fundus attollitur; quo ipso alveus minuitur; sicque sæpe contingit Fluminis ostia multiplicari. Sæpe etiam, defluente majori copiâ aquâ in novum alveum, antiquus omninò obturatur.

680. Circa ostia sua Flumina & aliis mutationibus sunt obnoxia; continua ibi datur velocitatis aquæ mutatio, prout Mare, recessu aut accessu suo, juvat, aut impedit effluxum aquæ in Mare.

In accessu Maris minuitur velocitas Fluminis, & arena decidit (665.); quæ, auctâ in recessu velocitate, iterum ad Mare fertur; tunc Flumen non mutatur. Hoc locum habet in Fluminibus, quæ satis virium habent, ut impetum Maris redeuntis sustineant; retardantur quidem, sed motum in contrarium non flectunt.

681. Si autem non tanta sit vis Fluminis, nimium retardatur motus, & accumulatur arena majori copiâ; in hoc casu, antequam arena hæc ad Mare deferri possit, jam à superioribus locis continuò adfluens ibi pertingit turbida aqua, quæ tantum arenæ deponit, quantum attollit (664.), & illam, quæ in fundum deciderat, ibi relinquit; sicque hic continuò extollitur.

Hæc

Hæc continuata *fundi mutatio causa est dilatationis ostiorum*, *& quare Flumina sæpe ostia nova sibi aperiant*. Mutatio hæc Fundi locum tamen non habebit, si agatur de Flumine debiliori, & cujus ostium admodum latè patet. Tunc Mare in recessu reducens arenam, quam ipsum attulit, facilè etiam secum fert illam, quam Flumen exiguâ copiâ suppeditavit. 682.

Hiemali tempore Nives accumulantur in Montibus, aliisque locis elatis, ex quibus Flumina defluunt. Circa hujus Tempestatis finem & Veris initium, liquefactis Nivibus, Fluminum superficies attolluntur, & alveis se efferunt. Velociùs agitata aqua majorem arenæ copiam secum fert; sed aqua, ad latera ultra ripas dispersa, arenam deponit; & sic *singulis annis attolluntur loca, quæ hiemali tempore aquis fluvialibus teguntur*. 683.

Plura artificia excogitarunt Homines, ut incommoda, ex mutationibus Fluminum oriunda, evitarent. Aggeres ad latera Fluminum exstruxerunt, ut in alveo, etiam in Hieme & Vere, aquas retinerent; cujus cautelæ hicce sæpe fuit successus, ut arena, quæ loca vicina tegisset, nunc cohibita, ex multis causis in locis peculiaribus accumuletur, & tractu temporis maximorum incommodorum sæpe causa fit. 684.

Aggeres in ipso alveo exstruuntur ad alia incommoda evitanda; horum effectus demonstrabo, & inde facilè deduci poterit in quibus occasionibus utilitatem habere possint. 685.

Sit Agger talis GH, diſponitur hicce obliquè, ut hujus directio pro parte conſpiret cum motu ipſius aquæ; hoc Aggere poſito actio aquæ à ripâ IF removetur, & augetur in ripam oppoſitam, quæ excavatur in D, aqua in angulo K lentè movetur, impedita ab ipſo Aggere; hac de causâ arenam deponit (665.), quæ ibi continuò accumulatur.

Aqua, ipſo angulo L contenta, non quieſcit; illa quæ movetur per HM, lateralem, cum quâ cohæret, ſecum fert, hancque inſequitur illa, quæ in angulo ipſi Aggeri adjacet, & cùm, hujus aquæ motu, deprimatur in ipſo angulo aquæ ſuperficies, aqua juxta ripam motu contrario redit. In hoc motu lentiori arena continuò decidit, & tandem ipſum angulum replet.

CAPUT IX.

De Motu Undarum.

686. TAB. VI. fig. 11. AQuæ quieſcentis ſuperficies plana eſt, & ad horizontem parallela (527.); ſi aliquâ ex causâ hæc cava fiat in A, circa hanc cavitatem effertur in BB. Elata hæc aqua gravitate deſcendit, & celeritate, deſcendendo acquiſitâ, cavitatem novam efficit; quo motu aqua ad latera hujus cavitatis adſcendit, & implet cavitatem A, dum de novo attollitur C versùs; dum in C hæc deprimitur, de novo aqua eandem partem ver-

sùs

sûs accumulatur; unde motus in aquæ superficie oritur, & cavitas, præ se ferens quam continuò extollit aquam, ab A ad C movetur.

DEFINITIO 1.

Cavitas hæc, cum adjunctâ aquâ elatâ, vocatur Unda. 687.

DEFINITIO 2.

Latitudo Undæ est spatium ab Undâ in superficie aquæ occupatum & mensuratum juxta motûs Undæ directionem. 688.

Cavitas ut A ab omni parte aquâ, ut dictum, elatâ circumdatur: & motus memoratus omnes partes versûs sese expandit; *Undæ motus* ideò *est motus circuli sese expandentis.* 689.

Detur obstaculum AB, in quod Unda, 690.
cujus origo est in C, incurrat; examinan- TAB. VII.
dum, quam in puncto quocunque ut E mu- fig. 1.
tationem patiatur Unda, quando in hoc puncto ad obstaculum pervenit. In omnibus locis, per quæ Unda transit, dum hæc latitudinem suam percurrit, aqua attollitur, cavitas deinde formatur, quæ iterum impletur; quam mutationem dum superficies aquæ subit, hujus particulæ per parvum spatium eunt & redeunt. Directio hujus motûs est per CE, celeritasque hac ipsâ lineâ repræsentari potest; concipiatur hicce motus in duos alios resolutus per GE & DE, quorum celeritates per hasce lineas respectivè repræsentantur (458.). Motu per DE particulæ in obstaculum non agunt, & eâdem celeritate post impactum, juxta hanc directionem

nem motum continuant; motusque hic repræsentatur per EF, positis EF & ED inter se æqualibus. Motu per GE particulæ directè ad obstaculum accedunt, & aqua, quæ ultra obstaculum progredi nequit, & ab insequenti propellitur, cedit illam partem versùs, in quâ minima resistentia datur, id est, adscendit; hicque major quàm in cæteris locis adscensus ex motu per GE oritur; quia hoc motu solo ad obstaculum particulæ accedunt. Descensu aqua eam acquirit velocitatem, cum quâ fuit elata, & eâdem cum vi particulæ aqueæ ab obstaculo juxta directionem EG repelluntur, cum quâ ad obstaculum accessere. Ex hoc motu, & motu memorato per EF, oritur motus per EH, cujus celeritas lineâ EH, æquali lineæ CE designatur; & reflexione celeritas Undæ non mutatur, reditque hæc per EH, eodem modo ac sublato obstaculo, per E*b* motum continuasset. Si à C perpendicularis CD ad obstaculum producatur, fiatque D*c* æqualis CD, linea HE continuata transibit per *c*, quia triangula CDE, *c*DE, in omnibus conveniunt. Et cùm hæc demonstratio in omnibus punctis obstaculi procedat, sequitur *Undam reflexam eandem habere figuram ad hanc partem obstaculi, quam sublato obstaculo ultra hoc habuisset*.

692. *Si obstaculum ad horizontem inclinetur*, aqua super illo adscendit & descendit, & attritum patitur, quo *Undæ reflexio turbatur, & sæpissimè in totum destruitur*. Hæc est ratio quare plerumque Fluminum ripæ Undas non reflectant.

Quan-

Quando in obstaculo ut BL *foramen datur* 693.
ut I, pars Undæ, quæ per hoc transit, motum directè continuat, & QQ versùs sese expandit, *nova*que *Unda formatur, quæ per semicirculum movetur, cujus centrum est ipsum foramen.* Nam altior pars Undæ, quæ primo transgreditur foramen, statim paululum ad latera defluit, & deinde descendendo cavitatem format, quæ ab omni parte ultra foramen aquam attollit ita, ut Unda omnes partes versùs, eodem modo, ac de genesi primæ Undæ dictum (*689.*), moveatur.

Unda, cui opponitur obstaculum ut AO, 694.
inter O & N motum continuat: sed R versùs per portionem circuli, cujus centrum non multum ab O distat, sese expandit.

Ex hisce facilè deducitur motus Undæ, 695.
quæ in utrâque extremitate obstaculi, ut MN, ad posticam hujus partem sese expandit.

Undæ sæpe producuntur ex motu Corporis tre- 696.
mulo, quæ etiam per circulum sese expandunt, licet per lineam rectam Corpus eat & redeat; aqua enim dum agitatione attollitur descendendo cavitatem format, circa quam ab omni parte aqua extollitur.

Undæ variæ sese mutuò non perturbant, dum 697.
juxta varias directiones moventur. Cujus effectûs ratio hæc est; quamcunque ex motu Undæ figuram adepta fuerit aquæ superficies, in hac attolli & deprimi potest, & in hac motus dari, qualis in Undæ motu requiritur.

Qui unquam Undarum motum attentè consi-

ſideravit, hæc omnia cum Experimentis congruere vidit.

TAB. VII. fig. 4. Celeritas Undarum ut determinetur, motus alius cum harum motu analogus examinandus eſt. Detur Fluidum *in tubo cylindrico curvo* EH, ſuperetque altitudo Fluidi in crure EF altitudinem in alio crure quantitate *ie*, quæ differentia in duas partes æquales ſecanda eſt in E. Gravitate ſuâ deſcendit Fluidum in crure EF, dum æqualiter in tubo GH adſcendit; quando ſuperficies Fluidi pervenit ad E, ad eandem in utroque crure datur altitudinem, & in hoc ſitu ſolo Fluidum poteſt quieſcere: ſed celeritate deſcendendo acquiſitâ motum continuat, adſcenditque in tubo GH ad *l*, dum in EF deprimitur ad *i* uſque, niſi quatenus attritu motus minuitur. Fluidum in tubo GH magis elevatum etiam gravitate deſcendit, & Fluidum in tubo it & redit, donec ex attritu totum motum amiſerit.

698\.

Quantitas materiæ movendæ eſt omne Fluidum quod in tubo continetur; vis motrix eſt pondus columnæ *ei*; hoc Fluidum premens eodem motu cum reliquo Fluido in tubo cietur, ita ut hujus reſpectu quieſcat, premit ergo toto ſuo pondere in Fluidum inferius (187.). Altitudo Fluidi prementis ſemper eſt dupla diſtantiæ inter ſuperficiem Fluidi & punctum E; quæ ergo diſtantia cum hac vi motrice in eâdem ratione creſcit & minuitur. Diſtantia autem hæc eſt ſpatium à Fluido percurrendum, ut perveniat ad ſitum in quo quieſcere poteſt; quod ergo ſpatium

tium ſemper eſt ut vis quæ continuò in Fluidum agit: ſed ex hac cauſâ demonſtravimus, penduli in cycloïde oſcillati vibrationes omnes eſſe æquè diuturnas (219.); ideò & hic, *quæcunque fuerit agitationum inæqualitas, æquali ſemper tempore Fluidum it aut redit.*

Tempus in quo Fluidum ſic agitatum adſcendit aut deſcendit eſt tempus in quo vibratur pendulum, cujus longitudo, id eſt, diſtantia inter centra oſcillationis & ſuſpenſionis, *æqualis eſt ſemilongitudini Fluidi in tubo*, ſive ſemi-ſummæ linearum EF, FG, & GH: longitudo hæc in axe tubi menſuranda eſt. 699.

Vibretur hocce pendulum in cycloïde methodo ſuperiùs (215.) explicatâ. Pendulum PC & arcus AD ejuſdem ſunt longitudinis (216.); in puncto A directio curvæ ad horizontem perpendicularis eſt, & Corpus toto ſuo pondere juxta curvam deſcendere conatur: hoc autem pondus eſt ad vim in Corpus agentem, poſito hoc in P, ut AD, aut PC, ad PD (219.). Sit nunc Fluidum in eo ſitu, ut *e*E (fig. 4.) æqualis ſit PD; pondus totius materiæ movendæ, id eſt, totius Fluidi, eſt ad pondus *ei*, quod eſt vis in hoc ſitu in Fluidum agens, ut longitudo Fluidi in tubo ad lineam *ei*, in quâ ratione etiam ſunt harum quantitatum ſemiſſes, id eſt, PC, ad PD (fig. 5.). In pendulo ergo pondus materiæ movendæ eſt ad vim in hanc agentem in P, ut in tubo pondus materiæ movendæ eſt ad vim in hanc agentem in ſitu *eb*. Æqualibus viribus ideò Corpus pendulum & Fluidum in hac occaſione propel- 700. TAB. VII. fig. 5.

lun-

luntur, & illud ubique obtinet, ubi spatia à Fluido in agitatione & à Corpore in vibratione percurrenda sunt æqualia; idcircò in hoc casu agitatio & vibratio eodem tempore peraguntur, & non modò in hoc casu sed semper (*698.*). Cùm verò vibrationes exiguæ in circulo à vibrationibus in cycloïde non differant, etiam ad illas demonstratio referri debet (*Exp.*).

701. TAB. VII. fig. 6. Ut ex dictis determinemus Undarum celeritatem, variæ Undæ æquales & sese mutuò immediatè insequentes considerandæ sunt, ut AB, CD, EF, quæ ab A ad F moventur. Unda AB percurrit latitudinem suam, quando cavitas A pervenit ad C; quod fieri non potest, nisi aqua in C ad altitudinem Undarum culminum adscendat, iterumque ad profunditatem C descendat; in quo motu aqua infra lineam *bi* sensibiliter non agitatur: congruit ergo hicce motus cum motu memorato in tubo, & aqua adscendit & descendit, id est, Unda latitudinem suam percurrit, dum pendulum longitudinis dimidii BC duas peragit oscillationes (*699.*); aut dum pendulum longitudinis BCD, prioris quadruplæ, semel vibratur (*222.*).

Pendet igitur celeritas Undæ à longitudine lineæ BCD, quæ pro majori Undarum latitudine, & pro majori profunditate, ad quam in motu Undarum aqua descendit, major est.

In Undis latioribus, quæ non altè elevantur, linea ut BCD à latitudine Undæ vix
702. differt, & in eo casu *Unda latitudinem suam*
per-

percurrit, dum pendulum huic latitudini æquale semel oscillatur. In omni motu æquabili multiplicando tempus per celeritatem datur spatium percursum (59.); unde sequitur *celeritates Undarum esse ut radices quadratas latitudinum*: nam cùm in hac ratione sint tempora, quibus latitudines suas percurrunt (222. 702.), eadem in harum celeritatibus ratio requiritur, ut producta temporum per celeritates sint ut Undarum latitudines, quæ sunt spatia percursa. 703.

Hæc omnia tantùm pro quamproximè veris habenda sunt, quia Undarum motus à motu in tubo paululum differt; qui error pro parte tamen compensatur ex eo quod penduli longitudo mensuretur juxta lineas inclinatas BC & CD.

LIBRI III.

Pars III. De Fluidorum motorum Actionibus, & de Corporibus motis in Fluidis.

CAPUT X.

De Fluidorum motorum Impetu, & Actione laterali.

IN Capite penultimo antecedente quædam de Actionibus Fluidorum notavimus; sed has

has tantùm expoſuimus, ut mutationes, inde in ipſo motu Fluminis orjundas, deduceremus.

Nunc autem dicendum de menſurando Im-
704. petu *Fluidi, quod in Corpus incurrit*. Hunc ipſum *Impetum eſſe preſſionem* ſtatim patet (61.); quam determinabimus, ſi Corporis reactionem determinemus (180.). Reactio hæc deſtruit motum, tempore æquali illi, in quo ipſi Fluido communicatur; eſt
705. ergo *Impetus, de quo agitur*, æqualis ipſi preſſioni, quæ motum Fluido communicavit (350.), quam ſupra determinavimus (587.), & quæ *valet pondus columnæ Fluidi, cujus baſis eſt apertura, per quam exit Fluidum, & cujus altitudo eſt ipſa altitudo Fluidi ſupra aperturam*. (Exp.)

706. *Eſt* ergo *Impetus ille ut quadratum Velocitatis*. (705. 592.)

707. In hiſce conſideramus Actionem Fluidi in Obſtaculum quieſcens; ſed ſi Obſtaculum ſit in motu, pendet impetus à velocitate reſpectivâ (419.); & ſequitur hic quadrati velocitatis reſpectivæ rationem (706.); id eſt, preſſionis, in Obſtaculum agentis, intenſi-
708. tas hanc ſequitur rationem; ipſa autem *Actio Fluidi in Obſtaculum translatum ad eandem partem cum Fluido, ſequitur rationem compoſitam ex* dictâ *ratione duplicatâ velocitatis reſpectivæ, & ſimplici velocitatis ipſius Obſtaculi* (368.).

709. *Si in hoc caſu Fluidi velocitas data ſit, hujus Actio in Obſtaculum eſt omnium maxima*, ut in Scholiis Elem. demonſtramus, *quando velo-*

locitas Obstaculi valet tertiam partem velocitatis Fluidi; cujus velocitatis duæ partes tertiæ tunc dant velocitatem respectivam de quâ agitur (400.).

Fluida quaqua versùm, ad eamdem profunditatem, æqualiter premere antea vidimus (531.), sed demonstratio ad Fluida quiescentia tantùm refertur.

Si Fluidum per tubum horizontalem, aut deorsum inclinatum, sepositis omnibus retardationibus, moveatur, premit illud deorsum pondere suo, sed præter hanc, & exiguam, inde oriundam, lateralem Pressionem, *nihil ex Actione Fluidi patitur tubus, quacunque velocitate illud feratur*. Si enim concipiamus Fluidum ex foramine circulari prosiliens, seposito motu ex gravitate postquam exivit, efficiet cylindrum horizontalem, qui lateraliter non premit; hic si tubo circumdetur, eodem modo movebitur ut ante, id est, in tubi superficiem non aget. 710. 711.

Si verò in tubo retardetur, sive attritu, sive coarctato exitu, *premit Fluidum lateraliter*; & *Pressio lateralis valet omnem vim retardantem, quæ agit infra punctum, quod premitur*; id est, si A B sit tubus, per quem Fluidum moveatur ab A ad B, Pressio in E valebit omnem Actionem, quæ Fluidum retardat inter E & B, & in ipso exitu B. 712. 713. TAB. VII. fig. 7.

Actio, quæ Fluidum movet, aut retardat, proportionalis est altitudini columnæ ejusdem Fluidi, quæ talem Actionem exserere potest; ergo per hanc altitudinem illam exprimere Actionem possumus, ut & ipsam in 714.

Experimento mensurare. Si vis, quæ in Fluidum agit, dum juxta E transit, valeat pondus columnæ Fluidi, cujus altitudo est quinque pollicum, & Fluidum moveatur velocitate, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine duorum pollicum, Pressio in punctum E valebit pondus columnæ trium pollicum: si enim Fluidum quiesceret, Pressio valeret quinque pollices; eâ verò Actione, quâ movetur, non premit (710.); & pollices duo subtrahi debent.

715. In hisce ratiociniis ponimus, omne Fluidum, quod per tubum transit, eâdem velocitate moveri, quod in vero motu locum non habet; etiam retardationum, supra E agentium, in E effectus est diversus, pro diversâ retardatione infra E, præcipuè in exitu. Circumstantiæ ergo in infinitum variari possunt; quare, in plerisque occasionibus, quid ex regulâ traditâ (713.) sequatur, determinari computatione non potest; ut hoc clarè Experimentis patet. (*Exp.*)

716. In tubis flexis Pressio lateralis in loco inflexionis est major ex vi centrifugâ, non tamen ad certam regulam facilè revocari poterit, ut ex Experimentis deducitur. (*Exp.*)

CA-

CAPUT XI.

De Resistentiâ quam patiuntur Corpora, per Fluida mota.

O*Mne Corpus quod in Fluido movetur, Resistentiam patitur*, & quidem *ex duplici causâ*. 717.

Quamvis Fluidorum partes parum admodum cohæreant, illas tamen vi quadam cohærere extra dubium est (41.), hanc autem *Corpus, dum in motu suo separat Fluidorum* 718.
particulas, superare debet cohæsionem; hæcque est prima Resistentiæ causa.

Actio hæc similis est illi, quâ Corporum mol- 719.
lium partes separantur, dum in ipsis cavitas efficitur, quam effici vidimus actione, quæ sequitur proportionem ipsius cavitatis effectæ (393.); quæ demonstratio ad Corpus in Fluido motum etiam potest applicari; in hoc autem motu Corpus cavitatem efficit proportionalem spatio percurso, quamvis cavitas hæc singulis momentis affluxu Fluidi iterum impleatur. Unde deducimus, *Corpus ex* 720.
hac primâ causâ Resistentiam pati proportionalem huic spatio percurso, *quæ* idcircò *ad instar velocitatis augetur & minuitur* (58.).

Dum Corpus in Corpore molli cavitatem 721.
efficit, partes, immediatâ tantùm actione Corporum in se mutuò, transferuntur; quâ cessante actione cessat particularum motus. Hac de causâ in efficiendâ cavitate tantùm

 con-

consumitur vis quâ partium cohæsio superatur, possuntque Corpora integras in efficiendis cavitatibus vires insitas amittere.

Corpus autem in motu per Fluidum non tantùm transfert particulas actione immediatâ, dum sibi viam inter has aperit, in quâ translatione immediatè cohæsionem superat; sed & præterea ipsis particulis vim communicat, quâ, post cessatam Corporis actio-
722. nem, inter se moventur: *Reactio verò particularum, dum ipsis motus hicce imprimitur, ex harum inertiâ oriunda* (182.), *est secunda causa Resistentiæ*.

Ut clariùs concipiamus quæ Resistentias has spectant, ad hoc attendere debemus;
723. *Mutuam actionem Corporis & Fluidi eandem esse; sive corpus certâ velocitate in Fluido quiescente moveatur, sive, quiescente Corpore, eâdem velocitate Fluidum in hoc incurrat*. Actio enim hæc à motu respectivo pendet, qui in hisce casibus non variat.

Si nunc, sepositâ partium cohæsione, ad motum Fluidi attendamus, & hoc consideremus dum in Corpus quiescens incurrit, fa-
724 cilè videbimus *Fluidi actionem esse pressionem*, particulasque non impingi in Corpus; sed juxta hoc, aut juxta Particulas Fluidi, quæ Corpus tangunt, moveri, & interea illas premere Corpus, eodem modo ac Corpus premit planum super quo movetur, quales pressiones ex viribus oriundas superiùs (437. 438.) indicavimus.

725. Pressio hæc, à vi insitâ particularum oriunda, est ut hæc vis, id est, ut quadratum velo

velocitatis (380.), quod clariùs patet, si ad hoc attendamus, analogiam dari inter pressionem hanc & vim centrifugam, quæ ceteris paribus etiam est ut quadratum velocitatis (314.). Augetur etiam pressio, de quâ hìc agimus, ut numerus particularum determinato tempore incurrentium, qui numerus velocitatis sequitur proportionem. Tandem pressio hæc sequitur rationem temporis, per quod singulæ particulæ determinatam partem superficiei premunt, quod tempus eo minus est quo velocitas est major, sequiturque rationem inversam velocitatis; ultimæ duæ rationes sese mutuò destruunt, superstitemque habemus solam *rationem quadrati veloci-* 726. *tatis*; quam idcircò *sequitur Resistentia ex secundâ causâ*.

727. Ut autem concipiamus, quomodo ambæ Resistentiæ causæ simul agant in casu in quo Corpus quiescere, Fluidum verò moveri ponimus, debemus particulas considerare, quæ post actionem in Corpus, ut A, ad latera defluunt in B & D, ubi sepositâ partium cohæsione cessat ipsarum actio in Corpus; positâ autem cohæsione hac, particulæ hæ laterales secum insequentes particulas trahunt, & has in C separant, quod sine actione in Corpus fieri non potest. TAB.VIII. fig. 1.

Resistentias illas quas indicavimus (720. 726.) sequi proportiones, cum experimentis congruit. (*Exp.*)

728. *Quando Corpora similia, similiter, & velocitatibus æqualibus, per idem Fluidum moventur*, deducitur ex ante demonstratis (719. 725.)

725.) Resistentiam utramque augeri & minui, ut augetur & minuitur numerus particularum Fluidi ex loco motarum eodem tempore, id est, *sequitur Resistentia integra rationem quadratorum laterum homologorum* (20. El. VI.), *&, si de globis, cylindris, aut conis agatur, rationem quadratorum diametrorum* (2. El. XII.) (Exp.).

729. *Resistentia ex primâ causâ non mutatur pro diversâ Corporis figurâ, si modò cavitas effecta in motu eadem sit* (719. 393.); quare in cono & cylindro juxta axeos directionem motis, ut & in globo, si horum Corporum diametri fuerint æquales, & agatur de eodem Fluido, & eâdem velocitate, Resistentia eadem est. (*Exp.*)

730. *Resistentia* autem *ex secundâ causâ variat pro diversâ Corporis figurâ*; nam licet Fluidum quiescens quaqua versùm æquali vi premat, hoc ad pressionem ex motu oriundam non debere referri facilè patet; hæc juxta unicam tantùm directionem agit, & non tota sustinetur nisi à plano ad hanc directionem perpendiculari.

731. Demonstramus in Scholiis Elem. *Resistentiam cylindri se habere ad coni Resistentiam, si ambo fuerint recti, & eâdem velocitate, juxta axium directiones, in eodem Fluido moti, ut linea in coni superficie, à vertice ad punctum quodcunque baseos ducta, ad semidiametrum baseos.*

732. *Cylindri* autem *recti & globi Resistentias esse inter se ut tria ad duo, si diametri fuerint æquales, & ille juxta axeos directionem feratur,* in

in iisdem Scholiis demonstramus.

Unde sequitur *Resistentiam globi se habere ad* 733.
Resistentiam coni recti juxta axeos directionem moti, & cujus baseos diameter æqualis est diametro globi, ut duæ tertiæ partes lineæ, in superficie coni ad punctum baseos ductæ, se habent ad semidiametrum baseos. (Exp.)

Observandum, coni verticem in motibus hisce præcedere; si enim basis Resistentiam pateretur, clarum est hanc à Resistentiâ cylindri ejusdem diametri non differre.

Resistentia ex primâ causâ in variis Fluidis 734.
differt, hancque differentiam nisi experimentis determinari non posse, facilè etiam patet.

In motibus velocioribus, si Fluida glutinosa 735.
excipiamus, *exigua est Resistentia ex cohæsione partium, collata cum Resistentiâ ex secundâ causâ*, quod ex diversis rationibus, secundum quas augentur, sequitur. Centies ex. gr. auctâ velocitate, quâ datâ æquales sunt Resistentiæ hæ, prima erit ad secundam ut unum ad centum.

Resistentia autem *ex secundâ causâ in variis* 736.
Fluidis sequitur rationem particularum ex loco motarum; pendet enim à materiæ inertiâ, quæ materiæ quantitatis rationem sequitur (13.): *est* ergo Resistentia hæc, cæteris paribus, *ut Fluidi densitas*.

Computatio de Resistentiâ ex secundâ causâ iniri potest, nullo instituto experimento, determinando pondus quod hanc Resistentiam valet.

Sit Corpus cujus superficies A B Resisten- 737.
tiam patitur, dum motûs directio ad hanc TAB. VIII. fig. 2.

 su-

ſuperficiem perpendicularis eſt; ponimus autem, ut ſuperiùs, Corpus quieſcere, dum Fluidum movetur, quo actio Fluidi in Corpus non mutatur (723.).

Sit ſuperficiei A B æqualis ſuperficies C D in fundo vaſis, continentis ſimile Fluidum ad altitudinem D F; ponamus præterea preſſionem, quam patitur pars C D fundi, æqualem eſſe actioni, quam patitur A B, ſepoſitâ partium cohæſione.

Plana hæc duo æqualia, cohibent ſingula motum Fluidi; & premuntur, quia motum impediunt: ideò, cùm Actiones ſint æquales, æquales motus cohibent. Idcircò ſublatis ipſis planis, Fluidum, in locis in quibus plana agebant, eâdem velocitate fertur; id eſt, Fluidum, quod in ſuperficiem A B agit, movetur velocitate quâ Fluidum per foramen in C D exire poteſt, quæ eſt velocitas, quam Corpus acquirit in vacuo, cadendo ab altitudine E C (591.); ſeponimus enim cohæſionem partium & omnem attritum. Ergo actio, quam patitur ſuperficies A B, dum Fluidum in hanc agit, valet pondus columnæ Fluidi, cujus baſis eſt C D, aut A B, & altitudo E C; hæc eſt enim preſſio quam patitur C D (537.).

738. Unde patet, *priſmatis recti, juxta directionem ad baſim perpendicularem, in Fluido moti, Reſiſtentiam valere pondus columnæ ejuſdem Fluidi, cujus baſis æqualis eſt baſi priſmatis, & cujus altitudo illa eſt, à quâ Corpus in vacuo cadendo acquirit velocitatem qua priſma in Fluido fertur.* (Exp.)

De-

Demonstratio hæc tantùm locum habet, ubi 739.
superficies, quæ Resistentiam patitur, ad motûs directionem perpendicularis est (730.); ubi de aliis superficiebus agitur, ad demonstrata de his (731. 732.) attendendum est.

Quare si de globo agatur, Resistentia valebit duas tertias partes ponderis cylindri ex Fluido, cujus diameter æqualis est diametro globi, & cujus altitudo illa est, à quâ cadendo in vacuo Corpus acquirit velocitatem, cum quâ in Fluido movetur (738. 732.) (*Exp.*).

Altitudo à quâ Corpus cadendo acquirit velo- 740.
citatem, quâ si in Fluido feratur, Resistentia ex secundâ causâ ponderi ipsius Corporis æqualis sit, ex his facilè *detegitur. Si de prismate agatur, densitas Fluidi se habebit ad prismatis densitatem, ut hujus altitudo ad altitudinem quæsitam* (738. 547.).

Si de globo agatur, densitas Fluidi se habebit 741.
ad globi densitatem, ut altitudo cylindri ejusdem ponderis cum globo, & diametrum æqualem globi diametro habentis, quæ altitudo valet duas tertias partes diametri, ad duas tertias partes altitudinis quæsitæ (738. 732. 547.), id est, *ut diameter ad altitudinem quæsitam*.

Pondus quod Resistentiam valet, ideòque 742.
ipsa *Resistentia ex secundâ causâ, sequitur rationem baseos prismatis densitatis Fluidi, & quadrati velocitatis Corporis* (738. 190.). Quod cum ante demonstratis (728. 736. 726.) congruit.

In Cap. 2. Lib. 2. ubi egimus de Virium 743.
Men-

Mensurâ, has in eodem Corpore quadratis velocitatum statuimus proportionales (380.). Demonstrationem hujus assertionis, diversam ab illâ quæ ibi datur, hìc sumus traditúri; hanc nimirum.

A nemine in dubium vocatur Fluidi velocitatem, ex pressione Fluidi superincumbentis oriundam, sequi rationem subduplicatam altitudinis Fluidi (592.); demonstravimus in hoc Capite (737.), Resistentiam ex secundâ causâ sequi hujus altitudinis rationem; ideòque rationem, duplicatam velocitatis; sed etiam vidimus, Resistentiam eandem sequi rationem cum vi insitâ particulis singulis Fluidi (725.); quare vis hæc etiam est ut quadratum velocitatis. Q. D. E.

CAPUT XII.

De Retardatione Corporum in Fluidis motorum.

744. VIdimus *Corpus in Fluido motum* resistentiam pati (717.), darique pressionem motui contrariam, quâ Corpus *retardari* manifestum est (351.).

Cùm duplex detur resistentia, Corpus etiam *ex duplici causâ* à motu suo amittit.

745. Natura utriusque *resistentiæ* cùm diversa sit, *generant* hæ *Retardationes diversas, in ipsis illis casibus, in quibus pressiones, quas in Corpus exserunt, sunt æquales*; quod ex peculiari examine utriusque resistentiæ deducimus.

In

In casu in quo Corpus quiescit, dum Fluidum movetur, causæ, quæ, si Corpus moveretur, hoc retardarent, nunc huic motum communicant; & *est* hæc *velocitas acquisita, æqualis ipsi Retardationi, quam patitur Corpus quando, quiescente Fluido, Corpus movetur eâ velocitate, quam in casu primo Fluidum habuit* (723.). 746.

In casu autem hoc, *in quo Fluidum movetur, cohæsio partium immediatè nunquam motum Corpori potest communicare*, sed tantùm mediante motu aliarum particularum, ut explicavimus (727.); quod non itidem ad secundam causam resistentiæ applicari potest, quæ immediatè Corpori motum communicat: quare *ex principiis omninò diversis, quæ Retardationes ex* hisce *diversis resistentiis oriundas spectant, deducenda sunt*. 747. 748.

Quando Corpus quiescit, & Fluidum movetur, particulæ quæ ad latera defluunt cohæsionem superant, & hæ ex vi suâ amittunt, quæ actio consideranda foret ad determinandam velocitatem ex hac Corpori communicatam, & difficilior est hujus celeritatis determinatio, quam tamen in Scholiis Elem. explicamus. In quibus etiam scrupulos quosdam tollimus. 749.

Præstabit hic Retardationem determinare quam patitur Corpus in casu, in quo hoc movetur, & Fluidum quiescit.

Vidimus resistentiam ex primâ causâ ejusdem esse naturæ cum resistentiâ Corporum mollium, dum in his cavitas efficitur (719.). 750.

Vidimus etiam cavitatem hanc ipsius vis in hac efficiendâ amissæ proportionem sequi (393.);

(393.); cavitas autem quam Corpus in Flui-
751. do efficit, dum per hoc movetur, *spatio percurso* proportionalis est: ergo & huic spatio *vis, ex hac resistentiâ ex primâ causâ amissa, proportionalis est.*

Corpus, quod in vacuo verticaliter in altum projicitur, in adscensu suo amittit continuò vim proportionalem spatio percurso (381. 196.); sequitur igitur Retardatio in hoc adscensu eandem rationem, quam sequi-
752. tur *Retardatio* Corporis *oriunda ex resistentiâ de quâ agimus*; sed Retardatio Corporis adscendentis *est æquabilis* (193.); ergo & talis est Retardatio quam examinamus.

753. *Quamdiu ergo idem Corpus, eodem modo, per idem Fluidum movetur, quacunque velocitate feratur, sepositâ resistentiâ ex secundâ causâ, æqualibus temporibus, æquales gradus velocitatis amittit*; & percurrendo spatium determinatum (751.), quod quadrato velocitatis in initio proportionale erit (752. 193 197.), in tempore ipsi velocitati huic proportionale (752. 193. 1 4. 190.), integrum amittet motum.

754. Hinc videmus, *Corpora in Fluido mota tandem quiescere*, quod communi admissâ opinione, de viribus ipsis velocitatibus proportionalibus, difficulter admodum explicari poterit, si queat; nam non nisi tempore infinito tota velocitas consumi posset.

755. Retardatio ex secundâ causâ determinatur, ponendo Corpus quiescens, & Fluidum in hoc incurrens; quia faciliùs investigatur velocitas, quæ Corpori quiescenti à Fluid[o] communicatur, quàm Retardatio quam Co[r]-

pus patitur; præstabit ergo velocitatem hanc considerare, quæ ab ipsâ retardatione Corporis agitati per Fluidum quiescens non differt (746.).

Pressio, quam in Corpus quiescens exserit 756.
Fluidum, immediatè Corpus potest transferre; unde sequitur, velocitatem infinitè exiguam, momento infinitè exiguo constanti, communicari, proportionalem ipsi spatio, per quod Corpus hoc quiescens actione Fluidi immediatè transfertur, quod spatium ipsi pressioni proportionale est (71.), quæ ipsa rationem sequitur quadrati velocitatis (726.).

Diminutiones idcircò *velocitatis, quas Corpus* 757.
in Fluido motum, momentis infinitè exiguis, æqualibus, ex resistentiâ ex secundâ causâ, patitur, sunt ut quadrata velocitatum ipsius Corporis.

Ex quâ demonstratione sequitur *nunquam* 758.
Corpus ex solâ resistentiâ ex secundâ causâ integram posse amittere velocitatem.

Patet etiam in omni casu *Retardationem ex* 759.
hac resistentiâ, eandem cum ipsâ rationem sequi, quamdiu Corpus motum eandem materiæ quantitatem continet; ubi autem hæc est diversa, *Re-* 760.
tardatio, est cæteris paribus, inversè ut hæc *materiæ quantitas* (76.). Ex quibus facilè videmus, quomodo, positis demonstratis in Capite præcedenti, Retardationes pro variis Corporibus, & variis Fluidis, inter se conferri possint.

Si de sphæris, cylindris, aut conis similibus, 761.
ex. gr. *agatur, positis cylindris, & conis juxta axium directiones motis, erunt Retardationes ex se-*

secundâ causâ directè ut quadrata diametro (759.728.), *ut quadrata velocitatum* (757.) *densitates Fluidorum* (759. 736.) *& invers densitates Corporum* (760.), *&* cubi diame rum (760.). Sed ratio directa quadrator & inversa cuborum diametrorum, ad in sam ipsarum diametrorum reducitur; Id cò, junctis rationibus ultimâ & primâ, Retardationes inversè *ut diametri*.

762. Numeri in harum rationum ratione c positâ deteguntur, multiplicando pro sing Corporibus Fluidi densitatem per quadra velocitatis Corporis, & dividendo produc hoc per diametrum ductam in densitatem poris, divisionumque quotientes exprim Retardationum relationes.

763. Hæ etiam deteguntur si pro singulis Co ribus pondus, quod valet resistentiam (73 dividatur per Corporis pondus; quotie enim sunt ut retardationes. (759.760.

Dum Corpus in Fluido retardatur, si lis momentis, cum mutatâ velocitate, m tur Retardatio, unde varia circa motum poris, in Fluido continuatum, deducun quorum quædam in Scholiis Elem. dem stramus; horum pauca hìc indicabo.

764. *Sepositâ*, ut in ultimis propositionibus, *sistentiâ ex partium cohæsione, moveatur pus per Fluidum, percurret hoc spatia æqua temporibus inæqualibus, quæ erunt in progr ne geometricâ; in qua eâdem progressione, inversâ, sunt velocitates in initiis horum mo torum.*

765. *Si globus aut cylindrus rectus, juxta a* *a*

directionem moveantur per Fluidum, cylindri longitudo, aut globi diameter, se habebunt ad spatia, quibus percurrendo Corpora hæc respectivè dimidium velocitatis amittunt, in ratione compositâ densitatis Fluidi ad densitatem Corporis, & numeri 10000. *ad* 13863.

Corporis autem, *quod in Fluido movetur, Retardatio* ab utrâque causâ resistentiæ pendet, & *est pro parte æquabilis* (753.), *pro parte ut quadratum velocitatis* (757.). 766.

Quod etiam ad Corpora adscendentia & descendentia applicari potest.

Corpus Fluido specificè gravius, quod adscendit, aut Fluido *specificè levius, quod descendit, præter retardationem ex inertiâ Fluidi oriundam* (757.) *aliam æquabilem patitur*, non modò ex cohæsione (753.), sed præterea, in primo casu, ex gravitate respectivâ (559.), in secundo, ex vi quâ in Fluido sursum pellitur (556.). 767.

Contra, *Si Corpus, specificè Fluido quo immergitur gravius, descendat, aut Fluido levius adscendat*, continuo *acceleratur* vi quæ valet differentiam gravitatum specificarum Corporis & Fluidi (560.), quæ acceleratio, à gravitate oriunda, æquabilis est (186.), minuitur hæc Retardatione à cohæsione oriundâ, sed æquabiliter (753.). & est adhucdum æquabilis acceleratio. Cùm autem Retardatio ex secundâ causâ cum velocitate crescat, *minuitur continuò acceleratio; & Corpus magis ac magis accedit ad velocitatem quandam maximam determinatam, ad quam tamen nunquam pertingere potest.* 768. 769.

Illa

770. *Illa* verò *est velocitas maxima in quâ Re-datio acceleratione æqualis est*; si enim ta acquireret Corpus, æquabiliter motum c-tinuaret, pressionibus oppositis sese mu destruentibus, quod contingit ubi resiste ponderi respectivo æqualis est, sepositâ p tium cohæsione.

771. *Corpus cylindricum hanc acquirit velocita maximam in vacuo, cadendo ab altitudine se habet ad cylindri longitudinem, si hic ju axeos directionem in Fluido descendat*, aut globo agatur, ad hujus diametrum, *ut d rentia densitatis Corporis in Fluido moti Fluidi densitate ad hanc Fluidi densitatem* (73 *si* nempe *seponamus Retardationem ex part cohæsione oriundam*, quâ autem positâ mi erit altitudo, à quâ, in vacuo cadendo, C pus acquirit velocitatem maximam, de agimus.

Relictis nunc motibus in lineis rectis, p ca etiam addam de motu Pendulorum.

772. TAB. VIII. fig. 1. Sit ABD arcus cycloïdis in quo Pen lum vibratur; B punctum infimum. Ac leratio ex gravitate in puncto quocunque E est ut EB (219.); sed hæc à cohæ ne minuitur æquabiliter (753.); sit hæc minutio ut BF, acceleratio erit nunc EF, & in A erit ut AF. Adscensu C poris, Retardatio in G à gravitate oriunc erit ut GB, à cohæsione erit ut BF, & his causis conjunctis est ut GF; & in t vibratione, sepositâ aliâ resistentiâ, Corp respectu puncti F movetur ut in vacuo a tatur respectu B.

Voca

Vocabimus ideò descensum motum Penduli usque ad F, & adscensum motum ultra punctum hoc; agam enim de Pendulis à parte A descendentibus.

Ut autem demonstremus quæ obtinent, quando Pendulum etiam resistentiâ ex secundâ causâ retardatur, fingam resistentiam quæ Retardationem generat in ratione velocitatis, quasdamque, hac positâ, propositiones demonstrabo, quibus expositis faciliùs patebunt quæ locum habent, quando Retardatio est ut quadratum velocitatis.

Positâ igitur Retardatione in ratione ipsius velocitatis, & Pendula duo, omninò similia, in cycloide oscillata, inæquales peragant vibrationes, eodemque momento cadere incipiant; moveri inchoant velocitatibus quæ sunt ut arcus descensu describendi (219.); si hæ impressiones primi momenti solæ considerentur, post tempus quodcunque celeritates erunt in eâdem ratione ac in principio; nam Retardationes, quæ sunt ut ipsæ velocitates, harum proportionem immutare nequeunt; ratio enim inter quantitates non mutatur additione, aut subtractione quantitatum in eâdem ratione (16. 17. 18. El. v.). Temporibus igitur æqualibus, utcunque inter movendum ex resistentiâ mutetur Corporis celeritas, spatia percurruntur, quæ sunt ut velocitates in principio (58.), id est, ut arcus descensu describendi; idcircò post tempus quodcunque Corpora sunt in horum arcuum punctis respondentibus. In hisce autem punctis accelerationes sunt in eâdem ratione quàm 773.

in principio (219.); & ratio inter celeritates; quæ ex resistentiâ non variatur, ex acceleratione etiam nullam mutationem patitur. In adscensu motus Corporum retardatur, sed in punctis respondentibus Retardationes sunt in eâdem ratione in quâ sunt in descensu accelerationes. Ubique ergo in punctis respondentibus celeritates sunt in eâdem ratione. Cùm autem iisdem momentis Corpora sint in hisce punctis respondentibus, sequitur motum amborum eodem momento destrui, id est, hæc *iisdem temporibus vibrationes absolvunt*. Spatia in integris vibrationibus percursa, cùm æqualibus temporibus percurrantur, & cùm, in singulis momentis, velocitates sint inter se in eâdem ratione, sunt quoque
774. in hac ratione; id est, *arcus integrarum vibrationum sunt ut arcus descensu descripti*, quorum dupla sunt arcus in vacuo describendi.

775. Ergo *Defectus arcuum in Fluido descriptorum ab arcubus in vacuo describendorum* sunt differentiæ quantitatum in eâdem ratione, & *sunt ut arcus descensu descripti* (16. 17. El. v.).

776. *Crescat* nunc *Retardatio in ratione duplicatâ velocitatis, & vibrationes inæquales peragat Corpus pendulum; majores erunt magis diuturnæ*, propter resistentiam magis crescentem, quàm in casu n. 773.

777. *Celeritates* tamen, *positis arcubus non admodum inæqualibus, in arcuum descriptorum punctis respondentibus, sunt ubique quàm proximè* in eâdem ratione, & quidem *ratione arcuum descensu descriptorum*. Si Retardatio esset in ratione celeritatis, hæc proportio obtineret; nunc

nunc verò turbatur propter majorem resistentiam in majori vibratione, qua motus in hac magis minuitur. Sed duplici ex causâ magis acceleratur. 1. Vibratio hæc major diutius durat (776.), Corpusque diutius hæret in certo spatio quàm in spatio respondenti in vibratione minori; ideò per longius tempus acceleratur. 2. Defectus arcûs descripti, ab arcu in vacuo describendo, major est, servatâ proportione, in vibratione majori; quia in hac Retardatio magis differt à Retardatione in minori vibratione, quàm in nu. 775. Puncta ergo respondentia, servatâ proportione, magis à puncto F in arcu majori quàm in minori distant, quamdiu in hoc Corpus descendit; major ideò, servatâ proportione, in illo datur acceleratio, quia hæc est ut Corporis distantia à puncto F. Datur ergo compensatio, & memorata proportio instauratur. In adscensu Corporis, duratio Retardationis concurrit cum ipsâ Retardatione ad hanc turbandam proportionem, sed nunc minùs in majori arcu puncta respondentia, servatâ proportione, à puncto F distant, quàm in minori, & ex gravitate minor, servatâ proportione, Retardatio datur; & ita jam, servatâ proportione, crevit differentia distantiæ punctorum respondentium à puncto infimo, ut ex hoc solo facilè compensatio detur.

Retardationes quæ sunt ut quadrata celeritatum, sunt igitur ubique in punctis respondentibus, proximè ut quadrata arcuum descensu descriptorum; & in eâdem etiam e-

runt ratione summæ omnium Retardationum
778\. (12. El. v), quæ sunt *differentiæ inter arcus descensu & adscensu proximo descriptos*. Hæ ergo differentiæ, *si vibrationes non fuerint admodum inæquales, sunt quàm proximè ut quadrata arcuum descensu descriptorum*. Hoc etiam cum Experimentis satis exactè congruit (*Exp.*).

FINIS LIBRI TERTII.



PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.

PARS II.



PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.



LIBRI IV.

Pars I. De Aëre & aliis Fluidis Elasticis.

CAPUT I.

Aërem Fluidorum Proprietates habere.



Luida, quæ à nobis in Libro III. fuere perpensa, partes habent contiguas, parum cohærentes, sed inter quas tamen exigua quædam cohæsio observatur. Fluida hæc compressione in minus spatium non reducuntur; saltem, si diminutio spatii detur, ita exigua est, ut, in compressione magnâ quacunque, huc usque Experimentis detegi non 779.

potuerit; quæ enim in quibusdam talem diminutionem indicare videntur, facilè alii causæ tribui possunt. Fluida illa hanc quoque habent proprietatem, vasis superius apertis continentur.

780. Alia autem dantur Fluida, quæ ab omni parte cohibenda sunt ne effluant; spatiumque majus, aut minus occupant, pro ut majori, aut minori vi comprimuntur: Elastica hæc dicuntur, & inter hæc Aër, quo Tellus tegitur, primum occupat locum. De hoc nunc agam, & ante omnia demonstrabo hunc inter Fluida esse referendum.

De ipso Aëre jam sæpius locuti sumus, cùm in hoc vivamus, & hoc semper circumdemur: in multis Experimentis, ut monuimus, ad illius effectum attendendum fuit, nunc autem ipsius proprietates singulatim examinandæ veniunt.

781. Aërem vocamus Fluidum quod Telluris superficiem obtegit, ipsamque Tellurem ab omni parte cingit.

Fluido autem Tellurem circumdari constat; observamus enim Corpore hanc tegi quod grave est, cujus partes impressioni cuicunque cedunt, & facillimè moventur inter se, quod premit pro altitudine suâ, & cujus pressio omnes partes versùs est æqualis.

782. Plerique Aërem vocant Fluidum quodcunque elasticum; alii affirmant in Aëre, qui Tellurem tegit, innumera permixta dari quæ ad Aërem non pertinent; & ideò huic nullas tribuendas esse Proprietates præter illas, quæ, se-

ſeparatis his omnibus extraneis, ipſi competerent.

Nos autem diſtinctè explicavimus quid per Aërem intelligamus (781.); ipſum nempe hoc Fluidum mixtum, quo Tellus circumdatur. Pro partibus extraneis illas tantùm habemus, quæ craſſiores ſunt, & ad Fluidi partes referri non poſſunt, ſed in Fluido natant.

DEFINITIO 1.

Omnis Aër, quo Terra circumdatur, ſimul conſideratus, vocatur Telluris Atmoſphæra, aut ſimpliciter Atmoſphæra. 783.

DEFINITIO 2.

Aëris altitudo ſupra Terræ ſuperficiem vocatur Atmoſphæræ altitudo. 784.

Ubique in Telluris ſuperficie Corpus dari, quamvis ipſius partes plerumque viſum fugiant, Experimento detegitur (16.). 785.

Hoc impreſſioni cuicunque cedere, & ipſius partes facilè moveri, à nemine in dubium vocari poteſt. 786.

Grave eſſe probatur, quia in cæterorum Fluidorum ſuperficies premit, hæcque in tubis ſuſtinet. 787.

Detur tubus vitreus A B, longitudinis circiter trium pedum, & cujus cavitatis diameter ſit quartæ partis unius pollicis; ſi extremitas A obturetur, & tubus mercurio repleatur, alteraque extremitas vaſe V, mercurium continenti, immergatur, mercurius ſuſtinebitur ad altitudinem circiter viginti novem pollicum (*Exp.*). TAB. VIII. fig. 4.

Tribuendus eſt hicce effectus preſſioni Aëris in ſuperficiem mercurii in vaſe, quæ ubi-

que æqualiter premi non poteſt, niſi in tubo; cui Aër nullus ineſt, mercurii columna detur, quæ æqualiter cum Aëre exteriori premat (530.). Tubus hic Torricellianus dicitur, à primo, qui hoc exp. demonſtravit, Toricelli.

788. Ne mutetur hæc preſſio, quando tubus inclinatur, eandem mercurius ſervat altitudinem verticalem (533.) (*Exp.*).

789. Hæc eadem Aëris preſſio ſuſtinet aquam in vitro, quod aquâ immergitur & hac repletur deinde extrahitur, orificio manente immerſo (*Exp.*).

Eodem modo aqua ſuſtineretur, licet vitri altitudo triginta & duos pedes æquaret. Hydrargyrum enim gravitate ſuâ ſpecificâ fere decies & quater ſuperat aquæ gravitatem ſpecificam, & columna aquea, triginta & duos pedes excedens, æqualiter cum mercurii columnâ viginti novem pollicum premit, quæ preſſio Atmoſphæræ preſſioni æquipollet.

790. *Preſſionem Aëris ab hujus altitudine pendere*, ex dictis facillimè deduci poteſt; ſed immediatè probatur, transferendo tubum Torricellianum memoratum in locum elatum; nam circiter octavâ parte unius pollicis deſcendit mercurius pro altitudine centum pedum, ad quam Machina attollitur.

791. *Aërem omnes partes versùs æqualiter premere* ex eo patet, quod à Corporibus mollibus hujus preſſio ſine figuræ mutatione, & à fragilibus ſine diſruptione, ſuſtineatur; quamvis hæc valeat preſſionem columnæ mercurii viginti novem pollices, aut aquæ triginta duos pe-

pedes altæ (789.); nil, præter pressionem æqualem ab omni parte, memorata Corpora intacta servare posse, quis non videt? hanc autem pressionem illud præstare constat (552. 553.). Sublato Aëre ab unâ parte, pressio in partem oppositam sensibilis est (*Exp.*).

CAPUT II.

De Aëris Elasticitate.

CÆterorum Fluidorum proprietates Aërem habere vidimus; præter has peculiarem habet, potestque locum majorem aut minorem occupare, prout vi diversâ comprimitur: statim autem ac vis hæc minuitur, sese expandit. Propter analogiam hujus effectûs cum Corporum elasticitate, hæc Aëris proprietas hujus Elasticitas dicitur, & Fluida quæ hac ipsâ gaudent Elastica vocantur, ut jam monuimus. 792.

Aërem posse comprimi Experimento jam memorato constat (16.). 793.

Illum posse dilatari sequenti probatur. 794.

Detur tubus A B clausus in A, infundatur mercurius ita, ut in tubo Aër relinquatur, qui in statu Aëris exterioris occupet spatium A *l*; si tubi extremitas B mercurio immergatur, descendet mercurius ad *g*, ibique hærebit. Altitudo *ig* multum differt ab altitudine mercurii in tubo Aëre omninò vacuo. (*Exp.*) TAB. VIII. fig. 5.

Differentia hæc ponderi Aëris, in tubo in-

clusi, non est adscribenda, nimium exiguum est hocce pondus, ut sensibilem differentiam producat: alii ergo causæ Aëris actio in mercurium tribuenda est.

Ex hoc Experimento hanc deducimus regulam,
795. *Aërem sese ita dilatare, ut spatium ab hoc occupatum sit semper inverse ut vis quâ comprimitur.*

796. Vis, quâ Aër comprimitur in statu Aëris exterioris, est pondus totius Atmosphæræ, quod æquale est ponderi columnæ mercurii altitudinis bf (Fig. 4.); vis ergo hæc comprimens hac altitudine potest exprimi; spatium occupatum ab Aëre in tubo (Fig. 5.), quando tali vi comprimitur, est Al. At pressio Atmosphæræ duos exserit effectus, sustinet columnam mercurii ig, & Aërem in tubo reducit in spatio gA; si vis, quâ mercurius ad altitudinem gi sustinetur, subtrahatur ex pressione totius Atmosphæræ, id est, si altitudo gi ab altitudine bf auferatur, superest vis, quâ Aër in superiori parte tubi comprimitur. Hæc autem differentia altitudinum mercurii bf & gi est semper ad bf, ut cavitas Al ad cavitatem Ag: id est, vires sunt inversè ut spatia (*Exp.*).

797. Hæc eadem regula in Aëre compresso obtinet.

TAB. VIII. fig. 6. Detur tubus curvus ABCD, apertus in A, clausus in D, pars BC mercurio impleatur ita, ut pars CD Aërem contineat in eodem statu cum Aëre exteriori: vis ergo comprimens est columna mercurii, cujus altitudo est bf, (Fig. 4.) & per hanc altitudinem hæc

vis

vis ut in præcedenti Experimento designatur; spatium autem ab Aëre occupatum est C D. Tubo A B mercurius infundatur ut ad *g* pertingat, Aër reducetur in spatio *e* D: vis comprimens nunc valet columnam mercurii altitudinis *fg*, ut & pressionem Aëris exterioris in superficiem *g* mercurii; vis hæc designatur per summam altitudinum *fg* in hac figurâ, & *bf* in fig. 4. Hæc summa est semper ad *bf* (fig. 4.) ut C D ad *e* D, iterumque vires sunt inversè ut spatia. (*Exp.*)

Aëris Elasticitas est ut hujus densitas; hæc enim est inversè ut spatium ab Aëre occupatum (547.); & ideò ut vis Aërem comprimens (795.); quæ æqualis est illi quâ Aër conatur sese expandere (180.); hæc autem est hujus Elasticitas. 798.

Ex hisce sequitur, Aërem in quo vivimus, ad illam, quam in Telluris viciniis habet, densitatem reduci ex pressione Aëris superincumbentis, illumque magis aut minus comprimi pro majore aut minore Atmosphæræ pondere; ex quâ etiam causâ in apice montis minùs densus est Aër quàm in valle, à minori enim pondere comprimitur. 799.

Vis, quâ particulæ aëreæ sese mutuò fugiunt, crescit in ratione in quâ distantia inter centra particularum minuitur, id est, vis illa est inversè ut hæc distantia. 800.

Quod ut demonstretur, considerentur duo cubi æquales A & B, inæquales Aëris quantitates continentes; sint distantiæ inter centra particularum ut unum ad duo; in eâdem ratione, sed inversâ, erunt numeri particu- TAB.VIII. fig. 7.

larum in lineis *de* & *bi*. numeri particularum agentium in superficies *dg* & *bm* sunt ut unum ad quatuor, nempe ut quadrata numerorum particularum in lineis æqualibus; & ut horum numerorum cubi, scilicet ut unum ad octo, sunt Aëris quantitates in cubis contentæ; in quâ etiam ratione sunt vires comprimentes Aërem in cubis (795.). Vires agentes in superficies æquales *dg* & *bm* sunt ut vires quibus Aër comprimitur (180.): sunt etiam in ratione compositâ numerorum particularum agentium, & actionum singularum particularum; hæc ergo ratio composita est ratio unius ad octo: rationum componentium prima, ut dictum, est unius ad quatuor, quare necessariò secunda est unius ad duo, quæ est ratio inversa distantiæ inter particulas. Hæcque demonstratio generalis est; nam unum & octo cubos quoscunque, unum & quatuor quadrata radicum cuborum, & tandem unum & duo ipsas radices in genere designare possunt.

Hæc demonstratio probat, actionem, quam particulæ continuò ab omni parte patiuntur, augeri in ratione in quâ distantia inter centra particularum minuitur.

Non tamen in particulas ad distantiam admodum sensibilem remotas alias particulas agere Experimenta demonstrant, quibus constat, positâ eâdem Aëris densitate, non ibi majorem dari Elasticitatem, ubi major est Aëris quantitas.

801. *Effectus Elasticitatis Aëris similes sunt effectibus gravitatis*; Aërque inclusus Elasticitate eodem

dem modo quàm non inclusus pondere suo agit.

Aër, à totius Atmosphæræ pondere gravatus, omnes partes versùs premit ex ipsâ naturâ Fluiditatis (531.), & vim quam exserit, ab Elasticitate nullo modo pendere liquet; quia, hac positâ aut sublatâ, vis illa, quæ à pondere Atmosphæræ oritur, & huic æqualis est, minimè mutari potest. Cùm verò Aër sit elasticus, pondere Atmosphæræ in tale spatium redigitur, ut Elasticitas, quâ renititur in pondus comprimens, hocce pondus æquet (180.). Elasticitas autem crescit & minuitur cum imminutâ aut auctâ distantiâ particularum (800.), & non interest utrùm pondere Atmosphæræ, an quocunque alio modo, Aër in certo spatio retineatur; in utroque casu eâdem cum vi sese expandere conatur, & omnes partes versùs premit. Idcircò si in Telluris viciniis Aër, servatâ hujus densitate, includatur, inclusi pressio valebit totius Atmosphæræ pondus (*Exp.*).

Manente eâdem Aëris constitutione, prædicta semper locum habent; sed non immutabilis est hæc constitutio; *augetur sæpe aut* 802.
minuitur vis repellens particularum, licet distantia inter harum centra non mutetur; de hac mutatione quædam in Capite sequenti dicam (807.); in parte sequenti hujus libri etiam videbimus *calore augeri Elasticitatem, frigore minui*.

CA-

CAPUT III.

De aliis Fluidis Elasticis.

VAria dantur Fluida, in quibus circa Aërem memoratam detegimus proprietatem, Elasticitatem.

Inter hæc Vapor notabilem occupat locum, de hoc agimus in Capite 8. hujus Libri.

803. *Fermentatione, Effervescentiâ, Putrefactione, & Combustione à Corporibus Fluida separantur elastica*, diversa pro Corporum differentiâ (*Exp.*).

804. *Ex innumeris Corporibus tale exit Fluidum, ubi pressio Aëris externi minuitur aut tollitur*(Exp.).

805. *Quod etiam in quibusdam observatur, ubi tantùm madefacta sunt* (Exp.). Quæ tamen Fluidi elastici generatio, cum illâ, quæ sublatâ Aëris pressione observatur, semper ad quandam ex memoratis (803.) generalioribus caussis referri potest.

Fluida hæc omnia quantumvis diversa inter se, eodem nomine Aëris, si fortè Vaporem excipiamus, designantur plerumque. Cùm

806. verò *Aër* sit Fluidum hoc, *quo Telluris tota superficies obtegitur*, hic propriè loquendo *est mixtum ex variis Fluidis elasticis, in quo natant Corpuscula innumera varii generis.*

Corpuscula hæc pro diversâ suâ gravitate specificâ ad varias adscendunt altitudines (556. 557.). Etiam diversorum Corporum ex-

exhalationes, quæ Fluida sunt elastica, diversimodè in Aëre extolluntur: Unde deducimus, *Aërem in loco elato non tantùm densitate differre cum Aëre inferiori.* 807.

Fluida elastica diversa diversas proprietates habere, in dubium non facilè vocari potest, quod etiam experimentis constat; effectus enim diversarum exhalationum differunt inter se. 808.

Dum partes quæ, post separationem à Corporibus, Fluida efficiunt elastica, in Corporibus hærent, ad Fluida elastica non referri possunt, cohærent tunc partes inter se aut cum aliis Corporum partibus, & vi repellente destituuntur. 809.

Hac de causâ partes hæ spatium exiguum admodum occupant, collatum cum spatio quod replent, ubi Elasticitatem acquisivere, positâ compressione externâ æquali in utroque casu.

Hæc clarè patent in illis Corporibus quæ integra in Fluidum elasticum convertuntur. Glacies Corpus solidum, cujus partes cohærent, primum in aquam, in qua cohæsio minor est, deinde in Vaporem Fluidum elasticum convertitur; hoc spatium occupat ad minimum decies & quater millies superans spatium ab aquâ ante conversionem occupatum, & hoc quidem dum Vapor à pondere totius Atmosphæræ comprimitur, & in ipsis illis locis ex quibus Aërem excludit; hanc autem expansionem in immensum posse augeri, sublatâ Atmosphæræ pressione, quis non videt? 810.

De aquâ quædam alia observabo; ab hac 811.
fine

ſine ſenſibili hujus voluminis diminutione ſeparari poteſt Fluidum elaſticum; quæ calore, frigore, aut ſublatâ Atmoſphæræ preſſione, fit ſeparatio, hancque admodum ſubitaneam obſervamus, ſi ſubitò omnis preſſio tollatur (*Exp.*).

812. *Fluidum hoc elaſticum ab Aëre, quo Telluris ſuperficies tegitur, differt*, licet magnâ copiâ in Aëre detur, & plerumque pro Aëre habeatur.

813. Si enim phiala repleatur aquâ, ex quâ igne, aut aliter, omne Fluidum elaſticum fuit expulſum, &, relictâ exiguâ Aëris bullâ, invertatur phiala, aperturaque immergatur aquâ, vaſe quocunque contentâ, bulla hæc aërea, in tempore aliquot dierum, tota intrabit in aquam, & ſucceſſivè eodem modo variæ bullæ ab aquâ quaſi abſorbentur. Sed reſpectu ſingularum hoc obſervandum, primo die partem multo majorem bullæ quàm diebus ſequentibus intrare.

814. Ex hoc Experimento deducimus dari quaſdam partes in Aëre, quæ aliis faciliùs in aquam intrant, ibique hærent.

Unde ſequitur, dum aqua Aëri aperto expoſita eſt, in ipſam majorem copiam penetrare illius materiæ, quæ faciliùs intrat, & Aërem, qui intravit, ab ipſo Aëre externo differre. Obſervamus etiam magis hocce Fluidum imminutâ preſſione ſeſe dilatare quàm juxta regulam n. 795. Hujus autem Fluidi expanſio immenſa eſt.

Obſervavi bullam hujus Fluidi cujus Elaſticitas trecenties tantùm fuit imminuta, dum

ipſa

ipsa decies & quinque millies fuit expansa (*Exp.*).

Spatium autem admodum exiguum in ipsâ aquâ occupat; nam ut superius monui sine sensibili voluminis aquæ diminutione fit separatio, & memorat Mariotte experimentum, in quo elastica hæc materia, quæ calore ex aquâ fuerat expulsa, ubi calorem amiserat, & pondus totius Atmosphæræ sustinebat, occupavit spatium decuplum spatii ab ipsâ aquâ, quâ contenta fuerat, occupati. 815.

Collatis hisce quis non videt, materiam hanc variis centenis millibus vicium dilatari posse? 816.

Ex quibus deducimus, *Fluidorum elasticorum particulas* non esse ejusdem naturæ cum cæteris Corporibus elasticis; nam non possunt particulæ singulæ augeri, ut augetur integrum volumen, servatâ, in singulis gradibus expansionis, superficie, omnis inæqualitatis, aut anguli experte; in omni enim expansione partes facilè moventur inter se: unde sequitur, particulas *sese mutuò non tangere, quamvis sese invicem repellant*, qualem particularum proprietatem superiùs jam memoravimus (40. 45.). 817.

CAPUT IV.

De Antliâ Pneumatica, & quibusdam Machinis, quarum Effectus ab Aëre pendent.

Aëris Elasticitas fundamentum est constructionis Machinæ, quâ Aër ex vase ex- 818.

hauritur. *Antlia Pneumatica* vocatur, quæ variis modis construitur. In omnibus pars præcipua est cylindrus metallicus cavus, ab interiori parte politus; in hoc movetur embolus, exactissimè cum cylindri superficie interiori congruens, ne Aëri transitus ad latera detur. Fundo cylindri embolus applicatur, deinde attollitur hic, & ex cylindri cavitate Aër omnis excluditur. Si cum vase quocunque, per tubum in fundo cylindri, cavitas hæc communicationem habeat, Aër in vase sese expandet, & pro parte cylindrum intrabit ita, ut in cylindro & vase eandem habeat densitatem. Claudatur communicatio inter vas & cylindrum, Aërque ex cylindro ejiciatur, & embolus fundo applicetur. Si secundâ vice embolus attollatur, reseratâ communicatione inter cylindrum & vas memoratum, iterum Aëris densitas in vase minuetur; & repetito emboli motu tandem Aër in vase ad densitatem minimam reducetur. Aër tamen omnis hac methodo nunquam exhauriri potest: singulis enim vicibus Aër sese ita expandit, ut eandem in cylindro densitatem habeat ac in vase, in quo ideò semper Aër quidam superest.

819. Postquam autem quantum potest, repetitis operationibus, Elasticitas imminuta est, non ex hac de densitate judicium ferre debemus, ut in minoribus dilatationibus (798.): Hæcque Aëris superstitis Elasticitas non omni tempore eadem est, & dilatatione ipsius non sensibiliter minuitur (*Exp.*).

Antliæ omnes prædicta communia habent,

in multis tamen differunt. Sed satis est hic explicasse quomodo ope Antliæ ex vase Aër exhauriatur.

Varia ope hujus Machinæ experimenta instituuntur, quibus quæ de Aëris proprietatibus dicta sunt confirmantur & dilucidantur; ipsum pondus Aëris vase inclusi determinatur: multaque alia circa Aërem, notatu dignissima, deteguntur, & sub oculos ponuntur. (*Exp.*) 820.

Multarum Machinarum effectus ab Aëre pendent, quorum explicatio ex dictis facilè deducitur, quod uno aut altero exemplo illustrasse sufficiat.

Tubus curvus, cujus extremitas una aquâ immergitur, dum extremitas altera, extra vas aquam continens, infra aquæ superficiem descendit. Si sugendo aut quocunque alio modo Aëre evacuetur tubus, fluet aqua. Hæc Machina *Sipho* vocatur. 821.

Hujus effectus ex pressione Aëris oritur; qui aquam in Siphonem pellit, premens in superficiem aquæ vase contentæ; premit etiam Aër in aquam exeuntem, illamque sustinet; pressiones hæ sunt æquales, & in superiori parte Siphonis contrariè agunt, ibique valent Atmosphæræ pondus, dempto pondere columnarum aquearum, quæ à pressionibus sustinentur. Columna aquea in crure externo altitudine oppositam columnam superat; ergo ab hac parte magis Aëris pressio minuitur, & pressio opposita hanc vincit, fluitque aqua. (*Exp.*)

Antliæ vulgares constant ex duobus tubis, 822.

valvulâ ſeparatis ita, ut aqua ex inferiori in ſuperiorem poſſit adſcendere, non verò deſcendere; ſuperior tubus brevis eſt, & in hoc movetur embolus corio circumdatus, in quo valvula ſimilis datur.

Fundo cylindri admoveatur embolus, huic ſuperinfundatur aqua, ut Aëris tranſitus cohibeatur; ſi aquâ immergatur extremitas tubi inferioris, & attollatur embolus, adſcendet aqua in cylindrum aut tubum ſuperiorem, ex quo deſcendere nequit; quare per embolum tranſit, quando hic deſcendit. Elato iterum embolo novâ aquâ cylindrus repletur; & prima in vas cum cylindro ſuperiori cohærens attollitur, ex quo per tubum fluit. (*Exp.*)

CAPUT V.

De Aëris Motu Undulatorio, ubi de Sono.

823. SI *Aër quocunque modo agitetur*, **particulæ motæ è loco recedunt, vicinaſque in minus ſpatium reducunt; & Aër, dum in uno loco dilatatur, in vicino comprimitur. Aër compreſſus cùm ſe iterum expandit, ad priſtinum** non modò ſtatum redit, ſed ipſe dilatatur, particulis, motu acquiſito, ultra priſtinam diſtantiam à ſe invicem recedentibus.

Hoc motu Aër primo dilatatus in primum ſtatum redit, Aërque alias partes versùs comprimitur. Hoc iterum obtinet dum Aër ultimò

timò compressus sese expandit, quo nova datur compressio. *Oritur* ergo *ex agitatione* quacunque *motus analogus cum motu Undæ in aquæ superficie* (686.); eodem nomine datur, *& vocatur Aëris Unda* Aër compressus cum insequenti dilatato (687.).

824. Aër compressus omnes partes versùs semper dilatatur, & *motus Undæ est motus sphæræ sese expandentis*, eodem modo ac in superficie aquæ Unda per circulum dispergitur (689.).

825. *Dum Unda in Aëre movetur, ubicunque transit, particulæ è loco moventur & ad hunc redeunt, spatiumque brevissimum itu & reditu percurrunt.*

Ut hujus motûs leges pateant, concipiamus particulas aëreas ad distantias æquales in lineâ rectâ esse dispositas, *a*, *b*, *c*, *d*, &c, f; moveatur Unda per hanc lineam; ponamus autem illam pervenisse inter *b* & *p*; Aërem dilatari inter *b* & *b*, comprimi verò inter *b* & *p*; ut hæc omnia in lineâ 1. repræsentantur. TAB. VIII. fig. 1.

826. *Densitas maxima datur in m, loco medio inter b & p, & maxima dilatatio inter b & b in medio e.*

827. *Ubicunque particulæ vicinæ non æquè distant, actio ex elasticitate datur particularum minus distantium magis distantes versùs* (800.), hæcque actio sola, seposito omni motu acquisito, examinanda est.

828. *Inter b & e datur pressio à b versùs e*; id est, *cum motu Undæ conspirans*; *quæ etiam datur inter m & p.*

829. *Pressio* autem contraria est *inter e & m, & ab m versùs e dirigitur*.

830. *In m* & *c*, ubi harum actionum directiones mutantur, *oppositæ actiones sese mutuò destruunt*, quia particulæ vicinæ ad distantias æquales inter se positæ sunt.

831. *In locis b. b, & p, omnium maxima est* distantiarum particularum vicinarum differentia; ideòque omnium maxima *elasticitatis actio, unam partem versùs*.

832. Deducimus ex his particulam, pro vario in Undâ situ, variam ab elasticitate pressionem pati, quâ illius motus generatur, acceleratur, minuitur, aut destruitur; idcircò directio motûs particulæ, ex solâ directione memoratæ actionis, determinari nequit, & cum hac directione non semper congruit illa, singularumque particularum motus omnibus momentis mutatur.

833. Particulæ omnes inter *b* & *p* translatæ sunt, juxta ordinem litterarum. Particulæ inter *b* & *p* juxta hanc directionem motum continuant, cæteræ inter *b* & *b* versùs *b* redeunt, ut in sequentibus dicetur.

Perseverant hæ in motu quo regrediuntur, donec pressione ex elasticitate, cujus directio in puncto *e* mutatur, motus acquisitus de novo destruatur; in quo casu particula ut *b* ad quietem & pristinum situm redit. In momento sequenti particula *c* in situ pristino quiescit, *p* verò ad *q* accedit, ut in lineâ 2; & successivè, in momentis æqualibus, adipiscitur Unda omnes situs, qui hìc in lineis 1. 2. 3. &c. 13. vi-

834. **dentur; & *dum Unda* à situ in lineâ 1. ad situm**

in

in lineâ 13. pervenit, totam *percurrit latitudinem suam*.

Particula p in hoc motu *it & redit*, hujusque motus in hac figurâ sensibilis est, &, ut clarè patet, particula hæc *successivè per omnes situs particularum in Undâ transit*.

Singulæ particulæ successivè simili motu agitantur; & *diviso tempore in tot partes, quot particulæ dantur in latitudine Undæ, particula unaquæque datur in illo situ, in quo momento præcedenti fuit particula sequens*, quæ per unum momentum tale diutius fuit in motu. 835.

Motus cujuscunque particulæ, ut *p*, *in itu & reditu suo, analogus est cum motu penduli vibratorio, dum* duas peragit oscillationes; id est, semel *it & redit*. Pendulum in oscillatione descendit, motusque acquisitus cum gravitatis actione conspirat, & hac acceleratur, donec ad punctum arcûs describendi infimum, id est medium viæ percurrendæ, pervenerit; pergit motu acquisito, qui actione gravitatis, cujus directio in hoc puncto mutatur, destruitur, dum Corpus per alteram arcûs describendi partem adscendit: Corpus hoc iisdem legibus redit. 836.

Particula *p* ex elasticitate movetur, motusque acceleratur ex elasticitatis actione, donec ipsa ad situm particulæ *m* in lineâ 1. pervenerit (828.), qui situs in lineâ 4. videtur, in quâ particula *p* occupat punctum medium spatii itu & reditu percurrendi. Motu acquisito, quamvis elasticitas contrariè agat (829.), in motu perseverat, donec hac actione totus motus sit destructus; quod fit

percurrendo spatium æquale illi in quo fuit generatus; datur tunc particula *p* in situ, in quo videtur in lineâ 7, qui respondet cum situ particulæ *b* in lineâ 1. Ex elasticitate tunc particula redit & acceleratur, donec situm particulæ *e* in lineâ 1. adepta sit (829.), ut in lineâ 10; id est, donec iterum, ut in lineâ 4, versetur in puncto medio viæ percurrendæ. In reditu suo continuat particula, donec actione ex elasticitate, cujus directio iterum mutatur (830.), totus motus destruatur; tuncque particula ad pristinum situm, ut in lineâ 13., redit, & ibi, cùm novâ actione non agitetur, quiescit. Quæ omnia ex demonstratis in Scho-
837. liis Elem. profluunt. Idcircò *cessante motu Corporis tremulo, quo Aër agitatur, novæ Undæ non generantur*, numerusque Undarum à numero agitationum ipsius Corporis non differt.

838. Si in motu penduli post duas vibrationes gravitatis actio cessaret, ut in Aëre, post itum & reditum particulæ, elasticitatis actio in hanc particulam cessat, in omnibus motus particulæ aëreæ cum motu Corporis penduli congrueret. In puncto medio arcûs oscillatione percurrendi nulla datur gravitatis actio, hujusque directio mutatur; in puncto medio spatii à particulâ *p*, itu & reditu, percurrendi, in quo datur in lineis 4. & 10., congruit hujus particulæ situs cum situ particularum *m* & *e* in lineâ 1, in quibus punctis nulla elasticitatis actio datur, & hujus directio mutatur (830.). In pendulo quo magis Corpus oscillatum à puncto infimo, aut medio arcûs describendi distat, eo magis

gis vis gravitatis in illud agit; quo magis etiam particula p à puncto medio spatii percurrendi distat, eo major in illam est elasticitatis actio, & in lineis 1. 7. & 13., in quibus maximè à puncto memorato distat particula, situs hujus congruit cum punctis b, b, & p; in lineâ 1., in quibus elasticitatis actio est omnium maxima (831.).

Quâ lege hæc elasticitatis actio, cum auctâ à sæpius memorato puncto medio distantiâ, crescat, determinatur ex lege ipsâ elasticitatis Aëris, cujus particulæ sese mutuò fugiunt cum vi quæ est inversè ut distantia inter particularum centra (800.): & demonstramus in Scholiis Elem. elasticitatis actionem in particulam ut p, ad instar distantiæ à puncto spatii percurrendi medio augeri aut minui. 839.

Quâ de causâ *particulæ singulæ, in motû suo, eunt, & redeunt, juxta legem Corporis in cycloïde oscillati* (219.). 840.

In Scholiis etiam demonstramus, *Undæ velocitatem æqualem esse illi, quam Corpus acquirit cadendo à semialtitudine, quam Atmosphæra haberet, si manente Aëris quantitate, ubique illam haberet densitatem, quam habet in loco, in quo Unda movetur*. Et demonstratio locum habet quæcunque fuerit Undæ latitudo, & sive per majus aut minus spatium particulæ in itu & reditu excurrant; unde constat, *Undas omnes æquali celeritate moveri*; quamdiu nempe dicta altitudo Atmosphæræ, positâ hac ubique ejusdem densitatis, non mutatur. 841. 842.

Mutatâ autem hac, *sequuntur quadrata celeritatum Undarum rationem altitudinum*. (841. 190.) 843.

844. Variationem autem sæpe subit altitudo hæc, nam *manente elasticitate* Aëris densitas sæpe variat: & mutari potest elasticitas densitate manente: tandem ambæ simul mutationi sæpissimè obnoxiæ sunt.

In primo casu, manente nempe elasticitate, dum densitas variat, positâ Atmosphærâ ubique ejusdem densitatis, altitudo mutatur, quantitas verò Aëris comprimentis non variat, quia hujus pondus æquale est elasticitati (180.): & est altitudo ut spatium ab Aëre occupatum; ideò inversè ut densitas (57.): quare *Undarum celeritatum quadrata sunt inverse ut densitates* (843.).

845. *Quando densitas manet, sed mutatur elasticitas*, altitudo Atmosphæræ mutatur, ut pondus comprimens, id est, ut elasticitas. (180.) Ergo *quadrata celeritatum Undarum sunt ut elasticitatis gradus* (843.).

846. *Si & elasticitas & densitas differant, quadrata velocitatum Undarum erunt in ratione compositâ directæ elasticitatis*, (845.) *& inversæ densitatis* (844.).

847. *Si densitas & elasticitas crescant, aut minuantur, in eâdem ratione*, inversa ratio densitatis directam elasticitatis destruet, & *non mutabitur Undarum celeritas*.

Ultimus hic casus exstat in Aëris compressione ex Aëre adfluente (795.), quo etiam, si de cætero maneat Aëris constitutio, altitudo Atmosphæræ, positâ hac ubique ejusdem densitatis, non mutatur; nam pro ratione ponderis superadditi in minus spatium re-

848. digitur. Idcircò *ex mutatâ altitudine columnæ*

mer-

mercurii, quæ ex Atmosphæræ pressione in tubo Torricelliano sustinetur (787.), quod pondus, quo Aër in terræ viciniis comprimitur, mutatum indicat, *non debemus Undarum celeritatem mutatam dijudicare*. Eàdem de causâ *Undæ æquali celeritate in apice montis & in valle moverentur; nisi Aëris constitutio differret* pro majori altitudine (802. 807.). 849.

Undas æstate celeriùs quàm hieme moveri ex Aëris elasticitate, calore auctâ, aut densitate imminutâ, (802.) deducitur. 850.

Altitudo Atmosphæræ, positâ hac ubique ejusdem densitatis, detegitur, si mensuretur altitudo columnæ mercurii, quæ in tubo Torricelliano cum pressione Atmosphæræ æquiponderat (787.), & comparando Aëris densitatem cum densitate mercurii; quod ponderando Aërem fieri potest. Detectâ verò Atmosphæræ altitudine, celeritas, quam Corpus à dimidiâ hac altitudine cadendo acquirit, per experimenta pendulorum determinatur (220. 222.). 851.

Aëris motus, de quo in hac computatione agitur, à solâ elasticitate pendet, & exacta esset computatio, si particulæ ipsæ ad interstitia inter has sensibilem rationem non haberent: si verò ponamus dari hìc rationem sensibilem, velocior erit Undarum motus; propagatur enim motus per Corpora solida in instanti. 852.

Consideravimus autem *particulas aëreas quasi essent puncta, & celeritates, quæ in hac hypotesi deteguntur, augendæ sunt pro ratione quam habet materia ad interstitia, ut veræ detegantur velocitates.* 853.

Qua-

854. Quare *quamdiu idem Aër suam servat densitatem, eandem cum ipsâ velocitate rationem sequitur hujus augmentum.*

855. *Si verò densitas mutetur, augmentum* non modò *sequitur rationem velocitatis*, sed & *rationem* materiæ ad materiam in eâdem lineâ, quæ est ratio *radicis cubicæ densitatis.*

856. *Si de diverso Aëre agatur, hæc regula non procedit;* nam ipsæ particulæ, servatâ Aëris densitate, diversam densitatem habere possunt, & mutabitur ratio diametrorum particularum ad interstitia.

857. *Undarum in Aëre motus Sonum producit;* de quo ante quàm agamus, pauca de Sensationibus in genere præmittenda sunt.

858. Adeò arctum est Mentis & Corporis vinculum, ut quidam motus in hoc cum certis in illâ ideis quasi cohæreant, & separari nequeant. Ex nervorum motu singulis momentis ideæ novæ in mente excitantur, talesque sunt rerum omnium sensibilium ideæ; nihil tamen commune inter motum in Corpore & ideam in Mente percipimus. Nexus qui hic datur perspicientiam nostram fugit; neque ullum possibilem esse concipimus. Innumera in rerum universitate nos latent, quæ ne quidem ideis attingimus. Hicce etiam nexus ad Physicam non spectat.

Quando in Physicis Sensatio explicanda est, debemus demonstrare, quomodo ex motu in Corpore, in quo causa Sensationis datur, motus sequatur nervi peculiaris in Corpore nostro.

Tria ergo circa Sonum perpendenda habe-

bemus, determinandus est motus in Corpore quod Sonum edit; 2. demonstrandum quomodo ad nos motus transferantur; 3. tandem explicandum, quid in nobis contingat.

Corporum, quæ Sonum emittunt, partes 859.
motu tremulo afficiuntur; Corpora enim, quando percutiuntur, nisi sint elastica, Sonum non producunt. Motus hicce tremulus etiam extra omne dubium est in chordis aut fibris tensis, ex quibus, agitatione tremulâ, Sonus elicitur. In campanis majoribus, & in multis aliis Corporibus, motus hicce tremulus admodum sensibilis est; in campanâ vitreâ, Sonum edente, Experimento visibilis fit. (*Exp.*)

Non tamen immediate ab hoc motu visibili 860.
pendet Sonus, sed ab alio motu tremulo, quo, in motu memorato, particulæ minores afficiuntur. (Exp.)

Corpus percussum per aliquod tempus post 861.
Ictum Sonum edit; nam fibra agitata per aliquod tempus ex elasticitate vibrationes continuat (494.).

Sonus etiam, *subsistente motu tremulo, cessat.* (837.) 862.

A Corpore, ita agitato, motus ad Aurem 863.
transfertur per *Aërem*; hunc enim *esse vehiculum Soni* experientiâ constat. (*Exp.*)

Ex eo solo quod Aër sit vehiculum Soni, & quod sine Aëris translatione Sonus per illum propagetur, constat quod diximus, *So-* 864.
num ab Aëris motu Undulatorio pendere; & eo confirmatur, Sonum *ex motu Corporum tremulo oriri.*

Cùm

Cùm autem motus hicce tremulus facilè
865. à Corpore Corpori communicetur, *Soni translatio, ex fibrarum motu tremulo, maximè notabilis est.* (Exp.)

Sæpissimè videmus Corpus Sonum edere, licet Aër ab eo agitatus nullam cum Aëre exteriori communicationem habeat: Unde
866. sequitur *Motum Undulatorium Aëris motum tremulum communicare fibris corporum, quo Undæ in Aëre exteriori generantur.* In hoc tamen casu admodum debilitatur Sonus.

867. Ut per solida Corpora, sic & *per Fluida propagatur Sonus, in quo* tamen *casu admodum* quoque *debilitatur* (Exp.).

868. In his omnibus motus Aëris undulatorius ad Aurem pertingit, & ibi in canalem, in parte Auris externâ, penetrat; pars hæc externa terminatur membranâ tenuissimâ, tensâ, Tympanum dictâ, & quæ partem Auris externam ab internâ separat. Particulæ aëreæ, quæ huic membranæ adjacent, ubi motus undulatorius ad has pervenit, Tympanum percutiunt; huic motum tremulum communicant, qui in Aërem interiori Auris cavo inclusum, transfertur; quædam Ossa minora, Tympani agitatione, moventur; motus undulatorius per exiguos quosdam canales, peculiari modo contortos, propagatur, & integra cavi hujus superficies ossea à particulis aëreis, agitatis, percutitur. His omnibus facilè motus communicatur nervo auditorio, cum Organo, de quo agimus, cohærente, & in ipsam hujus cavitatem penetrante.

Mira

Mira est auris structura, sed cùm peculiarium partium usus nos lateat, generalia tantùm, quæ indicavimus, ad propositum nostrum pertinent. 869.

Celeritas Soni eadem est cum celeritate Undarum, quæ Aurem percutiunt, & quæ de harum celeritate dicta sunt (841. 842. 844. 845. 846. 847. 848. 849. 850. 853. 854. 855. 856.), huc referri debent. Circa n.841. notandum, Soni celeritatem computatione minimè posse determinari (851. 852.); ignota enim est proportio inter diametros particularum & interstitia inter has; sed immediatè Experimento detegitur Soni celeritas. 870.

Nocte accendatur Ignis cum strepitu conjunctus, ad quamcunque ab hoc Igne antea mensuratam distantiam detur spectator, qui breviori Pendulo mensuret tempus inter Lumen visum & Sonum auditum, & dabitur Soni celeritas; Luminis enim motus, saltem in spatio in quo hoc Experimentum institui potest, est momentaneus. 871.

Tali Experimento in Galliâ enotuit, Sonum percurrere pedes Gallicos mille & octoginta; id est, Rhenolandicos mille, centum & septemdecim, in spatio temporis unius minuti secundi: quæ velocitas parum differt ab eâ, quam ex multis Experimentis, in spatio duodecim Milliaria Anglicana superante, determinavit G. Derham, juxta quem spatium in uno minuto secundo percursum est pedum Rhenolandicorum mille & centum: sed non constans est hæc celeritas (850.). 872.

Si eodem tempore, in quo hac methodo de- 873.

determinatur Soni velocitas, detegatur spatium percursum ex elasticitate (841. 851.), dabitur Soni acceleratio ex crassitie particularum.

874. *Soni celeritatis est æquabilis* (842.); *in majori nibilominus spatio aliquando accelerari, aut retardari potest* (845.), ex diversâ vi repellente, quâ particulæ in locis diversis aliquando gaudent (802.). Hoc tamen potius ex ratiocinio, quàm Experientiâ deducitur, quia Aëris constitutio non satis differt in locis vicinis.

875. *Soni celeritas variat ex vento cum illius motu conspirante, aut in contrarium flante.* Vento Aër de loco in locum transfertur; acceleratur ergo Sonus, quamdiu per Aërem translatum movetur, si Soni directio cum Venti directione eadem fuerit; in quo casu Venti velocitas indicatæ Soni velocitati superaddenda est. Venti autem violentissimi, quo arbores eradicantur, & ædificia subvertuntur, celeritas minor est trigesimâ parte velocitatis Soni, si cum Mariotte ponamus, Ventum violentissimum tantùm percurrere pedes triginta duos in uno minuto secundo. Juxta alios Venti velocitas multo major est, & ideò major Soni acceleratio, quod meliùs cum observationibus congruit. Eodem argumento etiam ex Vento dari in Soni motu retardationem probatur.

Spatium à particulis, itu & reditu, percursum à Vento augeri aut minui potest;
876. idcircò *ad majorem aut minorem distantiam Sonus auditur pro Venti directione.* In Aëre enim

qui

qui Vento transfertur, exiguus quidam datur particularum mutuus accessus, dum posterior Aër anteriorem protrudit; eo augetur Aëris Elasticitas, & motûs hujus mutui directio conspirat cum directione Venti.

Intensitas Soni pendet ab ictibus Aëris in nervum auditorium; & sunt hi ut Vires particulis percutientibus insitæ. 877.

Vires hæ sunt ut numeri particularum, eodem tempore, in tympanum incurrentium, & ut quadrata celeritatum quibus incurrunt (382.).

In determinandâ Soni intensitate, consideranda ergo *sunt, Aëris densitas; Soni velocitas; spatium, itu & reditu, à particulis percursum; & numerus Undarum, certo tempore, in Aurem incurrentium.* 878.

Cæteris manentibus si mutetur tantùm *pondus quo Aër comprimitur*, non eo mutabitur spatium itu & reditu à particulis percursum, quod tantùm auctâ, aut imminutâ agitatione tremulâ partium Corporis variat; neque numerus Undarum, hæ etiam à Corpore tremulo pendent; non etiam mutatur Soni velocitas (848.), sepositâ acceleratione de quâ in n. 853. locuti sumus, quæ hîc non consideranda est, quia agitur de velocitate quâ singulæ particulæ feruntur; sola ergo variat densitas (878.), id est, solus mutatur numerus particularum certo tempore incurrentium, & in hac ratione *mutatur Soni intensitas* (877.), id est, *in ratione* ipsius densitatis, quæ *ponderis comprimentis* rationem sequitur (795. 547.) (*Exp.*). 879.

880. *Si manente pondere comprimente, densitas augeatur*, in eadem ratione cum aucta densitate augetur quidem materia mora (798.); sed demonstramus in Scholiis Elem. *Soni intensitatem*, in hoc casu, *minui in ratione in qua radix quadrata densitatis augetur*. Unde

881. sequitur *Æstate, cæteris paribus, Soni intensitatem majorem esse quàm Hieme*. (Exp.)

Hæc ita se habent; quamdiu Aëris constitutio manet; sed hæc sæpius mutatur

882. (802. 806.); *Vapores aquei admodum intensitati Soni obstant*.

883. Datur etiam differentia in Sono ex numero vibrationum fibrarum Corporis Sonum edentis, id est, ex numero Undarum certo tempore in Aëre productarum; pro diverso enim numero percussionum in Aurem, sensatio diversa in mente datur.

884. *Ab hoc vibrationum numero pendet Tonus musicus, qui eo magis acutus dicitur, quo magis crebri sunt recursus in Aëre; eo verò gravior, quo minor est Undarum numerus*.

885. *Gradusque acuminis diversorum Tonorum sunt inter se ut Undarum numeri, quæ eodem tempore in Aëre dantur*.

886. *Tonus ab intensitate Soni non pendet, & chorda agitata eundem edit Sonum, sive per majus sive per minus spatium eat, & redeat* (482. 884.).

887. *Consonantiæ oriuntur ex convenientiâ inter varios motus in Aëre, qui eodem tempore nervum auditorium afficiunt*.

888. *Si duo Corpora tremula, temporibus æqualibus, vibrationes peragant*, nulla inter Tonos da-

datur differentia, & *consonantia* hæc omnium perfectissima *Unisonus dicitur*.

Si vibrationes fuerint ut unum ad duo, consonantia vocatur Octava, aut Diapason. 889.

Positis vibrationibus ut duo ad tria, id est, si unius Corporis vibratio secunda cum tertia alterius semper concurrat, *consonantia dicitur Quinta, aut Diapente.* 890.

Vibrationes, quæ sunt ut tria ad quatuor, dant consonantiam, quæ vocatur Quarta, aut Diatessaron. 891.

Ditonus nominatur, si Aëris recursus fuerint ut quatuor ad quinque. 892.

Et *Sesquiditonus dicitur consonantia ex concursu quintæ vibrationis unius Corporis cum sextâ alterius.* 893.

Consonantiæ ex agitatione chordarum, si hæ fuerint ejusdem generis, ex notis harum dimensionibus ut & tensione, facilè determinantur; minimarum enim partium agitationes ab integrarum chordarum agitationibus pendent. 894.

Cæteris paribus, si duarum chordarum longitudines fuerint ut numeri recursuum in consonantiâ, datur hæc inter Tonos quos chordæ edunt (484.). 895.

Idem obtinet, si cæteris paribus diametri prædictam proportionem habent (485.). 896.

Etiam si cæteris paribus proportio vibrationum in consonantiâ detur inter radices quadratas tensionum (483.). 897.

Et *generaliter, positis chordis ejusdem generis quibuscunque, si ratio composita ex directâ longitudinum, & diametrorum, & inversâ ra-* 898.

dicum quadratarum tensionum, fit ratio inter numeros vibrationum eodem tempore peractarum in consonantiâ quacunque, datur hæc ex agitatione chordarum (486.).

Hæc omnia à Musicis fuere Experimentis confirmata.

Notarunt hi circa hasce chordas Phænomenon admodum notabile, cujus casus varii digni sunt qui explicentur.

899. *Dentur chordæ quæcunque tensæ, vibrationes suas æqualibus temporibus peragentes; agitetur una, movebitur & altera.* Singulæ enim Aëris Undæ ex illius chordæ motu tremulo incurrunt in hanc, motumque minimum huic communicant; ex motu quantumvis exiguo variis vicibus it & redit chorda (482.), moveturque ex prioris Undæ ictu, dum secunda accedit, cujus motus cum chordæ motu conspirat (482.), & hunc accelerat. Quæ de secundâ Undâ dicuntur, etiam ad sequentes referri debent, & acceleratio dabitur, donec ambarum chordarum motus fuerint fere æquales.

900. Ex eâdem demonstratione sequitur *chordam agitatam motum communicare alteri, quæ duas aut tres peragit vibrationes, dum prior semel vibratur.*

901. Si autem chorda agitata varias peragat vibrationes, dum chorda ex Aëre movenda unicam peragere potest, ex præcedenti demonstratione sequetur, motum peculiarem huic communicatum iri. Qui ut detegatur, notandum, durationem vibrationis & chordæ longitudinem reciprocari ita, ut, cæteris

ma-

manentibus, determinata longitudo à determinatâ duratione vibrationis separari neutiquam possit. Si ergo chorda quæcunque variis ictibus percutiatur, quibus huic motus communicatur, & ictus magis crebri sint, quàm qui longitudini chordæ conveniunt, hujus pars, cujus longitudo cum duratione communicatarum vibrationum respondet, tantùm agitabitur, & motus quasi undulatorius chordæ communicabitur; & longitudo Undarum in chordâ pendebit à duratione vibrationis communicatæ, id est, à tempore inter ictus.

Dentur duæ chordæ, quarum una bis vibratur dum altera semel, & illa agitetur, duratio vibrationum, quæ ex Aëris motu huic chordæ communicantur, competit chordæ semi-longitudinis hujus (484.); & talis est longitudo Undarum in hac ipsâ. Idcircò *ex motu communicato dividitur chorda in duas partes æquales, punctumque medium quiescit*. Experimento hoc confirmatur jungendo chartæ frustum chordæ, cui motus communicatur, quod, si in puncto medio ponatur, quiescit, in omni alio loco motu tremulo afficitur. 902.

Si chorda agitata, ut ex hujus motu altera moveatur, tres peragat vibrationes, dum chorda movenda semel vibratur, ex motu communicato dividetur hæc in tres partes, & duo dabuntur puncta quietis, quod eodem modo Experimento confirmatur. Alii casus motûs communicati, qui à Musicis observantur, facilè ex prædictis deducuntur. 903.

Quæ de reflexione & inflexione Undarum 904.

in aquâ dicta sunt (691. 693. 694. 695.); ad harum reflexionem in Aere referri possunt, elasticitate in hoc casu eundem effectum cum pressione aquæ elatæ in illo exferente.

905. *Ex Soni reflexione sæpissime oritur Soni repetitio, quæ Echo vocatur.* Si ejusdem Undæ, per sphæram sese expandentis (824.), partes variæ in varias superficies incurrant ita, ut reflexæ concurrant, fortior ibi est Aëris motus, & Sonus auditur. *Variis vicibus sæpe idem Sonus repetitur,* ex variis ejusdem Undæ partibus ad varias distantias reflexis, & quarum quædam successivè in eodem loco concurrunt. Talis repetitio etiam aliquando datur ex repetitâ reflexione.

906.

907. *In tubo per reflexionem augetur Sonus*; ut in tubis stentoreis observatur. Figura omnium perfectissima, quæ tali tubæ dari potest, est parabolæ, circa lineam axi ad distantiam quartæ partis pollicis parallelam circumrotatæ. Si enim quis in tali tubâ loquatur, ponendo os in axe machinæ & in foco parabolæ, Undæ ita reflectuntur, ut singulæ harum partes motum, axi machinæ parallelum, acquirant; quo Undæ vis & etiam Sonus multum augetur. Tubæ extremitas major, ex quâ Sonus exit, ad formam labiorum inflectitur, ut faciliùs Unda quaquaversùm sese dispergat. (*Exp.*)

LIBRI IV.

Pars II. De Igne.

CAPUT VI.

De Ignis Proprietatibus in genere.

PAuca de Igne norunt Philosophi; multa ipsos latent. Hypotheses non fingam: generaliora quæ ex Experimentis deduci posse mihi videntur, eo quo potero meliore ordine, dicam.

Intima Ignis natura ignota est; sed ibi illud 908.
quod ignem vocamus adesse dicitur, *ubi Ca-* 909.
lorem aut Lumen observamus.

Inquirendum igitur in Ignis proprietates, illa examinando Corpora, in quibus *præsentiæ Ignis criterium* unum aut alterum *detegimus.*

Non enim ubique ambo hæc simul occur- 910.
runt; in calidis variis Corporibus Lumen nullum percipimus, dum in lucidis aliis calor nullus sensibilis nobis est. An verò revera hæc separatio detur, in sequentibus (932.) examinabimus.

Videbimus etiam, si non plenissimè demonstrari possit, *Calorem & Lumen eidem* 911.
causæ esse tribuenda, hoc tamen *vix in dubium vocari posse.*

Ignis in Corpora omnia quantumvis densa & 912.

 dura

dura penetrat, dum Calor ipsis etiam in interioribus communicatur.

913. *Ignis Corporibus sese jungit*; cum his enim transfertur etiam ille qui in superficie hæret.

914. Videbimus quoque & *Ignem ad certam distantiam à Corporibus attrahi*.

915. *Corpora* præterea *nulla novimus quæ Ignem non continent*.

916. *Non* tamen *Ignis æquè facilè Corpora omnia intrat*; quod variis causis, non omnibus notis, tribuendum est: densitatem auctam, Calorem imminutum ingressum difficiliorem facere Experimenta demonstrant.

917. *Ignis Corporibus contentus in his à Corporibus circumambientibus retinetur*.

918. *Ignem* moveri jam indicata demonstrant; illum autem *motu celerrimo affici posse*, in Corporibus actione Ignis violentissimè agitatis manifestum est.

919. *Corporum* quorum Calor *augetur* etiam augetur *volumen*; igitur *actione Ignis* ipsa dilatantur. Auctà autem dilatatione sæpe partes à Corporibus separantur, quæ dum a-
920. ctione Ignis sese mutuò repellunt *Fluidum efficiunt elasticum*, in quod *sæpe*, *actione Ignis*, integra convertuntur *Corpora*.

921. Si verò motus hic in Corporibus quo dilatantur, augeatur, effectus hujus mutatur, & violentiori motu Corporum Fluidorum partes nondum separatæ sensibiliter agitantur, & Corporum solidorum partes, etiam minus subtiles, à vicinis divelluntur.

Qui motus tamen sæpe tribuendi sunt actioni particularum subtiliorum Igne agita-

ta-

tarum, & in poros Corporum penetrantium.

Partes enim *subtiliores Corporum, ab ipso Igne distinguendas, hujus actione in Corpora penetrare*, pondus quorundam corporum actione Ignis auctum evincit: Cum ipse *Ignis pondus sensibile non habeat*. 922. 923.

CAPUT VII.

Generalia de Calore & Lumine.

CAlorem & Lumen Ignis præsentis criteria esse observavimus (909.); de his ideò sæpius dicendum erit, quare generaliora ad ipsa spectantia, ante omnia, observanda sunt.

Calor in Corpore calido distinguendus est à Calore quem percipimus; ille enim est actio Ignis in Corpus quod calidum dicitur, quâ hujus partes motu quodam afficiuntur, quo partibus quibusdam Corporis nostri motus communicatur, qui cum Caloris perceptione conjungitur. 924.

Calor verò *nostri respectu nil est præter* illam *perceptionem*, in Corpore autem calido nil datur præter motum ex Ignis actione. 925.

Lumen ex Corporibus per lineas rectas emittitur, illa autem ex quibus emittitur Lucida vocantur. 926.

Ubi Lumen oculos nostros intrat, fibras minimas in fundo oculi agitat, quâ datâ agitatione mens nostra Lumen percipit, hæc autem perceptio nostri respectu Lumen est, 927.

re-

respectu Corporum Lumen illud est quod hæc in oculos nostros immittunt.

Ad Calorem autem & Lumen illa etiam referenda sunt, quæ superiùs (858.) de Sensationibus in genere fuere observata.

928. Motum per lineas rectas in Lumine dari, posito obstaculo, quo illud intercipitur, facilè probamus.

929. *Motum* autem *hunc in Calore non desiderari, & Ignem per varias lineas agitatum majorem excitare Calorem*, hic ipse auctus indicare videtur, dum Corporum partes diversis motibus subjiciuntur.

930. Non omnia Corpora calida lucere, quotidie observamus, sed inde Lumen non adesse, concludere minimè possumus. Sæpe enim Lumen imminutum, quod non percipimus, alios vividè afficit, quod à constitutione oculorum pendet; unde sequitur Lumen posse adesse quamvis non percipiatur; si nempe ex Corpore lucido minori copiâ emittatur.

931. Eodem modo Calor ita potest in Corpore minui ut nobis sensibilis non sit, nam illum sæpe non percipimus, qui, quamvis imminutus, in nos alio tempore sensibiliter admodum agit; nullum ergo adesse Calorem in Corporibus lucidis in quibus illum non percipimus, asserere minimè possumus.

932. *Inter incerta ergo ponimus utrùm Calor & Lumen unquam separentur.*

Hæc verò sæpissime conjungi nemo in dubium vocabit. Utrùm vero ambo hæc Calor & Lumen rectè dicantur ignis præsentis esse criteria, id est, an meritò ad eandem cau-

causam diversa hæc duo referamus Phænomena, non, ut jam monuimus, ita, ut omnis omninò removeatur scrupulus, determinari potest; hoc tamen non immeritò fieri sequentia duo indicare videntur.

Primò. *Multa Corpora calida, si Calor augeatur, lucent*, & ut luceant nil præter augmentum caloris desideratur, & hoc imminuto cessat Lumen. 933.

Secundò. *In radiis solaribus intimè admodum Calor cum Lumine conjungitur*. Corpora quæ magnâ copiâ Llumen reflectunt, lentè incalescunt; illa autem in quæ Lumen penetrat majori copiâ, citiùs Calorem acquirunt; & Lumen dum in Corpus penetrat, non semper huic Lumen sensibile cum Calore communicat, quod sæpe tamen contingit. 934.

Lapides varii calcinati, postquam solari Lumini fuêre expositi, in loco obscuro lucent, quod continuò decrescit, & tandem perit, Lumen; sed novâ radiorum solarium actione instauratur, & quidem variis vicibus. Quam eandem proprietatem aliis Lapidibus, sine ullâ præparatione, competere observatum fuit; non tantùm quando Radiis solaribus directè fuêre illustrati, sed si tantùm per aliquod tempus Lumini diei, in loco, ad quem Radii solares directè non perveniunt, fuerint expositi. 935.

In his omnibus non sine Calore Lumen communicatur; & in casibus in quibus ille debilis est, debile quoque est Lumen communicatum; in aliis autem occasionibus Corpora, eâdem solaris Luminis actione, quan-

tum-

tumvis hoc vividum ſit, Calorem ſine Lumine ſenſibili acquirunt.

936. Sed *in lunari Lumine*, quod à Sole procedit, *nullâ arte Calor detegi poteſt*; neque tamen inde aliquid de diſtinguendo Lumine à Calore deduci poteſt. Nimium debile eſt
937. *ſolare Lumen, quod à Lunâ repercuſſum, ad nos pervenit*.

Quando Luna Teleſcopio obſervatur, particulæ quædam reliquâ ſuperficie lucidiores apparent; ſed hæ omnes junctæ exiguam totius ſuperficiei illuſtratæ portionem tantùm efficiunt. Hæ ipſæ particulæ lucidiores *non* omne Lumen, quod ad has accedit, reflectunt; unde patet, Lumen, à reliquis ſuperficiei Lunæ partibus reflexum, admodum eſſe imminutum. Si hiſce addamus magnam ſuperficiei Lunæ partem obſcuriorem apparere, conſtabit, Lunam exiguam tantùm partem reflectere Luminis, quod à ſole ad hanc accedit. Lumen hocce, ita jam debilitatum, diſpergitur antequam ad nos perveniat, quo iterum ferè vicibus quinquaginta millibus minuitur. Lumen tamen hoc ipſum, mirâ oculorum noſtrorum conſtructione, adhucdum percipitur, quis autem Calorem, eodem modo imminutum, *ſenſibilem* unquam *Effectum edere poſſe*, dixerit?

CA-

CAPUT VIII.

De Dilatatione ex Calore.

Corpora Calore dilatari diximus (919.): cùm verò *Dilatatio* hæc semper aucto Calore augeatur, & hoc imminuto minuatur, novum ipsa suppeditat *præsentis Ignis criterium*, quod ante memoratis (909.) magis certum est; Dilatationem enim ad mensuram possumus vocare, dum variæ perceptiones Luminis aut Caloris vix inter se conferri queant. 938.

Corpora Calore dilatari Experimentis constat; lamina metallica, sive attritu, sive admoto igne, calefacta sese expandit. (*Exp.*) 939.

Fluida eodem modo ac solida Calore dilatari, in Thermometris, instrumentis notissimis, quotidie observari potest. (*Exp.*) 940.

Circa quæ instrumenta observandum, hæc quidem indicare Calorem mutatum, sed an Caloris gradum demonstrent incertum est; id est, non satis nota est relatio, quæ datur inter mutationem in expansione & mutationem in calore; ut, ex comparatis dilatationibus, gradus Caloris possint conferri inter se. 941.

Si subitò incalescat Thermometri globus G, aut cylindrus C, statim Fluidum in tubo descendit, sed immediatè post ascendit. Ex Calore subito citiùs vitrum ipsum incalescit quàm Fluidum in vitro contentum, 942. TAB. IX. fig. 1.

ideò

ideò dilatato ex Calore vitro, & eo auctâ hujus capacitate, descendit Fluidum, sed immediatè post Calor liquido communicatur, quod ideò adscendit. (*Exp.*).

943. Ex Corporum expansione patet, *particulas, ex quibus Corpora constant, ex actione Ignis acquirere vim repellentem, quâ à se mutuo recedere conantur*, & quæ cum vi, quâ particulæ sese mutuò petunt (38.), contrariè agit. Quamdiu hæc vis illam superat, particulæ cohærent minùs aut magis pro diverso Caloris gradu. Quando vis repellens fere æquat vim attrahentem, particulæ anteà intimè junctæ vix cohærent, & impressioni cuicunque cedunt, & facilè moventur inter se, si hoc non aliâ causâ impediatur; in hoc

944. casu *Corpus solidum Calore in Fluidum mutatur*; quod in omnibus Corporibus, quæ Calore liquefiunt, observatur, imminuto verò Calore ad pristinum statum redeunt.

945. Quæritur *an non Fluiditas omnis a Calore pendeat?* quod *determinari non potest*, quia Corpus omninò Igne destitutum nullum novimus; illud certum est, Calorem non modò causam esse Fluiditatis in metallis, cerâ, & similibus Corporibus liquefactis, sed multa Corpora, quæ vulgò inter Fluida

946. referuntur, à Calore solo fluere; *sic aqua est glacies liquefacta*, sublato enim pro parte aquæ Calore coalescit.

947. Calor ita potest augeri, ut in quibusdam Corporibus tota vis particularum attrahens superetur à vi repellente, in quo casu particulæ sese mutuò fugiunt; id est, vim elasti-

cam

cam acquirunt, quæ similis est illi, quâ particulæ Aëris gaudent (792.), quæ etiam in Aëre Calore augetur. Effectum hunc observamus in fumo & vaporibus.

Ad actionem Ignis etiam possumus referre separationem partium, quæ in putrefactione, fermentatione, & effervescentiâ, Fluidum constituunt elasticum; nam cum Calore aucto separationem fieri experimenta demonstrant, quod in ipsis effervescentiis frigidis observatur: nam dum Thermometrum immersum calorem imminutum indicat, alio, supra superficiem materiæ effervescentis posito, quod tamen hanc non tangit, Calorem ibi auctum constat, ubi aliud instrumentum Fluidum generari elasticum demonstrat. (*Exp.*) 948.

Quantam autem vapor actione Ignis elasticitatem acquirat, patet in Æoli Pilâ: vocatur hoc nomine globus, cui jungitur tubus, cujus apertura vigesimam pollicis partem vix æquat. Globo pro parte aquâ impleto super Igne ponatur; eo momento, quo aqua in vapores mutabitur, exibunt vapores per foramen; si autem Calor augeatur ita ut violenter ebulliat aqua, vapores compressi in superiore parte globi ab omni parte elasticitate suâ recedere conantur, & violento motu per tubum exeunt. (*Exp.*) 949.

Magis sensibilem effectum vis elasticæ vaporum habemus. Si aucto foramine, hoc claudatur, & globus Igne imponatur, donec aqua violenter ebulliat; si tunc globus rotis jungatur, ut facilè super plano horizontali mo- 950.

moveri possit, & foramen aperiatur, exibit vapor violenter unam partem versùs, dum tota machina partem oppositam versùs feretur. (*Exp.*)

951. Vapor violenter compressus conatur omnes partes versùs recedere & quidem æqualiter, ideòque pressiones oppositæ sese mutuò destruunt, aperto vero foramine vapor qui exit non premit; tollitur ergo pressio quædam ab unâ parte, & contraria prævalet, & Corpus movetur.

952. Eodem modo explicamus motum Pyrobolorum. Ex chartâ efficitur cylindrus, qui nitrato pulvere repletur. Accenso pulvere, convertitur hic in Fluidum elasticum, cujus partes quaquaversùm conantur recedere: cùm autem ab unâ parte cylindrus sit apertus, pressio ibi minor est; contraria ideò prævalet, & cylindrus propellitur.

CAPUT IX.

De Igne Corporibus contento, ubi de Electricitate.

953. OMnibus Corporibus nobis notis Ignem contineri diximus (915.). Hoc inde deducimus quia ubique Ignem detegimus; Corpora enim nulla dantur solida quæ attritu, ubicunque in Telluris viciniis dentur, non incalescunt: sed clariùs ubique in Telluris viciniis Ignem dari evincunt, quæ in Capite sequenti demonstrantur, nempe Calorem à Corpore calidiori minùs calido, & vicino,

no, communicari; Unde sequitur, si Corpus sine Igne, ideòque sine Calore ullo, daretur, hoc statim à Corporibus vicinis Calorem accepturum.

Varia observamus Phænomena, notabilia admodum, Igni Corporibus contento adscribenda, horum quædam hic sunt memoranda: inter hæc dantur, quæ cum Electricitate connexionem notabilem habent, quâ de causâ de his ipsis Electricitatis phænomenis agendum etiam erit.

DEFINITIO.

Electricitas est hæc Corporum proprietas, quâ, si attritu calefiant, trahunt, & repellunt Corpora leviora ad distantiam sensibilem. 954.

Proprietas hæc paucis admodum Corporibus à multis Philosophis concessa fuit; hodie autem constat pleraque Corpora hac ipsâ, quamvis inæqualiter, & diversimodè, gaudere. Mira admodum sunt, quæ nuper de hac proprietate, in Angliâ & in Galliâ, fuêre detecta; sed hujus materiæ tractatio nos à scopo abduceret; pauca quædam Experimenta, ante triginta & aliquot annos in Angliâ demonstrata, tantùm memorabo, ut nexus pateat inter causam Electricitatis & Ignem, si revera hæc duo distinguenda sint; recentiora Experimenta conclusiones nostras confirmant. 955.

Tubus vitreus, quindecim, aut octodecim pollices longus, cujus diameter pollicem unum superat, siccâ manu, aut linteo atteritur, & Lumen percipitur; hoc manum sequitur, & non in ipso tubo hæ- 956.

ret, sed, ad exiguam ab hoc distantiam, in Corpore, quo atteritur tubus. (*Exp.*)

Post cessatum attritum nullum percipimus Lumen; sed, si Corpus quodcumque transferatur juxta tubum ad exiguam distantiam, quartam pollicis partem non superantem, strepitus debilis auditur, & scintillæ, quasi ex Vitro cum strepitu emissæ, in hujus Corporis superficie apparent. Si alterâ vice Corpus juxta tubum deducatur, nihil ex his observamus, nisi novus attritus præcesserit.

957. Idem hicce tubus attritu Electricitatem magnam acquirit; si enim Corpora levia, ut partes folii aurei tenuissimi, aut fuligo, plano imponantur, & admoveatur tubus, agitantur hæc Corpora, à tubo attrahuntur, & repelluntur, variisque motibus afficiun-
958. tur. Si Corpus, ad exiguam à tubo distantiam, juxta hoc moveatur, strepitus, ut in Experimento præcedenti, auditur, & cessat Electricitas, quæ attritu iterum instauratur. (*Exp.*)

959. Globus vitreus aëre vacuus, diametri circiter octo aut novem pollicum, si celerrimè in loco obscuro circumrotetur, dum manu globo applicata attritus datur, totus quasi lucidus fit ab interiori parte, Lumenque majus est in locis, in quibus manus vitrum tangit. (*Exp.*)

960. Si autem globus aërem contineat, & eodem modo agitetur, & manus applicetur, nullum in interiori aut exteriori globi superficie Lumen apparet; Corpora verò ad exiguam à globo distantiam, ex. gr. quartæ par-

partis unius pollicis, aut minorem, lucida fiunt, ficque folæ partes manûs applicatæ, quæ terminant, aut potius circumdant partes immediatè tangentes globum, lucidæ funt, ut de tubo dictum. (956.) (*Exp.*)

Globus hic idem agitatus, & attritu calefactus, fenfibilem & externè & internè Electricitatem exferit; ut patet filis, quæ folâ Electricitate partem fuperficiei calefactam versùs diriguntur. (*Exp.*) 961.

Extracto aëre, Electricitas nulla, neque interna, neque externa, obfervatur. (*Exp.*) 962.

Si ad omnia præcedentia attendamus Experimenta, fequentes conclufiones ex illis deduci poffe videntur, quas non ut certas tradimus, fed ut valdè probabiles; certum à probabili femper diftinguendum.

Vitrum in fe ignem continere, hujufque fuperficiem circumdari atmofphærâ quadam, quæ attritu excitatur (957. 961.), *& motu vibratorio agitatur*; trahit enim & repellit Corpora levia (957.): partes minimæ vitri attritu agitantur, &, propter harum Elafticitatem, motus hicce eft vibratorius, qui atmofphæræ memoratæ communicatur; ideòque atmofphæra eo ad majorem diftantiam actionem exferit, quo ex majori attritu partes vitri magis agitantur. Actio hujus atmofphæræ & alios præftat effectus; foli enim attritui, ex actione hac oriundo, tribuere debemus Lumen, quod in globo aëre vacuo (959.), deficiente omni attritu vifibili, apparuit. 963.

Ignis vitro contentus actione hujus atmofphæræ expellitur, faltem cum hac atmofphærâ 964.

movetur; dum enim Corpora levia ad diſtantiam à vitro agitantur, Corpora etiam ad diſtantiam lucida fiunt (961. 960.).

965. *Atmoſphæram, & Ignem, faciliùs moveri in vacuo* etiam patet: ſi enim globo aër extrahatur, nullum lumen, neque Electricitatis actio, ab exteriori parte obſervari poſſunt (959. 962.). Pars verò globi interior maximè lucida apparet, Ignisque majori copiâ in hoc Experimento quàm in ſtatim memorato (960.) ſenſibilis eſt.

966. Electricitatis autem actio, extracto aëre, etiam ab interiori parte ceſſat (962.), quo everti videtur quod de faciliori motu atmoſphæræ in vacuo dictum. Minimè tamen probabile eſt, atmoſphæram ſæpius memoratam in hoc caſu nullibi moveri. Videtur contra illam eandem cum Igne viam ſequi, & illam partem versùs moveri, ad quam minor datur reſiſtentia; & ceſſationem actionis Electricitatis tribuendam eſſe ipſi abſentiæ aëris, quo mediante *ab atmoſphærâ fila moventur*; eodem modo, ac Ignis, qui liberrimè omnia Corpora penetrat, *mediante* vapore, aut *aëre* (pulveris enim pyrii exploſio, abſente aëre, ceſſat) violenter in illa agit (950.).

967. Miſſis conjecturis, nixis licet Experimentis, ad cætera, quæ Ignem ſpectant, redeamus.

Si in loco aëre vacuo globus vitreus agitetur ita, ut ex attritu incaleſcat, globus lu-

968. cet (*Exp.*); unde ſequitur *Ignem vitro contentum ut appareat aëre non indigere*, incaleſcit enim & lucet ſublato aëre & interno & externo. In-

Innumeris aliis Experimentis, attritu in vacuo lumen dari, constat.

Mercurium Ignem continere Experimentis patet. Si enim Mercurius probè depurgatus in vitro agitetur, lucidus apparet. (*Exp.*). Sed meliùs si vitrum aëre fuerit vacuum. (*Exp.*) 969.

Plura Corpora dura attritu Lumen emittunt. Duo frusta crystalli moveantur juxta se mutuò, statim lucida fiunt, licet ex attritu Calorem sensibilem non acquirant. Lumen autem magis est vividum in punctis in quibus contactus datur. 970.

Notissima datur chemica præparatio ex urinâ, Phosphorus Urinæ dicta, quæ in aquâ servatur; si ex illo stilus efficiatur & litteræ chartæ inscribantur, in loco obscuro igneæ apparebunt. Phosphorus ipse aquâ extractus statim incalescit & fumum emittit; quæ omnia Ignem magnâ copiâ Phosphoro contineri probant. (*Exp.*) 971.

In hoc Experimento *sensibilem observamus aquæ actionem in Ignem Phosphoro contentum*; *illa* enim *hunc retinet* ita, ut minimè ex Phosphoro, quamdiu aquâ circumdatur, exire possit, sublatâ autem aquâ Calor & fumus statim indicant Ignem à Phosphoro recedentem. 972.

CAPUT X.

De Motu Ignis debiliori. Ubi de Caloris communicatione.

973. TRiplicem in Igne motum observamus.
974. Primum quo Calor communicatur & Corpora dilatantur, non separatis partibus, aut turbato harum ordine. De hoc ipso hoc Capite dicendum.

975. Secundum, qui à primo, gradu tantùm, differt, quo Corporum partes dissolvuntur, aut inter se agitantur. Hunc in Capite sequenti examinabimus.

976. Tertium tandem per lineas rectas, quem in Lumine detegimus: de quo in Libro sequenti agam.

977. *Corpus calidum minus calido Calorem communicat, ubi Corporum mutua datur applicatio, ipsum autem ex Calore amittit.*

978. Hinc deducimus *motum Ignis dari donec æquilibrium detur inter vicinorum Corporum actiones*: & in hoc casu *gradus Caloris* dicimus *æquales*.

979. Ex hoc æquilibrio sequitur, *quomodocunque inter se differant Corpora vicina, hæc eodem modo* in Thermometrum applicatum agere, & *Fluidum* hoc contentum eodem modo *dilatare, quando Thermometrum ipsis applicatur*, (Exp.)

980. Non verò hoc æquilibrium inter actiones Ignis diversis Corporibus contenti datur, nisi post tempus. Ex

Ex hoc æquilibrio ulterius deducimus *Calorem æquabiliter dispergi per totam massam Corporis cujuscunque*. 981.

Etiam videmus, quare Corpora separata, & 982.
aëre aut Fluido alio quocunque circumdata, per quod æquabiliter Calor dispergitur, æquales gradus caloris acquirant. (*Exp.*)

Patet etiam quare aqua bulliens cum va- 983.
pore, supra ipsius superficiem vase incluso, eundem gradum Caloris habeat: & quare Calor non augeatur accumulato vapore, & non minuatur, quamvis, datâ aperturâ, magnâ copiâ Ignis cum vapore calido exeat.

Diximus (979.) Corpora æquè calida eo- 984.
dem modo in Thermometrum agere; hoc fit quia propter exiguam Fluidi in Thermometro copiam, actiones hæ non sensibiliter Corporum Calorem mutant.

In multis autem aliis *occasionibus non eodem* 985.
modo in idem Corpus agunt Corpora æquè calida: neque in Corporibus variis eodem Fluido, æqualiter ubique calido, circumdatis, æquali tempore Calor æqualis fit Calori ipsius Fluidi. (*Exp.*)

Unde sequitur *difficiliùs Corpora quædam a-* 986.
liis incalescere, & quidem ex duplici causâ. Non enim æquè facilè Corporum omnium partes agitantur, & in quædam difficiliùs Ignis quàm in alia penetrat.

In Calore quandam desiderari partium Cor- 987.
poris agitationem manifestum est, aucto enim Calore hæc sensibilis fit: Corporum autem partes diversæ sunt; & in diversis Corporibus non tantùm densitate differunt, sed etiam

cohæsione; unde non æquè facilè eadem ipsis communicatur agitatio, quare inæquales Ignis actiones desiderantur ut æquales gradus
988. Caloris Corporibus communicentur; & *Calor non sequitur proportionem quantitatis Ignis.*
989. Observamus hoc, si ambas manus, ubi hæ æquè calidæ sunt, imponamus, unam ligno, alteram marmori, positis ligno & marmore æqualibus quantum ad volumen & æquè calidis, sed quorum Calor sensibiliter à manuum Calore superatur: Manus quæ marmori imponitur plus ex Calore amittet & marmori minorem gradum Caloris communicabit, gradu illo quem acquirit lignum à manu huic impositâ, quæ minus ex Calore amittit. (*Exp.*)
990. Etiam Experimentis constat, *Ignem non æquè facilè in Corpora omnia penetrare.* Hoc
991. jam superiùs observavimus (916.), ut & *in Corpus faciliùs Ignem penetrare, si magis calidum illud fit.* Speculum causticum minorem edit effectum, id est, minori copiâ Ignem repercutit, ubi Calor ipsius auctus est, quod indicat majorem copiam Ignis accedentis in ipsum speculum penetrare & ibi hærere.
992. Effectus hujus speculi etiam minuitur, si radii solares per aërem, his radiis antea calefactum, transeant, quod demonstrat, Ignem majori copiâ in partes aëreas calidas penetrare quàm in alias.
993. *Corpora quæ difficiliùs incalescunt etiam diutiùs Calorem servant*, dum Calorem vicinis, & minus calidis, communicant.
994. Quando Corpus vicinis Corporibus Calorem communicat, partes in superficie ex Ca-

lore

lore amittunt, ad quas Ignis partibus internis contentus tunc accedit, quare successiva datur Caloris diminutio, & centrales partes omnium diutissimè Calorem servant.

Hinc videmus *Corporis Calorem diu posse conservari, si hoc aliis Corporibus involvatur*, & Corpora diutiùs Calorem servare, aut breviori tempore hunc amittere, pro diversis quibus involvuntur Corporibus. 995.

Constat hoc quotidianis Experimentis, & sensibiliter observatur *in aquâ calidâ*, in qua *Calor aëre circumambiente retinetur*. (Exp.) 996.

Hoc etiam videmus in ligno lucido. Lignum datur, quod in terrâ putrefactum, si terrâ extrahatur, lucet. Terra quæ lignum circumdat retinet Ignem, sublatâ hac, Ignis exit, & per aliquot dies lucidum manet, in vacuo citò perit Lumen, & admisso aëre non instauratur. 997.

Dum Ignis quaquaversum sese expandit, & Corporum vicinorum minus calidorum Calorem auget, non æquali facilitate ad partes omnes tendit (990.); si autem motus ad partes quasdam difficilior fiat, augetur partes alias versùs, ut hoc in laminâ, aut cylindro ferreo observamus, cujus extremitas una candens est, cùm alia sensibilem non habeat Calorem; si enim extremitas candens aquâ frigidâ immergatur, statim incalescit extremitas altera. (*Exp.*) 998.

Ignis, qui in Corpora intrat, horum partes agitat (987.), partes motæ agunt in Ignem contentum, hujusque motum augent; ideò quando Ignis extraneus in Corpus agit,

999. git, hujus *Calor augetur, non tantùm actione Ignis advenientis, sed etiam quia augetur motus Ignis antea in Corpore contenti*; hoc confirmant majora incendia, quæ id ipsum in omni combustione obtinere demonstrant; nam de iis quæ in minoribus motibus locum habent, ex iis quæ, ipsis auctis, sensibilia fiunt, judicium ferre possumus.

De hoc motu aucto nunc peculiariùs est agendum.

CAPUT XI.

De violentiori Ignis Motu. Ubi de Corporum Dissolutione actione Ignis.

1000. AUcto Ignis motu, hujus effectus est conversio Solidi in Fluidum, & hujus in Fluidum elasticum; ut vidimus (947.). Ubi autem Fluidi Calor augetur, antequam in
1001. *Fluidum* elasticum mutetur actione Ignis, partes ipsius Corporis violentissimè agitantur inter se ita, *ut ebulliat*: ad quod *eo minor actio Ignis desideratur quo minus Fluidum comprimitur*: aqua tepida imminutâ aëris pressione violenter ebullit. (*Exp.*) Quomodo compressio aucta difficiliorem faciat ebullitionem satis clarum est.

1002. Gradusque Caloris maximus quem Fluidum acquirere potest, ab eâdem compressione pendet, ut ex Exp. ante memorato (996.) deduci potest.

1003. Non omnium Corporum partes minores tales

les ſunt, ut imminutâ cohæſione in Fluidum convertantur, quarum tamen actione Ignis datur ſeparatio.

Corporum ſolutio, quando Fluida fiunt, 1004.
vocatur Fuſio. Converſio in Fluidum elaſticum vocatur Evaporatio, & Exhalatio. Tertia tandem quam memoravimus (1003.) partium ſeparatio vocatur Corporum Combuſtio, aliquando Calcinatio.

De Fuſione, Evaporatione & Exhalatio- 1005.
ne ſuperiùs egimus (944. 947.), dicta etiam ad Combuſtionem, & Calcinationem poſſunt referri, differentia autem ipſorum Corporum conſtitutioni tribuenda eſt.

Ipſa autem quæ ſpectant Combuſtionem & Calcinationem, ex iis quæ de Calore diximus (943. 987.) deducuntur, aucto partium motu has tandem debere diſſolvi quis non videt?

Antequam autem de Combuſtione agamus, 1006.
partes ipſæ, in *Exhalationibus ſeparatæ*, conſiderandæ ſunt.

Hæ *intimè cum Igne junctæ hujus motu avolant*. Inter has notabilem locum occupant particulæ aqueæ in Vaporem converſæ; quæ demonſtrant, non ita oppoſita eſſe Ignem & aquam, ut vulgò creditur; *Ignis* enim 1007.
ſingulis adhæret aqueis particulis, & has à conjunctione cum vicinis arcet; nullo modo autem Ignis ipſas mutare poteſt; recedente enim illo, concurrunt iterum, & inſtauratur aqua.

Vapores per aëra in altum adſcendunt, 1008.
ad diverſas ſuſtinentur altitudines, pro diversâ & ipſorum & aëris conſtitutione (557. 799.).

799.). Sæpe non percipiuntur; si tunc Calor ipsorum minuatur, magis ad se invicem accedunt, & Nubes, aut Nebulas efficiunt; datâ majori Ignis dissipatione, in aquam Vapores redeunt, & Pluvia cadit.

1009. Observamus quoque Vapores in aëre omninò invisibiles subitò apparere, si hujus densitas minuatur. (*Exp.*)

1010. Innumeræ Exhalationes dantur ab aqueis diversæ; hæ omnes, cùm Ignis actione à Corporibus separatæ sint, Ignem magnâ copiâ continent; quædam præcipuè constant ex particulis, quæ comburi possunt, de quibus statim dicam. Reliqua, quæ ad hanc materiam pertinent, & cum scopo nostro relationem habent, in Cap. III. hujus Libri fuêre explicata.

1011. In plerisque Corporibus, quæ comburuntur, partes, quæ separantur, sunt terrestres, aquosæ, & oleosæ aut spirituosæ.

1012. Terrestres vocamus partes, quæ, post igne solutum Corpus, supersunt, cineres nempe, qui calefieri quidem possunt, non comburi.

1013. Partes aquosas vocamus illas, quæ, actione Ignis in Vaporem mutatæ, expelluntur; sed quæ collectæ, imminuto Calore, in aquam convertuntur.

1014. Oleosas tandem & spirituosas vocamus partes, quæ solæ sunt pabulum Ignis, cujus actione solvuntur, dum ipsæ hanc actionem augent.

1015. Partes hæ violentiori Ignis actione solvuntur ita, ut ex his non iterum Corpus combusti-

bustibile formari queat: tunc hæ consumi dicuntur: si verò minor in has detur Ignis actio, solvuntur quidem in Fluidum elasticum crassius, quod Fumum vocamus; sed hic combustibilis est, & collectus molle format Corpus, quod etiam comburi potest.

Ubi ita augetur harum partium Calor, ut 1016. consumantur, lucent; &, dum à Corpore separantur, Flammam efficiunt; quare Fumus & Flamma gradu Caloris tantùm differunt; potestque, aucto Calore, Fumus in Flammam converti, in quo casu consumitur. (*Exp.*)

Circa *Flammam* observandum, hanc in aëre *esse piramidalem*: ratio hæc est; levior illa est ipso aëre, ideò adscendit, sed continuò partes, quæ ipsam efficiunt, violentissimâ agitatione disperguntur; quare ipsa continuò minuitur, & paucæ partes ad Flammæ superiorem extremitatem perveniunt; quæ ideò tenuissima est. 1017.

Sepositâ hac dissipatione, Flamma cylindrica esset; continuò enim ad sphæricam figuram vergit; sed sursum fertur, & partes adscendentes à novis advenientibus supplentur. Hac de causâ Flamma admodum extendi potest, si, dum circumdatur, dissipatio hæc cohibeatur, aut saltem minuatur. (*Exp.*) 1018.

Si imminutâ laterali dissipatione, Flamma sibi permittatur, quod obtinemus, *quando crassior Flamma subtiliore circumdatur, illa admodum se extendit, & etiam lateraliter dilatatur*. (Exp.) 1019.

Exhalationes, quæ comburi possunt, ideò- 1020.

eòque inflammabiles sunt, ferè integræ, si non omninò, constant ex pabulo Ignis; quod, propter Ignem jam agentem in particulas (1006.), quàm facillimè Flammam concipit.

Videmus hoc in Fodinis, in quibus sæpissimè, admotâ Flammâ, statim cum Fulminatione Exhalationes Flammam concipiunt. Hoc fit cum Fulminatione, quam semper observamus, quando subitanea Flammæ generatio datur.

1021. Exhalationes sæpe sponte accenduntur; quod aliquando tribuendum est radiis solaribus, transeundo per Nubes, aut harum repercussione collectis; radii enim solares, dum vitris, aut speculis colliguntur, incredibiles exserunt effectus, ut videbimus in Libro sequenti, & Nubes simile quid præstare possunt. Inflammatio Exhalationum etiam obtineri potest permixtionibus variarum Exhalationum, in quibus, mutuâ particularum actione, Ignis violentissimè excitari potest. Experimenta nos ad hanc conclusionem conducunt; mutuam enim particularum actionem, in permixtione Corporum, qua Ignis excitatur, in innumeris occasionibus detegimus.

1022. Plura apud Chemicos habemus exempla: quibus constat, duo Corpora frigida frequenter admodum, solâ permixtione, in Flammam exardere, quamvis ambo sint fluida.

1023. Simile quid in Exhalationibus locum habere posse quis negabit, si consideret, particulas ex quibus Exhalationes constant à Corpo-

poribus existere separatas, quia actione Ignis, cum his cohærentis, moventur. (1006.) (*Exp.*)

Exhalationes in aëre accensæ varia producunt phænomena; his tribuere debemus Meteora ignea, ut Fulmina & alia. 1024.

Ad illa, quæ spectant Ignis actionem in Corpora, nunc redeundum.

In Corporibus, quæ calcinantur, & in calcem aut scorias reducuntur, deficiunt, aut exiguâ tantùm copiâ adsunt partes illæ, quæ pabulum sunt Ignis, quare continuata desideratur in hæc Corpora Ignis extranei actio, antequam dissolvantur. 1025.

Ignem autem immediatè non tantam in Corpora exserere posse actionem, qualem in Combustione & Calcinatione observamus, multa indicare videntur. 1026

In Combustione Ignis sese jungit innumeris minimis, quæ nullo modo percipi possunt, particulis; hæ quaquaversum moventur, maximâ copiâ ex illis locis ubi Flamma adest. Has, dum cum Igne moventur, in poros aliûs Corporis penetrare vix in dubium vocari potest; multis enim *Experimentis constat*, quorum plura apud Boyleum videri possunt, *actione Ignis Corporum pondus sensibiliter augeri*; præcipuè si Flamma in hæc immediatè agat; quamvis Corporum vitro inclusorum, si vitrum Flammæ spiritûs vini per duas aut tres horas expositum sit, quoque pondus aliquando augeatur, sed minus. Augmentum hoc ponderis, novam accessisse materiam probat (90.), quæ per vi-

1027. 1028.

vitrum penetravit. Non autem Igni ponderis augmentum tribui posse, alia evincunt
1029. Experimenta, quibus constat, *Ignis pondus, si detur, nobis non esse sensibile*; quod si unico Experimento constet, clarum est, in omnibus occasionibus, in quibus ponderis augmentum detegitur, hoc alii materiæ, cum Igne translatæ, esse tribuendum. (*Exp.*)

1030. Actionem Corporis subtilioris extranei, cum Igne juncti, hujus in Combustione actionem juvare, etiam, quæ in loco aëre vacuo de Combustione instituuntur, Experimenta confirmant. Omnis enim Combustio, sublato aëre, cessat, ut in Capite sequenti videbimus.

1031. Corpora tamen quæ, præsente aëre, comburuntur, absente hoc, Igne consumi possunt, sed tantùm continuatâ Ignis extranei actione, & quidem lentiùs, Flammâ, & violentiori partium agitatione, cessantibus. (*Exp.*)

1032. Quando chalybe percutitur Pyrites, particulæ separantur a chalybe & à lapide; ignitæ sunt, & in ipsâ separatione scintillas efficiunt: particulæ metallicæ liquefactæ sphæricam acquirunt figuram; quæ à lapide separantur, consumuntur, friabiles fiunt, & in calcem, aut scorias convertuntur. Si percussio in vacuo fiat, easdem detegimus mutationes; sed partes, dum separantur, lucidæ non fiunt, nullasque percipimus scintillas. (*Exp.*)

CA-

CAPUT XII.

De Extinctione Ignis & de Frigore.

Ignis Extinctio est cessatio motûs illius in Corpore quo pabulum Ignis (1014. 1015.) *consumitur*. 1033.

Ignem, ubi nullum hujus pabulum superest, sed omne Ignis actione consumtum est, necessariò extingui evidentissimum est. Sed major difficultas datur in explicatione Extinctionis, quando post hanc pabulum adhucdum superest.

Talem sæpe observamus ubi Carbones ardentes vividioribus radiis solaribus exponuntur (*Exp.*); qnod qua actione fiat obscurum admodum est. 1034.

Absente aëre Ignis quoque *extinguitur* (Exp.); cujus causa etiam non ita facilè detegi potest. 1035.

Nam *non pressioni sublatæ hoc tribuendum esse* Experimenta demonstrant, quibus constat Ignem sæpe statim extingui in Fluido elastico, quod ut aër in Telluris viciniis integram Atmosphæræ sustinet pressionem. (*Exp.*) 1036.

Unde sequitur *peculiares quasdam particulas desiderari, ne Ignis extinguatur*, quæ ipsæ actione Ignis aut avolant, aut inutiles fiunt; novum enim continuò in Combustione desiderari aërem constat. (*Exp.*) 1037.

Varii ex modis quibus Ignis extinguitur, ad aëris absentiam referri debent: Sic *Ignis* 1038. 1039.

ab omni parte inclusus brevi extinguitur; ad quod quoque, ut videtur, fumus accumulatus non parùm confert.

Extinctio hæc plerumque talis est, ut, nisi novo admoto Igne, Ignis extinctus non excitetur; aliquando tamen admisso aëre, sponte reviviscit, quamvis per longum satis tempus omnis communicatio cum aëre externo fuerit sublata, in quibus tamen occasionibus sæpe non perfecta est Ignis Extinctio, quamvis sensibilis non sit pabuli Ignis consumtio.

1040. *Ad absentiam aëris* etiam *referimus actionem aquæ. quando Ignem extinguit.*

In Combustione illorum Corporum quæ aquam ad se trahunt, si hæc, quæ, dum nullum pabulum Ignis continet, non potest comburi, ipsis superfundatur, immediatè statim ipsis applicatur ita, ut aëris accessus impediatur; quare Ignis extinguitur, nisi exigua sit respectu violentiæ Ignis aquæ quantitas; in hoc enim casu in vaporem statim mutatur hæc & repellitur.

1041. Quando autem agitur de Corpore, cui aqua non immediatè applicatur, ut Oleum & Corpora pinguia, non aqua hæc extinguit, nisi tantâ copiâ affundatur, ut ab omni parte aëris accessum tollat.

1042. Fluida etiam quædam, quæ cum aquâ miscibilia sunt, accensa aquâ extingui non possunt, quod cum antedictis (1040.) congruere non videtur; sed aqua non potest sese applicare superficiei horum Fluidorum, & super hæc dispergi, quod desideratur ut aëris accessus cohibeatur.

Actio

Actio aquæ in Ignem Phosphoro contentum, de quâ superius (972.), ab actione de qua hic agitur differt, nam ubi benè accensus est Phosphorus, non aquâ extingui potest, & absente aëre hujus Lumen magis est vividum (*Exp.*). 1043.

Quando Ignis extinguitur, Calor minuitur, quare cum Frigore Extinctio hæc relationem habet.

Diminutio enim *Caloris sæpe*, non semper, *Frigus vocatur, quod nil est præter hanc diminutionem.* 1044.

Corpora minus calida illis partibus Corporis nostri quibus applicantur, id est, quæ Calorem in Corpore nostro minuunt (977.), frigida vocantur; ut calida dicuntur quæ hunc augent (924.). 1045.

Frigus nostri respectu nil est præter sensationem quam ex imminuto Corporis nostri Calore percipimus; in Corpore autem frigido datur Calor (963.), sed minor Calore Corporis nostri, quare ille hunc minuit (977.). 1046.

Ex hisce solis considerationibus, vulgaribus admodum, facilè dirimitur quæstio, utrùm Frigus ad absentiam Ignis, aut ad præsentiam materiæ cujusdam peculiaris debeat referri, ut Calor ad præsentiam Ignis. Solam Ignis absentiam sufficere evidentissimum est. 1047.

Sed hæc alia proponi potest quæstio; utrùm unquam diminutio Caloris detur, nisi adsit materia quædam cujus particulas frigoris spicula vocare possumus. Respondeo, Ex- 1048.

perimenta non præsentiam hujus materiæ demonstrare, ideòque responsum huic quæstioni dari non posse, nam in obscuris non ex eo solo quid negare debemus, quia contrarium probare non possumus. Sed hoc certissimum semper erit, caloris diminutionem, à quacunque causâ pendeat, solam sufficere in Frigore.

1049. Non inficias ibo dari particulas quasdam subtiles, quæ ubi Corpus intrant, Ignem, saltem pro parte, ex hoc expellunt. Sed illas semper adesse, ubi diminutio Caloris datur, hoc est quod nondum constare dixi; nam quamvis dentur particulæ, quæ Ignem, non ut particulæ, ex quibus Corpora constant, attrahunt, sed ipsum repellunt, non inde sequitur ex aliâ causâ non posse Calorem minui.

1050. In quibusdam autem occasionibus tales adesse particulas Experimentum hoc demonstrare videtur: detur nix cum sale marino permixta, vase contenta, & quæ circumdet vitrum aquâ repletum, si mixtura hæc Igni imponatur, eo momento quo ipsa funditur, id est, quo hujus Calor augetur, non ut alia Corpora Calorem aquæ communicat (977.), sed statim aqua in glaciem convertitur. (*Exp.*)

Si aqua contineatur tubo aëre vacuo, cum Ebullitione congelatio fit (811.).

HI-



PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.



LIBRI V.

Pars I. De Motu, Inflexione, & Refractione Luminis.

CAPUT I.

De Motu Luminis.



Ntimam Ignis naturam nobis esse ignotam vidimus (908.), hoc ad Lumen referre quoque debemus. Plura quidem Lucis Phęnomena deducimus ex paucis Luminis proprietatibus, quas Experimentis detegimus; sed plures Luminis proprietates nos latere ex ipsis Phænomenis patebit. 1051.

Lumen per lineas rectas moveri, antea ob- 1052.

observavimus (918.). Lumen à puncto ad punctum non pertingit, si in lineâ rectâ, quam inter hæc ductam concipimus, impedimentum detur.

1053. *Si per foramen Lumen transeat, directionem servat, & non ad latera dispergitur*, ut de Undis dictum (693.).

DEFINITIO 1.

1054. *Lumen quodcunque consideratum juxta directionem Motûs sui, si omne juxta eandem directionem feratur, vocatur Radius Luminis.*

Corpus vocari Lucidum vidimus, quod Lumen emittit. (926.)

1055. *Corporis lucidi superficies conflatur ex punctis lucidis, quæ Luminis Radios quaquaversum emittunt.*

DEFINITIO 2.

1056. *Corpus vocatur Pellucidum, per quod Lumen transire potest, non turbato, in ipso Corpore, Radiorum Motu rectilineo.*

DEFINITIO 3.

1057. *Corpora, quæ Lumen intercipiunt, vocantur Opaca.*

1058. Duæ autem proponuntur quæstiones circa Motum Luminis.

1ª. Utrùm Motus Luminis simplici pressioni sit tribuendus, an verò translatio detur de loco in locum.

2ª. Utrùm propagatio Motûs Luminis sit instantanea, an successiva.

1059. Juxta illos qui Motum Luminis pressioni tribuunt, globuli minimi, sese mutuò tangentes, per totum spatium, per quod Lumen propagatur, disperguntur. Lumen apparet quan-

quando, actione Corporis lucidi, globuli Corpori adjacentes premuntur, qui ipsi vicinos premunt, & propagatio datur.

Unicam contra hanc sententiam difficultatem movebo. Globulus à plurimis circumdatur, &, si hi juxta diversas directiones sint compressi, premunt quoque ipsum illum globulum juxta diversas directiones; & hic, ut singuli Radii directionem suam servent, debebit alios globulos juxta singulas hasce directiones premere; hoc autem fieri non potest; nam omnes pressiones ad unicam reducuntur (162.), & globus compressus premit in omnes adjacentes, qui huic pressioni obstare possunt, sive cum prementibus respondeant, sive non; unde sequeretur confusio Radiorum: pressiones contrariæ quoque sese mutuò destruerent. Experientiâ autem constat innumeros Radios, sine ullâ confusione, transire per foramen quantumvis angustum. Ex iis, quæ de Visione postea dicemus, patebit, hoc ipsum contingere, quando plura objecta per foramen angustum intuemur. 1060.

Si propagatio Luminis non fiat per pressionem, non est illa instantanea; sed fit per translationem de loco in locum, in quà tempus quoddam consumitur. Hæc generalis observatio sufficit ad secundam quæstionem dirimendam (1058.); sed præterea ad majorem hujus illustrationem, ex Phænomenis ipsa Luminis velocitas determinari potest. 1061.

Ex observationibus Astronomicis circa Jo- 1062.

Jovis Satellites, sequi videtur tribuendam esse Lumini velocitatem, quâ in tempore septem minutorum à Sole ad nos pervenit.

1063. Ante paucos annos Bradelejus Motum Luminis demonstravit, ex observationibus circa stellas fixas habitis, & ejus velocitatem determinavit non admodum aberrantem ab eâ quam indicavimus (1062.). Ex eis enim quæ observavit sequitur, Lumen pervenire à Sole ad nos in minutis octo cum semisse; hujusque Motum dum per immensa spatia ad Atmosphæram nostram accedit, æquabilem esse, ut hæc fusiùs in Elem. explicamus.

CAPUT II.

De Inflexione Radiorum Luminis.

1064. IGnem à Corporibus attrahi antea indicavimus (914.); hoc manifestè patet in Lumine; deflectitur enim à viâ rectâ *Lumen quando juxta Corpora transit.*

TAB. IX. fig. 2. Sit ICH acies Corporis, Radii luminis AB, EF, inflectuntur per FG, & BD, eo magis quo ad minorem à Corpore distantiam transeunt. Quod sequentibus Experimentis detegitur.

Si inter acies duas cultrorum detur distantia circiter decimæ partis unius pollicis, & in cubiculo obscuro Lumen, quod per foramen intrat, inter has transeat ad distantiam trium pedum à fenestrâ, si Lumen cadat super

per chartâ, ad distantiam quinque pedum ab aciebus, ad latera Luminis apparebit, ab utrâque parte, Lumen simile caudæ Cometæ, quod probat Lumen *inflecti* dum juxta acies transit. (*Exp.*)

Si magis ad se mutuò accedant acies, ut ex. gr. distantia inter has sit centesimæ partis unius pollicis, Lumen memoratum ab utrâque parte mutatur in fimbrias coloratas tres, in situ parallelo ad acies, quæ & magis distinctæ apparent, si foramen in fenestrâ minuatur. Unde autem colores hi oriantur, in sequentibus patebit (*Exp.*). Nunc satis erit ex hoc Experimento deducere, Lumen *attrahi à Corporibus*, à quibus Radii inflectuntur; nisi enim daretur motus Corpus versùs, per rectam Radius motum continuaret.

Actio verò *Corporum, quâ in Lumen agunt* 1065.
ad hoc attrahendum, sese exserit ad distantiam non insensibilem; nam si inter acies memoratas distantia detur circiter quadringentesimæ partis pollicis, nullum Lumen inter fimbrias memoratas super chartâ apparebit, ita, ut in hoc casu totum Lumen, quod inter acies transit, unam aut alteram partem versùs inflectatur, & formet fimbrias memoratas. Quod clarè indicat chalybem ad minimum ad distantiam octingentesimæ partis pollicis in Lumen agere. (*Exp.*)

Actionem illam cum imminutâ distantiâ au- 1066.
geri, etiam probatur; nam si minuatur distantia inter acies, fimbriæ successivè evanescunt, donec, junctis aciebus, Lumen nullum inter

has

has transeat. Primæ autem fimbriæ quæ evanescunt, sunt quæ Radiis minimè inflexis formantur, ultimæ quæ à Radiis maximè inflexis; id est, dum accedunt ad se mutuò acies, umbra inter fimbrias ab utrâque acie formatas continuò augetur, donec tandem totum Lumen ab utrâque parte evanescat. Unde clarè sequitur, eo magis inflecti Radios, quo ad minorem distantiam ab aciebus transeunt, id est, attractionem cum imminutâ distantiâ augeri. (*Exp.*)

1067. *Si verò augeatur distantia*, *mutatur in vim repellentem*, *quâ Radii à Corporibus* deflectuntur, & *recedunt*, *quæ Actio quoque recedendo à Corpore minuitur*. (Exp.) Unde patet hanc attractionem iisdem legibus subjici cum illâ quæ locum habet inter minimas Corpora constituentes particulas (40.).

1068. Observandum præterea, *attractionem unius aciei admotâ aliâ augeri*. Quod Experimento clarè patet, nam in accessu acierum ad se mutuò Inflexio Radiorum continuò major est (*Exp.*).

CAPUT III.

De Luminis Refractione & hujus Legibus.

DEFINITIO I.

1069. OMne *per quod Lumen rectâ viâ transire potest*, *vocatur Medium*.

Omnia Corpora pellucida, ipsum Vacuum, sunt media.

Dum

Dum Radius ex uno medio in aliud penetrat, sæpe à lineâ rectâ deflectitur.

DEFINITIO 2.

Inflexio hæc Refractio dicitur. 1070.

Ut detur Refractio, desideratur, ut media densitate differant, & ut Radius cum superficie, media dirimente, angulum obliquum efficiat. 1071.

Oritur Refractio ex eo, quòd Radii à densiori medio magis quàm à rariori attrahantur, à qua attractione, quæ in Capite præcedenti probatur, illa, quæ Refractionem spectant, deducuntur. 1072.

Sit E F mediorum separatio; sit X versùs medium densius, Z versùs medium rarius. Singulæ materiæ particulæ Lumen attrahunt (1064.). Sit distantia, ad quam actionem suam particulæ exserunt, illa, quæ datur inter lineas EF & GH. *Lumen* ergo, quod inter has lineas versatur, *à medio densiori X attrahitur*, & quidem *perpendiculariter ad superficiem quæ media separat*; obliquæ enim actiones ab omni parte sunt similes & æquales, & conjunctim perpendiculariter trahunt. TAB. IX. fig. 1. 1073.

Ad distantiam, ad quam datur linea GH, solæ particulæ extremæ medii X in Lumen agunt; in distantiâ minore cum his & aliæ agunt ita, ut vis attrahens crescat quando distantia minuitur, ut ante jam observatum (1066). Detur in medio densiori X, linea IL ad eandem ab EF distantiam, ad quam in medio Z datur GH. Intret Lumen medium X, ab omni parte attrahetur à particulis medii, quarum distantiæ à Lumine mino- 1074.

nores sunt distantiâ inter EF & GH; ad hanc enim distantiam Lumen à particulis medii X attrahi ponimus.

Quamdiu Lumen versatur inter lineas EF & IL, vis attrahens versùs IL prævalet, quia majori numero particulæ hanc partem versùs trahunt; crescente autem numero particularum in contrariam partem agentium, id est, crescente distantiâ ab EF, minuitur vis IL versùs, donec in ipsâ lineâ IL omnes partes versùs æqualiter attrahatur Lumen, quod ubique in medio X ultra IL etiam obtinet.

1075. Accedat Radius Luminis *Aa*; & obliquè incidat in superficiem dirimentem media, aut potius in superficiem GH, ubi datur initium actionis, qua Lumen medium X versùs pellitur. Quando Radius pervenit ad *a*, detorquetur à lineâ rectâ per vim, quâ à medio X attrahitur; id est, quâ juxta directionem, ad hujus medii superficiem perpendicularem, hoc versùs pellitur. Et quidem in omnibus punctis deflectitur Radius à lineâ rectâ, quamdiu datur inter lineas GH & IL, inter quas memorata attractio agit; ideòque inter has lineas Radius curvam *ab* describit, eodem modo ac de gravibus projectis dictum (278.). Ultra lineam IL cessat actio Radium deflectens, rectà ergo pergit per *b*B, juxta directionem curvæ in puncto *b*.

Distantia inter lineas GH & IL est exi-
1076. gua; quare *in Refractione* ad partem incurvatam Radii non attendimus, *Radius*que *conside-*

ſideratur quaſi conſtans ex duabus lineis rectis AC, CB, *concurrentibus* in C, nempe *in ſuperficie media dirimente*.

Per C ad ſuperficiem EF detur perpendicularis NCM.

DEFINITIO 3.

1077. *Pars AC Radii memorati vocatur Radius incidens*.

Angulus ACN eſt angulus incidentiæ (463.).

DEFINITIO 4.

1078. *Pars CB Radii dicitur Radius refractus*.

DEFINITIO 5.

1079. *Angulus BCM vocatur Angulus Refractionis*.

1080. In hoc caſu, *ubi Lumen è medio rariori in denſius penetrat, angulus Refractionis minor eſt angulo Incidentiæ*; æquales enim forent hi anguli, ſi Radius AC per CD rectâ viâ motum continuaret. Accedit autem Radius CB magis ad perpendicularem CM; *quare Refractio dicitur fieri perpendicularem versùs* (Exp.).

1081. Contra, *ſi Radius è medio denſiori in rarius tranſeat, recedet à perpendiculari*, quia attractio medii denſioris in Radium eadem eſt, ſive Radius ex rariori in denſius, ſive è denſiori in rarius penetret. Idcircò ſi BC ſit Radius Incidentiæ, CA erit Radius refractus, id eſt, *per eaſdem lineas movetur Radius, à quacunque parte procedat*. 1082.

1083. Ideòque, *ſi duo Radii, unus è medio denſiori in rarius, alter è rariori in denſius, penetrent, anguluſque Refractionis hujus æqualis ſit an-*

angulo Incidentiæ illius, reliqui duo anguli Incidentiæ & Refractionis erunt æquales inter se (Exp.).

1084. Ex quibus sequitur, *directionem Radii non mutari, si hic moveatur trans medium terminatum duabus superficiebus parallelis inter se*; quantum enim in ingressu aliquam partem versùs deflectitur, in tantum exactissimè dum exit partem oppositam versùs inflectitur. (*Exp.*)

1085. *Si Radius perpendiculariter cadat in superficiem, qua duo media separantur, à rectâ viâ non deflectetur* attractione medii densioris, actione hac cum Radii motu in eâdem directione in hoc casu agente. (*Exp.*)

In dictis huc usque, tantùm consideravimus attractionem medii densioris, quia hæc prævalet, non tamen contemnenda est actio medii rarioris, quia hæc minuit actionem medii densioris, quæ eo minor erit in Lumen, quo media inter se minus densitate differunt. Id-
1086. circò *nulla datur Refractio, ubi densitates mediorum sunt æquales, & eo major est, quo hæ densitates magis inter se differunt.*

Refractionis leges ex acceleratione, quam generat attractio, deducuntur.

Inter plana, quæ lineis GH & IL repræsentantur, attractio obtinet, non ultra: (1073.)

DEFINITIO 7.

1087. Hac de causâ *spatium his planis terminatum, vocamus spatium attractionis.*

In Scholiis Elem. demonstramus, quamvis Corporis actio in Lumen perpendiculariter

ter dirigatur ad superficiem, accelerationem Luminis, in motu ex medio rariori in densius, aut retardationem in motu contrario, eandem esse, juxta quamcunque directionem Lumen feratur, & *constantem* ideò *dari* 1088.
rationem inter velocitates Luminis in duobus mediis datis.

Acceleratio, aut retardatio quidem minor est in motu magis obliquo, sed diutius durat, unde compensatio.

Sit Z medium rarius, X medium densius, 1089. TAB. IX. fig. 4.
separentur plano EF; detur Radius Luminis AC obliquè in superficiem EF incidens; designet AC celeritatem Luminis in medio Z, sitque hæc linea AC constans, id est, maneat, quæcunque fuerit Radii inclinatio. Centro C semidiametro CA describatur circulus; detur NCM ad EF perpendicularis; ex A ducantur perpendiculares AO ad NC, & AQ ad EF.

Motus per AC concipiatur resolutus in duos alios, unum juxta AO, aut QC, alterum juxta AQ aut OC (458.); designabit linea OC radii celeritatem perpendicularem superficiei EF, quæ celeritas sola ex attractione medii augetur (1073.).

Celeritas per QC non mutatur, & est CV, quam æqualem ponimus ipsi QC, & ductâ ad EF perpendiculari VB, in tempore æquali illi quo Lumen percurrit AC, accedet ad hanc perpendicularem; quare motus erit per CB, si CB fuerit ad AC, ut velocitas in medio X ad velocitatem in medio Z.

Li-

Linea CB secat in T circulum semidiametro CA descriptum; à punctis B & T perpendiculares BS & TR ducantur ad CM: propter triangula similia CBS, CTR, BC erit ad TC, aut CA, ut BS ad TR; quæ ergo lineæ, propter constantes BC & CA, eandem semper rationem habebunt, quicunque fuerit angulus incidentiæ. TR est sinus anguli Refractionis TCR; & BS, æqualis CV, æqualis AO, est sinus anguli Incidentiæ ACO.

1090. *In omni* ergo *Radii incidentis inclinatione constans, & immutabilis datur ratio inter sinus angulorum Incidentiæ & Refractionis.*

Cum autem BC & CA, quæ sunt ut memorati sinus, etiam designent celeritates Luminis in mediis X & Z, sequitur *sinus hos*
1091. *esse inversè ut sunt celeritates in istis mediis.*

Si medium Z sit aër, & X aqua, sinus prædicti sunt ut 4. ad 3., & celeritas Luminis in aëre ad hujus celeritatem in aquâ, ut 3, ad 4. Si verò manente Z aëre, X sit vitrum, sinus sunt ut 17. ad 11.; circa omnia media illud unico Experimento determinasse sufficit.

Ratio quæ datur inter sinus angulorum quorumcunque est inversa secantium comp. ut in hac figurâ patet, concipiendo circulum semidiametro CQ, aut CV, ductum: tunc enim AC, æqualis CT, & CB sunt *secan-*
1092. *tes* angulorum ACQ & BCV, *complementorum angulorum Incidentiæ & Refractionis*, & *sunt inversè ut* BS, æqualis AO, & TR, quæ in circulo ENT sunt *sinus angulorum Incidentiæ & Refractionis*. In

In hisce Radium è medio rariori in densius 1093. intrantem consideravimus, sed eadem constans sinuum proportio, in n. 1090. memorata, in motu Radiorum contrario obtinet; anguli ACN, MCB non mutantur, quicunque sit Radius incidens, sive AC, sive BC (1082.). In hoc casu si BC sit celeritas Radii incidentis, CA erit celeritas Radii refracti: eodem enim modo, ex attractione medium X versùs, motus Radii ex X in Z transeuntis retardatur, ac in motu contrario acceleratur.

CAPUT IV.

De diversâ diversorum Corporum Actione in Lumen.

SIngulas Corporum particulas in Lumen agere vidimus; in Capite præcedenti ratiocinati fuimus, quasi omnes æqualiter agerent; ubi hoc obtinet, verum semper est, quod diximus, densius medium fortiùs attrahere Lumen quàm rarius; ideòque Refractionem ex rariori medio in densius fieri perpendicularem versùs (1080.); in hoc quoque casu vis refringens sequitur rationem densitatis Corporis. Ita rem consideravimus, quia ad maximam simplicitatem, in principio examinis, ipsam reducendam esse credidimus.

Ita quidem hæc sese habent in multis 1094. Corporibus; in Aëre, Vitro Antimonii, Selenite, Vitro communi, Crystallo montanâ, &

1095. *in multis* aliis *Corporibus*, *vis refringens est*
1096. *sensibiliter*, *ut densitas*; sed *regula hæc generalis non est*.

Multorum autem diversorum Corporum particulæ diversimodè in Lumen agunt; sed ad diversas classes illa referri possunt, in quibus singulis regula memorata (1095.) locum habet.

1097. *Classem* talem jam indicavimus (1094.): *Corpora unctuosa* aliam *efficiunt*, ad quam referimus Camphoram, Oleum Olivarum, Oleum Lini, Spiritum Terebinthinæ, & Corpora similia.

In his omnibus, singularum particularum vis refringens sensibiliter est eadem, & hæc admodum superat vim quæ in præcedenti Classe (1094.) obtinet.

1098. Plura Corpora constant ex particulis, quarum actio in Lumen intermedia est, & quæ ad Classes intermedias poterunt referri, ubi plurium Corporum determinatæ erunt Refractiones.

1099. Newtonus vim, quâ particulæ agunt, in viginti duobus Corporibus determinavit; posseque, quam Newtonus in Opticâ de his dedit, Tabula, ad multa alia Corpora extendi, si pro singulis unicum tantùm de Refractione habeatur Experimentum. Quomodo autem ex Experimentis de Refractione, datâ densitate, vis particularum eliciatur, in Scholiis Elem. explicamus.

1100. Ex hisce sequitur ad singulas Classes posse referri omnia, quæ in Capite præcedenti de Refractione diximus, sed hæc non sem-

per

per obtinent in transitu Luminis ex Corpore unius Classis in Corpus aliûs, ut Experimentis patet. Quomodo autem propositiones mutandæ sint, ut universales fiant, nunc dicam.

Omnia ratiocinia, in Capite præcedenti proposita, pro fundamento habent Attractionem Luminis à Corporibus; Refractionemque dari, quando major est Attractio ad unam partem quàm ad oppositam, demonstravimus; ubicunque hoc obtinet, demonstrata locum habent; hoc autem obtinet, quoties duorum mediorum contingentium unum fortiùs in Lumen agit quàm alterum. *Demonstrata* ergo *generalia* 1101.
erunt, *si*, *quæ de densiori medio dicta fuere*, *in genere applicentur ad media quorum actio in Lumen major est*.

Hæc autem *actio est ut vis*, *quâ singulæ* 1102.
particulæ agunt, & ut numerus particularum simul agentium, id est, ut numerus particularum, in determinato spatio contentarum; qui numerus est *ut densitas Corporis*.

Nisi enim ita corrigamus propositiones, in Capite præcedenti traditas, quas, ut vulgò apud Optices Scriptores habentur, quoque dedimus, plures falsæ erunt.

Lumen enim *potest Refractionem pati*, in 1103.
transitu ex medio in medium, *quamvis media densitate non differant*, contra n. 1071.

In transitu Luminis ex Alumine in Vitriolum Gedanense, Refractio fit perpendicularem versùs; Sinus Incidentiæ est ad Sinum Refractionis, ut 26. ad 25.; densitates tamen sunt æquales; vires autem, qui-

bus particulæ horum Corporum in Lumen agunt, sunt inter se ut 20. ad 23.

1104. *Lumen potest* ex medio in medium, juxta directionem quamcunque, *transire, sine ullâ Refractione, quamvis media densitate differant*; quod non congruit cum n. 1072.

1105. Vitro infundimus Oleum Olivarum; si cylindricum, aut conicum hoc sit, objectorum, per Oleum visorum, figuræ mutatæ apparent, hæ tamen distinctæ sunt. Præterea adhibemus frustum Chrysocollæ, seu Boracis, benè translucidum, sed cujus figura ita irregularis sit, & superficies inæqualis, ut objecta, nisi admodum confusè, ita ut nullo modo dignosci queant, per Boracem non percipiantur; aut potius, ut nihil percipiamus præter Lumen, quod irregulariter Oculos intrat.

Quando frustum hoc Oleo immergimus, objecta eodem modo per Oleum & Boracem percipimus, ut per Oleum solum; Borax quasi invisibilis fit, & si quid in Borace detur, hoc percipimus, quasi in Oleo daretur. (*Exp.*)

Lumen ergo rectâ viâ ex Oleo Olivarum in Boracem, & ex Borace in Oleum transit, & nulla hic datur Refractio; quamvis Olei densitas se habeat ad Boracis densitatem, ut 6. ad 11.; sed in hac ratione inversâ sunt actiones, quibus singulæ particulæ in Lumen agunt, & compensatio datur. (1102.)

1106. ***Lumen sæpe in transitu ex medio densiori in rarius ad perpendicularem refringitur***; **contra *n.* 1081.** Quam-

Quamvis densitas aquæ sit ad densitatem Spiritûs terebinthinæ, ut 8 ad 7, si tamen Lumen transeat ex aquâ in Spiritum, id est ex medio densiori in rarius, Refractio datur ad perpendicularem; sinus Incidentiæ in aquâ ad sinum Refractionis in Spiritu, ut 11 ad 10; & vis quâ particulæ aqueæ agunt, ad vim particularum Spiritûs, ut 3 ad 5. (*Exp.*)

1107. Quando comparamus vires, quibus singulæ particulæ Corporum agunt, tales consideramus particulas, quæ æquales materiæ quantitates continent; non autem minimas, in quas Corpora resolvi possunt, intelligimus; quis enim determinabit utrùm hæ omnes sint æquales nec ne, & an non actio in Lumen variari possit, ex dispositione minimarum particularum in particulis ordinis superioris?

1108. *Vires* quoque *singularum particularum* mensuramus, considerando integram harum actionem in Lumen, dum hoc transit per spatium Attractionis; id est, integros effectus Attractionis *comparamus*, & ratiocinamur *quasi omnia spatia Attractionis æqualia essent*, quod fortè verum non est; sed inde conclusiones, quæ in explicandis Phænomenis usu venire possunt, non mutantur.

1109. *Quando Lumen transit ex Corpore in Corpus, differentia virium tantùm consideranda est*; sed agitur de integris Corporum viribus, quas habemus multiplicando densitates per singularum particularum vires (1102.). In hoc

 casu

casu minor actio, cum majori contrariè agens, hanc minuit.

1110. *Quando Lumen per varia media transit, quæ planis parallelis terminantur, directio in ultimo medio eadem est, ac si Lumen ex primo immediatè in ultimum transivisset.* Nam in utroque casu vis integra deflectens eadem est. Differentia inter vim aëris & vim aquæ, est ad differentiam inter vim aëris & vim vitri, proximè ut 14. ad 25. Si Lumen immediatè transeat ex aëre in vitrum, vis deflectens valebit 25.; si verò Lumen ex aëre per aquam in vitrum transeat, duæ actiones successivè agunt, quarum prima valet 14. secunda valet differentiam inter actiones aquæ & vitri (1109.), quæ est 11; & actiones conjunctim valent quoque 25. Si major sit numerus mediorum interpositorum, demonstratio est eadem; omnes differentiæ actionum intermediarum simul valent differentiam actionum mediorum extremorum. Media planis parallelis terminari ponimus, ut omnes actionum directiones conveniant. (1073.)

1111. Ex his deducimus, Refractionem ex medio in medium posse determinari, quamvis Experimenta nulla dentur circa transitum talem; quod unico Exemplo illustrasse satis erit.

Ponamus sinum Incidentiæ se habere ad sinum Refractionis ex aëre in aquam, ut 4. ad 3: sinus hos ex aëre in vitrum esse, ut 17. ad 11.; quæro rationem inter hos sinus, quando Lumen ex aquâ in vitrum transit.

it. Si Lumen ex aëre in vitrum per aquam transiret, sinus primæ Incidentiæ esset ad sinum secundæ Refractionis, in ratione 17. ad 11. Debemus ex hac primam Refractionem tollere, in quâ sinuum ratio est, ut 4. ad 3. Multiplicatione antecedentium & consequentium conjungimus rationes, quæ simul locum habent; eodem modo divisione separamus rationes, quando una ex aliâ tollenda est; ratio quæsita ergo illa est, quæ datur inter $\frac{17}{4}$, $\frac{11}{3}$, id est, sunt sinus, de quibus agitur, inter se, ut 51. ad 44. Hæc enim ratio desideratur, ut inflexio integra eadem sit cum illâ, quæ locum habet quando Lumen ex aëre immediatè in vitrum transit.

CAPUT V.

De Luminis Refractione, quando Media Superficie planâ separantur.

Superficies, quibus media separantur, in infinitum variari possunt; planas & sphæricas tantùm examinabimus. In Radiis etiam variationes in infinitum dari possunt; Radios illos tantùm considerabimus, qui ex uno puncto procedunt, aut ad unum punctum tendunt, aut paralleli sunt. His omnibus perpensis præcipua Lucis Phænomena explicare poterimus. 1112.

DEFINITIO I.

Radii ex uno puncto procedentes, aut qui 1113.

moventur, quasi ex uno puncto procederent, dicuntur Divergentes.

Radii tales continuò magis ac magis disperguntur.

DEFINITIO 2.

1114. *Punctum, ex quo Radii divergentes procedunt, dicitur punctum radians, aut simpliciter Radians.*

1115. Reflexione, aut Refractione, Radii aliquando moventur, quasi ex puncto procederent, quamvis ex hoc non procedant, quos quoque Divergentes vocari diximus (1113.). In hoc casu,

DEFINITIO 3.

1116. *Punctum, ex quo Radii divergentes procedere videntur, vocatur punctum dispersûs talium Radiorum.*

DEFINITIO 4.

1117. *Magis divergentes sunt Radii, qui majorem angulum efficiunt.*

1118. *Quo magis Radii sunt divergentes, positâ eâdem inter hos distantiâ, eo minus distat punctum radians, aut punctum dispersûs, & contra.*

DEFINITIO 5. & 6.

1119. *Radii qui in unum punctum concurrunt, aut continuati concurrerent, vocantur Convergentes; & magis Convergentes, qui majorem angulum efficiunt.*

DEFINITIO 7.

1120. *Punctum concursûs Radiorum convergentium vocatur Focus.*

DEFINITIO 8.

1121. *Punctum, in quo Radii convergentes, & ante concursum intercepti, aut deflexi, continuati con-*

concurrerent, *vocatur horum Radiorum Focus imaginarius*.

Quo magis Radii convergunt, *positâ eâdem inter hos distantiâ*, *eo minus distat Focus*, *sive verus*, *sive imaginarius*. 1122.

Radios divergentes, aut convergentes, parum dispersos tantùm consideramus, id est, qui, in transitu ex medio in medium, exiguum occupant spatium in superficie quæ media separat.

DEFINITIO 9. & 10.

Si inter hos *Radios unus detur perpendicularis ad* dictam *superficiem*, *Radii dicuntur directi*; *in omni alio casu dicuntur obliqui*. 1123.

Si Radii paralleli transeant è medio quocunque in aliud aliùs refrangibilitatis, *separatis his superficie planâ*, *post Refractionem etiam sunt paralleli*: quia omnes æqualiter inflectuntur. (*Exp.*) 1124.

Dentur media X & Z, hoc minus, illud magis refringens, plano E S separata; procedant à puncto R Radii divergentes R C, R *b*, R *a*, mediumque magis refringens intrent: inter hos sit R C, perpendicularis ad superficiem E S; hic à viâ non deflectitur (1085.), & per C G motum continuat. Radii R *b*, R *a* Refractionem patiuntur perpendiculares versùs, quas in punctis *b* & *a* ad superficiem E S erectas concipimus. 1125. TAB. IX fig. 5.

Radii cujuscunque, ita incidentis, Refractionem facilè determinamus. Sit R M Radius ex R procedens; O R C perpendicularis, per R, ad superficiem media dirimentem; sumatur M O quæ se habeat ad M R, 1126.

ut

ut finus Incidentiæ ad finum Refractionis; id est ut Cofecans Refractionis ad Cofecantem Incidentiæ (1092.). Applicatâ hac, ex puncto M, in angulo MCR, determinatur punctum O; ex quo ducenda est, per M, linea MN, & hæc coincidet cum Radio refracto.

1127. Erectâ in M, ad ES, perpendiculari YMV, angulus Incidentiæ est VMR; angulus Refractionis est YMN, cui æqualis est VMO (15. El. 1.). Si centro M, femidiametro MC, concipiamus circulum defcriptum, erunt ipfæ lineæ MO, MR, Cofecantes angulorum Refractionis & Incidentiæ; unde patet benè determinatum fuiffe Radium refractum MN.

1128. Si autem Radii divergentes directi fint, & parum difperfi, quales indicavimus RC, R*b*, R*a*, eodem modo ratiocinamur; pofitis R*a*, *ra*, in dictâ ratione Cofecantium, erit *a*A Radius refractus; cùm verò C*a* exigua fit, ad fenfum non differunt R*a*, RC, neque *ra*, *r*C; ergo RC, *r*C, funt quoque in eâdem conftanti ratione Cofecantium; quare Radius R*b*, ut & reliqui parum difperfi, refringuntur quafi ex eodem puncto *r* procederent, eftque *r* punctum difpersûs refractorum Radiorum.

1129. Et *in* hoc *cafu*, *in quo Radii ex medio minus refringente in magis refringens tranfeunt, divergentes Radii minus divergentes fiunt* (1117.); & diftantia Radiantis à fuperficie eft ad diftantiam puncti difpersûs, ut finus Refractionis ad finum Incidentiæ. (*Exp.*)

De

De Radiis convergentibus eodem modo ratiocinamur. Sit PQ Radius, qui positis iisdem mediis Z & X, ad punctum datum *f* dirigitur; ductâ, per *f*, perpendiculari T*f*DH ad superficiem media separantem, si QT se habeat ad Q*f*, ut Cosecans Refractionis ad Cosecantem Incidentiæ, erit QT Radius refractus, ut ex ante demonstratis (1127.) sequitur. 1130. TAB. IX. fig. 5.

Si Radii sint directi, parum dispersi, & convergentes, transeantque in medium magis refringens, minus convergentes fiunt. Radii, inter quos HD, ut l*i*, L*l*, qui diriguntur ad Focum imaginarium *f*, in Focum verum F, magis distantem concurrunt; quod patet, si ratiocinemur ut de Radiis divergentibus. (1128.) (*Exp.*) 1131.

Radii per easdem lineas moventur, à quacunque parte procedant (1082.); ergo ex demonstratis de motu ex medio minus refringente in magis refringens, deducimus quæ spectant motum contrarium. 1132.

Radii divergentes in medio magis refringente X, *ex puncto* F *procedentes*, moventur *in medio minus refringente* Z, quasi ex *f* procederent; id est, *magis divergentes fiunt*. (Exp.) *Convergentes Radii*, qui ad *r* tendunt, in R concurrunt, & *magis convergentes fiunt*. (Exp.) 1133. TAB. IX. fig. 5. 1134.

Si Radii, quamvis directi, nimium dispergantur, quæ de punctis dispersûs, aut de Focis diximus, ad puncta referri non possunt; sed spatiolum concipitur, per quod Radii transeunt, quod eo majus est, quo Radii magis disperguntur. 1135.

Quæ

Quæ spectant Radios obliquos divergentes, aut convergentes, altioris sunt indaginis: in Scholiis Elem. ipsa demonstramus:
1136. hìc indicasse sufficiat, *Radios ex* R *procedentes, si non admodum dispergantur, sed obliquè incidant in superficiem* ES, *refringi, quasi procederent ex puncto eo magis à puncto r remoto, quo magis obliqui sunt radii.*

CAPUT VI.

De Refractione Luminis, positis Mediis Superficie sphærica separatis.

1137. Casus plures examinandos habemus, quos breviter perlustrabo; primùm generaliter quæ ad hunc motum pertinent indicabo, postea peculiaria quædam addam.

TAB. X. fig. 1. 2. 3. 4. Sint Z, & X media superficie sphæricâ, cujus centrum est C, separata, illud minus, hoc magis refringens.

1138. *Radius incidens, qui per centrum transit, aut continuatus transiret, Refractione non à via*
1139. *deflectitur* (1085.); nam *superficies sphærica potest haberi pro constanti ex innumeris minoribus planis*, quæ perpendiculares sunt ad extremitates diametrorum.

1140. Ideò anguli Incidentiæ, & Refractionis, illi sunt, quos Radii incidentes, aut refracti, cum talibus lineis efficiunt.

1141. Sit NM Radius incidens; quæritur refractus. Per centrum C ducuntur CM, ut & BCD, Radio NM parallela; & sumto pun-

puncto d ad libitum, in angulo MCd applicari debet linea dm, quæ se habeat ad dC, ut sinus Incidentiæ ad sinum Refractionis, & Radius refractus MD, aut M*d*, parallelus erit ipsi md.

MC cum CD ab unâ parte efficit angulum obtusum, ad alteram acutum: quando dm superat dC, in angulo obtuso applicatur illa; si non, angulo acuto utimur; hoc semper contingit in transitu ex medio magis refringente in minus refringens. 1142.

Si in hoc casu dm non satis longa sit, ut applicatio fieri possit, Refractio impossibilis est, & Radius in medium minus refringens non transit. In hoc casu si ex noto angulo Incidentiæ, computatione quæramus angulum Refractionis (1090.), hunc recto majorem detegimus; quod impossibilem Refractionem demonstrat. 1143.

Sinibus angulorum, Incidentiæ & Refractionis, proportionales fecimus md, dC, quæ sunt ut MD, DC; unde deducimus refractum Radium benè fuisse determinatum, si ad duo sequentia attendamus. 1144.

In omni triangulo, angulorum sinus oppositis lateribus proportionales esse: & *angulum quemcunque cum suo complemento ad duos rectos eundem sinum habere*. 1145. 1146.

Unde sequitur in triangulo MDC, latera MD, DC esse inter se, ut sinus angulorum MCD, aut MCB, & CMD; qui sinus ergo sunt, ut sinus Incidentiæ ad sinum Refractionis: angulus autem MCB æqualis est angulo Incidentiæ (29. El. 1.); ergo 1147.

go C M D est ipse angulus Refractionis, aut hujus complementum ad duos rectos.

1148. Quando Punctum D cadit in medio, in quo Radius incidens datur, ut contingit, quando convexitas separationis datur ad partem medii magis refringentis, Radius refractus non est ipsa linea D M, sed est hujus continuatio.

1149. Ex hisce deducimus, quomodo *Radii directi paralleli, parum dispersi, refringantur in transitu ex medio in medium, si superficie sphæricâ hæc separentur.*

Radius A B non deflectitur; *a b* refringitur, & fit *b* F, aut *bf*, estque *b* F ad F C, ut sinus Incidentiæ ad sinum Refractionis; cùm autem B *b* sit exigua, B F & *b* F ad sensum sunt æquales. Si ergo F determinetur ita, ut B F sit ad F C in dictâ ratione sinuum Incidentiæ & Refractionis, F erit Focus, aut punctum dispersûs omnium refractorum Radiorum ipsi A B parallelorum, & quibus hic ad exiguam distantiam circumdatur. Radii hi refracti *convergentes sunt, quando convexitas separationis datur ad partem medii mi-*
1150. *nus refringentis*, tunc concurrunt in F. *In contrariâ superficiei dispositione divergentes sunt*, & moventur, quasi procederent ex F. (1148.).

1151. Nunc generaliter considerabimus omnes casus diversos Radiorum directorum & parum dispersorum.

Circa omnes observandum, Radios qui ex puncto procedunt, aut ad punctum tendunt, quos dicimus ad unum punctum pertinere, post Refractionem ad sensum moveri, quasi

quo-

quoque ad unum punctum pertinerent, ut de parallelis demonstravimus; quod in Scholiis Elem. videmus, in quibus de determinandâ Refractione in omnibus casibus generalem demonstramus Regulam; quam magis simpliciter poterimus exprimere, si punctum, ad quod Radii pertinent, dicamus horum Radiorum punctum. Hæc autem est Regula:

1152. *Distantia inter punctum Radiorum incidentium & punctum refractorum parallelorum, à contrariâ parte procedentium, se habet ad distantiam inter idem punctum incidentium & superficiem, quæ media separat, ut distantia inter memoratum punctum parallelorum, à contrariâ parte procedentium, & centrum superficiei ad distantiam inter superficiem & punctum Radiorum refractorum.*

1153. TAB. X. fig. 5. 6. 7. 8. Sit Z medium minus refringens, X magis refringens; R punctum incidentium, sive sit Radians divergentium, sive Focus imaginarius convergentium; sit E Focus (1149.), aut punctum dispersûs (1150.), Radiorum parallelorum à contrariâ parte procedentium; C centrum superficiei BV, quæ media separat; tandem sit F punctum Radiorum refractorum, id est, Focus convergentium, aut punctum dispersûs divergentium. Juxta Regulam (1152.), RE est ad RV, ut EC ad VF; circa quam proportionem observandum, VF ad eandem partem poni cum EC, quando RE & RV ad eandem partem dantur puncti R, si verò R cadat inter E & V, in contrarias partes sumuntur EC, VF.

Ex-

1154. Eædem hæ quatuor figuræ, ubi agitur de motu contrario, usu veniunt; tunc F est punctum incidentium, & R punctum refractorum; sed tunc pro E adhibere debemus e, Focum Radiorum parallelorum oppositorum, & proportio mutatur in hanc: e F se habet ad F V, ut e C ad V R.

Si neglectâ accuratâ Refractionis determinatione velimus omnes casus separatim perlustrare, tantùm ad hoc debemus attendere, utrùm Refractio fiat ad perpendicularem, an ab hac, & sequentia facilè detegemus.

1155. *Si Lumen ex medio minus refringente transeat in magis refringens, separatis his superficie sphæricâ, cujus convexitas datur ad partem medii primi*, hæc obtinent.

Paralleli Radii convergentes fiunt. (Exp.)

1156. *Divergentes Radii, remoto satis Radiante, convergentes quoque fiunt; accedente autem Radiante, removetur Focus, & contra.* (Exp.)

1157. *Ita potest admoveri punctum Radians* ad superficiem media dirimentem, ut Focus ad distantiam infinitam recedat, id est, *ut Radii refracti paralleli fiant.* (Exp.)

1158. *Si magis accedat punctum Radians* R, *divergentes fient Radii refracti, minus tamen divergentes quàm incidentes.* (Exp.)

1159. *Si Radii incidentes convergentes sint, & ad centrum superficiei sphæricæ tendant, nullam patiuntur Refractionem.*

1160. *Si aliud punctum versùs dirigantur*, cùm perpendicularem versùs refringantur (1080. 1101.), ita inflectuntur Radii, ut Focus Radiorum horum convergentium semper detur in-

inter centrum superficiei media dirimentis, (ad quod perpendiculares omnes diriguntur) & punctum, ad quod Radii incidentes tendunt. Id est, si *Focus imaginarius incidentium detur ad minorem distantiam quàm centrum, minus convergentes sunt Radii refracti: si ultra centrum detur hicce Focus imaginarius, magis convergentes erunt Radii refracti.* (Exp.)

Si nunc *concipiamus superficiem* converti, & *convexam esse* hanc *ad partem medii magis refringentis, & Lumen*, ut in casibus præcedentibus, *ex medio minus refringente in magis refringens transire*, phænomena eodem modo deteguntur, considerando Refractionem fieri ad perpendicularem. 1161.

Radii paralleli fiunt divergentes. (Exp.)

Si Radii divergentes sint, & Radians detur in centro superficiei, quæ media separat, Radii Refractione non inflectuntur. 1162.

Si Radians minus à superficie distet, Radii refracti minus divergentes erunt. Si autem *Punctum radians magis quàm centrum à superficie removeatur, refracti Radii magis disperguntur quàm incidentes.* (Exp.) 1163.

Si Radii fuerint convergentes, & Focus imaginarius detur in medio magis refringente ad exiguam distantiam à superficie media separante, refracti Radii etiam *convergunt*, sed *minus quàm incidentes.* (Exp.) 1164.

Si magis recedat Focus imaginarius Radiorum incidentium, id est, *si hi minus convergant, etiam minus convergent Radii refracti, donec, recessu Foci imaginarii, refracti paralleli sint.* (Exp.) 1165.

1166. *In majori recessu Foci imaginarii divergentes fiunt refracti Radii*. (Exp.)

Eodem modo determinamus, quæ locum
1167. habent *in transitu ex medio magis refringente in minus refringens*; & primùm quidem *si convexa superficies ad partem medii minus refringentis detur*.

Radii paralleli post Refractionem in Focum concurrunt. (Exp.)

1168. Etiam *in punctum*, aut *Focum*, *conveniunt Radii ex puncto radiante manantes*, *& accedente hoc recedit illud*, *& contra*. (Exp.)

1169. *Ita potest disponi punctum radians*, ut Focus ad distantiam infinitam detur, id est, *ut Radii refracti paralleli sint*. (Exp.)

1170. *Si ulterius accedat punctum radians*, *refracti* divergentes *sunt*; *minus divergentes quàm incidentes*, *si punctum radians magis distet à superficie quàm centrum*. (Exp.)

1171. *Si* autem *Radians detur inter superficiem & centrum*, *Radii refracti magis divergentes erunt*.

1172. *Si Radii fuerint convergentes*, *magis in omni casu convergentes sunt*. (Exp.)

1173. Considerandi supersunt *Radii*, *qui ex medio magis refringente in minus refringens transeunt*, *positâ superficie cavâ ad partem medii minus refringentis*. *Si* hi Radii *paralleli sint*, *Refractione divergentes fiunt*. (Exp.)

1174. *Si à puncto radianti procedant*, *magis sunt divergentes*. (Exp.)

1175. Et *cum accessu puncti radiantis continuò magis ac magis divergunt*. (Exp.)

1176. *Convergentes Radii*, *qui ad centrum superficiei sphæricæ tendunt*, *nullam subeunt mutationem*.

Si

Si magis aut minus convergant, Focus imaginarius incidentium semper datur inter centrum superficiei media separantis, & Focum refractorum, qui potest in infinitum *recedere, ita ut Radii refracti paralleli sint.* (Exp.) 1177.

Si plura dentur puncta radiantia, & ex singulis Radii directè transeant in medium magis refringens, per superficiem sphæricam convexam ad partem medii minus refringentis, positâ Radiantium distantiâ satis magnâ, hæc singula Focum suum habebunt (*1156.*), horum autem unusquisque datur, cum suo Radiante, in eàdem lineâ rectâ, quæ per centrum sphæræ, cujus portionem efficit superficies, transit. Quando Radiantia omnia æqualiter distant ab hac superficie, quæ media separat, Foci etiam omnes æqualiter ad oppositam partem ab hac removentur. Cùm verò omnes dictæ lineæ transeant per idem punctum, duas hæ efficiunt pyramides, oppositas ad verticem, & similes; quare omnes Foci disponuntur inter se, ut ipsa puncta radiantia, sed in situ inverso. Si Foci hi in superficiem albam cadant, & extraneum Lumen non nimium vividum sit, picturam inversam exhibent punctorum radiantium. Requiritur autem ut puncta radiantia exiguum occupent spatium; aliter Radii, à singulis procedentes, non pro omnibus erunt simul directi & parum dispersi. (*Exp.*) 1178.

Quæ Radios parallelos obliquos, parum dispersos, spectant, hic tantùm indicabimus; ea in Scholiis Elem. demonstramus.

Sit X medium magis refringens, Z medium minus refringens; transeat Radius AB
1179. ex uno medio in aliud, obliquè incidens in
TAB. XI. fig. 1. 2. superficiem sphæricam, media dirimentem, & cujus centrum est C. Per hoc ducimus HCD, parallelam ad AB, & determinamus Radium refractum BD (1141.); ad hunc demittimus perpendicularem CL, cui BG parallelam ducimus, secantem in G lineam DC. Per B ad superficiem, media separantem, Tangens ducitur, quæ eidem lineæ DC in H occurrit. Puncta H & L lineâ junguntur, quæ secat BG in I. Si per I, ad AB, ducatur parallela, secabit hæc Radium refractum BD in F, in quo puncto cum hoc Radio concurrunt, post Refractionem, omnes Radii ipsi AB paralleli, & parum ab hoc distantes.

Quomodo, si Radii obliqui sint divergen-
1180. tes, aut convergentes, & parum dispersi, Focum, aut Punctum dispersûs detegamus, in Scholiis Elem. quoque demonstramus.

Omnes mutationes in Lumine, de quibus
1181. hoc Capite *actum*, *eò magis sunt sensibiles*, *quo superficies*, *media dirimens*, *est* magis curva, id est, *minoris Sphæræ portio*.

CAPUT VII.

De Motu Luminis trans Medium magis refringens. Ubi de Lentium affectionibus.

1182. V*itrorum* frequens usus est; aëre densius est vitrum, & pro ratione densitatis magis

gis refringens (1094); ex aëre in aërem, trans vitrum, Radii penetrant. Pro variis superficiebus, quibus terminatur vitrum, diversas in hoc motu Lumen mutationes subit; quæ ut determinentur, vitra, aut media quæcunque, medio minus refringente circumdata, & variis superficiebus terminata, examinanda sunt. *Considerando solas superficies planas, & sphæricas, sex Classes dantur.*

1. Medium tale planum est ab utrâque parte. 2. Ab unâ parte planum, ad alteram convexum. 3. Ab utrâque parte convexum. 4. Ab unâ parte planum, ad alteram cavum. 5. Cavum utrinque. 6. Terminatur superficie cavâ, & opposita convexa est. 1183.

DEFINITIO I.

Si de vitro agatur, & crassitiem non magnam habeat, in quinque ultimis casibus vitrum tale Lens vitrea dicitur. 1184.

In secundo & tertio casu Lens dicitur convexa; si tamen hi casus distinguendi sint, in secundo casu dicitur plano-convexa. Eodem modo in quarto casu dicitur plano-cava; licèt & hiece casus cum quinto sequenti ad cavas Lentes generaliter referatur. Lens autem cavo-convexa ad cavas aut convexas Lentes refertur, prout illa, aut hæc superficies prævalet; in quo ultimo casu Lens dicitur Meniscus. Prævalet autem superficies, cujus curvatura major est, id est, quæ minoris sphæræ portio est.

DEFINITIO 2.

In omni Lente, aut medio quocunque, ut dictum terminato, Axis vocatur Linea recta, quæ 1185.

ad ambas superficies perpendicularis est. Quando ambæ superficies sunt sphæricæ, per ambarum centra transit axis; positâ verò alterâ superficie planâ, perpendiculariter ad hanc per alius centrum procedit.

1186. Lentes regulares orbiculares sunt, & axis per Lentis centrum transit, in quo casu hanc benè centratam dicunt.

In transitu Luminis per medium, duabus superficiebus planis parallelis terminatum,
1187. *Radiorum directio non mutatur* (1084.), qui casus *in vitris planis* exstat.

In demonstrandis, quæ spectant transitum Luminis per Lentes, tantùm considerabimus Radios parum dispersos, ut in præcedentibus, & primùm quidem directos. Tales verò illi sunt, inter quos unus datur, qui cum axe Lentis coincidit. (1123. 1185.)

1188. *Lentium convexarum quarumcunque proprietas est, quod Radii in transitu versùs se mutuò inflectantur; eò magis, quo major est convexi-*
1189. *tas: Cavarum* autem, *quod Radii à se mutuò deflectantur; magis pro majori cavitate.* Nam per vitrum planum Radiorum directio non mutatur (1187.), inflectendo autem unam, aut ambas superficies, alia datur Radiorum directio; magis Lentis axem versùs inflectuntur ex convexitate superficiei vitri, & excavando superficiem ab axe deflectuntur; ut clarè patet in omni casu, comparando inflexionem in superficie planâ ad axem perpendiculari, cum inflexione in superficie sphæricâ. Et differentia inflexionum, id est, directionis Radiorum mutatio, cum distan-

ſtantiâ ab axe creſcit. Ex quibus Lentium proprietates ſequentes deducimus.

Radios parallelos, tranſeundo per Lentem convexam, in Focum concurrere. (Exp.) 1190.

Radios divergentes aut minus divergere, aut parallelos fieri, aut tandem convergere; in quo caſu recedente puncto Radiante accedit Focus, & vice verſâ: Caſus autem hic extat, quando punctum Radians à Lente magis removetur, quàm ab hac diſtat Focus Radiorum parallelorum. (*Exp.*) 1191.

Tandem *Radios convergentes magis in egreſſu Luminis convergere.* (Exp.) 1192.

Lentium cavarum proprietates ex generali propoſitione (1189.) quoque deducimus.

Radii paralleli, tranſeundo per Lentem cavam, divergentes fiunt. (Exp.) 1193.

Divergentes magis divergunt. (Exp.) 1194.

Convergentes aliquando minus convergunt; ſi, in hoc caſu, incidentium Radiorum convergentia minuatur, ita hi poterunt dirigi, ut exeuntes paralleli ſint; ſi tunc adhucdum minus convergentes fiant incidentes, in exitu diſpergentur. (Exp.) 1195.

Generales Lentium affectiones demonſtravimus, de ipſis Refractionibus accuratè determinandis nunc agemus; ſed propoſitiones tantùm indicabimus; has in Scholiis Elem. demonſtramus.

Datâ Lente, duabus ſuperficiebus ſphæricis terminatâ, quæritur punctum concurſûs, aut diſperſûs Radiorum parallelorum. 1196.

Multiplicatur Rectangulum ex ſemi-diametris ſuperficierum per numerum, qui ſi-

num Refractionis in vitro exprimit, & dividitur productum per differentiam sinuum in aëre & vitro. Diviso quotiente hoc per distantiam inter centra, id est, per summam semi-diametrorum, quando utraque superficies est cava, aut convexa, & per differentiam, quando una cava est & altera convexa,
1197. in quotiente dabitur *distantia puncti quæsiti à Lente*; quæ *eadem est, à quacunque parte Radii procedant*.

1198. Ratio Refractionis ex aëre in vitrum illa est, quæ datur inter 17. & 11. (1091.), proximè ut 3. ad 2. Ergo multiplicatio fit per 11 & divisio per 6; aut simpliciter multiplicatio per duo.

1199. Si superficies una plana sit, semi-diameter sit infinita, & pro æquali habetur ipsi summæ aut differentiæ semi-diametrorum; in hoc casu semi-diameter superficiei sphæricæ multiplicatur per 11, & dividitur per 6; aut duplicatur, neglectâ accuratiori determinatione.

1200. Puncta, quæ hisce computationibus detegimus, sunt puncta concursûs, si agatur de Lentibus convexis (1188), & puncta dispersûs, si cavæ fuerint. (1189.)

Si Radii directi, divergentes aut convergentes, in Lentem incidant, motum post transitum hac proportione detegimus.

1201. *Ut distantia, inter punctum, ad quod Radii incidentes pertinent, & punctum parallelorum Radiorum, à contrariâ parte procedentium, ad distantiam inter primum ex his punctis & ipsum vitrum, ita ultima hæc distantia ad distantiam in-*

inter punctum incidentium & punctum quæsitum refractorum. Circa quam proportionem observamus, punctum refractorum semper dari respectu puncti incidentium ad eandem partem, ad quam respectu hujus ejusdem datur indicatum punctum parallelorum.

Quæ diximus spectant Radios directos, inter quos unus coincidit cum axe Lentis, qui in transitu directionem suam servat. Hoc autem non est peculiaris hujus *Radii* proprietas; *omnes, qui per centrum Lentis trans-* 1202.
eunt, directionem quoque *servant*.

Sit V Punctum medium Lentis; AB hu- TAB. XI. fig. 2.
jus axis; CD Radius incidens, qui, refractus per DE, transeat per V; hic, si Lens sit æqualiter convexa, aut cava ad utramque partem, exibit ex vitro in E, ubi superficies parallela est superficiei in D, & refractus Radius EF parallelus erit incidenti CD (1084.), id est, eandem sequetur directionem. Si Lens tenuis sit, lineæ CD & EF sensibiliter eandem efficiunt rectam.

Si Lens inæqualiter convexa, aut cava 1203.
sit, punctum intersectionis Radiorum, non deflexorum, non in medio crassitiei vitri datur. Quando una superficies Lentis plana est, punctum hoc datur in intersectione axeos Lentis & superficiei sphæricæ. In Lente cujus una superficies cava est, & altera convexa, punctum, de quo agitur, extra Lentem datur ad partem superficiei, quæ est portio minoris Sphæræ.

Si plures Radii per idem hoc punctum trans- 1204.
eant, incidentes, & refracti, duas efficiunt

py-

pyramides similes, quæ, in eodem illo puncto, *verticem communem habent.*

1205. *Si Radii incidentes sint obliqui, distantiæ Focorum Radiorum exeuntium, minores sunt quàm in Radiis directis, & reliquæ mutationes sunt magis sensibiles*, propter duplicem irregularitatem in Refractione, primam in ingressu, secundam in egressu.

1206. *Si* tamen *Radii sint parum obliqui, & per centrum Lentis transeant, Refractio vix differt à Refractione directorum.*

1207. Sit R Punctum Radians in axe Lentis,
TAB. IX. fig. 6. ita à Lente convexà V remotum, ut Focum habeat F; sit *r* aliud Radians, & *r* V *f* Radius cujus directio non mutatur (1202.); cum hoc alii, parum dispersi, concurrunt ad distantiam V*f*, quæ, si *r* V æqualis sit R V, vix differt ab V F. Mathematicè si rem consideremus, V F superat V*f*, & concursus directus magis perfectus est, sed differentiæ exiguæ sunt.

1208. Si præter hæc & plura alia dentur Radiantia, ex quibus etiam Radii parum obliqui in vitrum incidant, lineæ rectæ, quæ ex singulis Radiantibus ad horum Focos tendunt, efficiunt duas pyramides oppositas similes (1204.), quarum una pro basi habet ipsa Radiantia, altera horum Focos.

1209. Si Foci hi in planum album cadant, singula puncta radiantia illustrant punctum respondens in plano; & omnes Foci simul dant picturam inversam Radiantium, qualem similem jam antea indicavimus. (1178.)

Sit Candela lucens à Lente ultra Focum Ra-

Radiorum parallelorum remota. Convertatur Lens ut hujus axis per flammam transeat, dabitur Candelæ pictura inversa in chartâ ad justam distantiam positâ, & Lenti parallelâ. (*Exp.*)

Ut ope Lentis convexæ flammam Candelæ exhibemus, sic ipsum Corpus solare, positâ Lente, ut hujus axis per Solem transeat, exhibere possumus; in hoc casu Radii solares, qui per integram Lentem transeunt, in exiguum spatium reducuntur, in quo casu *Lens convexa est Vitrum causticum.* Hi radii sic in Foco collecti, violenter urunt. (*Exp.*) 1210.

Quando propter Lentis magnitudinem, non satis exactè colliguntur Radii, antequam ad Focum perveniant, per secundam minorem convexam Lentem transmittuntur, quo in minus spatium rediguntur, ita ut magis violenter comburant. 1211.

CAPUT VIII.

De Visu, ubi de Oculi constructione.

QUas Luminis proprietates Refractionisque leges explicavimus, mirandum, in objectis Menti nostræ repræsentandis, usum habent. 1212.

His legibus objecta in fundo Oculi pulcherrimè, propriis suis coloribus ornata, depinguntur; hæcque pictura, ut in sequentibus dicam (1220.), occasio est Idearum, quæ in Mente circa res visas excitantur.

Quo-

Quomodo autem hæc pictura in Oculo efficiatur, explicari non poteſt, niſi examinatâ nondum memoratâ Luminis proprietate; Radiorum nempe diviſibilitate captum noſtrum ſuperante.

1213. *Corpora pleraque*, inter hæc opaca omnia, exactiſſimè polita, ut & perfectè nigra, excipias, ſi quæ dantur, dividendi Luminis proprietatem habent; *repercutiunt Lumen ita, ut à ſingulis punctis Radii repercuſſi dividantur*, & *omnes partes versùs recedant, & ſingula puncta Corporis ſint quaſi puncta radiantia*, quibus Lumen omnes partes versùs diſpergitur.

1214. Unde deducimus methodum, qua objecta in plano albo depinguntur; ſingula enim puncta Corporis illuminati, & remoti, ex quibus Radii ad Lentem convexam perveniunt, poſt Lentem Focum ſuum habent. (1091.) Objectorum diſtantium, licèt inæqualiter, Foci ſenſibiliter eandem ad diſtantiam à Lenſe dantur; hiſce in eodem plano, objecta hæc repræſentari poſſunt, ut de Flammâ antea diximus (1209.). Repræſentatio hæc, ut de illâ vidimus, inverſa eſt, propter Radiorum interſectionem tranſeundo per Lentem; & ſenſibilis eſt in loco obſcuro, in quo Lumen per ſolam Lentem intrat, & quidem illud ſolum, quo objecta depinguntur.

Hæc obtinent, ubicunque Lens ponatur, & quidem circa omnia objectorum puncta, Luminis Radiis illuſtrata, à quibus lineæ rectæ non interruptæ ad Lentem duci poſſunt,

ita

ita ut eodem Experimento probetur divisibilitas memorata in Lumine, & dividendi Luminis capacitas in Corporibus Lumen repercutientibus.

In loco obscuro foramen detur, cui varia respondeant objecta, ad distantiam ad minimum quinquaginta pedum, & majorem, remota. In hoc detur Lens convexa, quæ colligit Radios parallelos ad distantiam quatuor aut quinque pedum; si ad distantiam à Lente, quæ hanc superat, sed vix sensibiliter, ponatur planum album, Lenti parallelum, in hoc objecta memorata, pulcherrimis coloribus ornata, depinguntur. Notandum, motu plani, aut Lentis, detegi distantiam, ad quam objecta exactissimè repræsentantur. (*Exp.*) 1215.

Hæc objectorum Repræsentatio magnam cum illâ, quâ in fundo Oculi objecta visa depinguntur, affinitatem habet, ut ex Oculi constructione patebit.

Oculi Figura, si Capite extrahatur, præterpropter est sphærica: nihilominus pars anterior est paululum magis convexa. 1216.

Oculi sectio in hac Figura exhibetur.

Pars magis convexa A A, est translucida, & *Tunica cornea* vocatur. TAB. XI. fig. 4.

Totum Oculi integumentum, Corneâ exceptâ, vocatur *Sclerotica* B A A B; pars Scleroticæ anterior, quæ Corneæ adjacet, tenui Tunicâ tegitur, quæ vocatur *Adnata*, & efficit *Album Oculi*; adnata tegit etiam Corneam, sed ita tenuis ibi est, ut difficulter detegatur.

Ab

Ab interiori parte, cum Corneâ, juxta circumferentiam, cohæret Tunica, *Uvea* dicta, quæ plana eſt, & in medio foramen habet *pp*, quod nominatur *Pupilla*.

Uvea conſtat ex fibris circularibus, concentricis, ad angulos rectos per rectas fibras, ad centrum tendentes, interſectis. Si primæ inflentur, relaxantur ſecundæ, & Pupilla minuitur; augetur motu fibrarum contrario.

In medio Oculi, magis tamen partem anteriorem versùs, datur Corpus molle, translucidum, CC, Lenti convexæ ſimile, cujus ſuperficies poſterior convexitate anteriorem ſuperat. Vocatur *Humor cryſtallinus*; axis hujus cum Oculi axe, per centra pupillæ & bulbi Oculi tranſeunte, coincidit.

Suſtinetur cryſtallinus Humor filis; quæ in ſingulis punctis circumferentiæ hujus cohærent, & interiori parti Oculi annectuntur juxta circumferentiam Corneæ: in formam arcûs inflectuntur, & Muſculi ſunt; nominantur *Ligamenta ciliaria*; duo videntur in *l*C, *l*C. Omnia inter ſe cohærent, & cum Cryſtallino ſeparationem in Oculo efficiunt; huncque in duas cavitates, unam anteriorem *pp*, alteram poſteriorem SS, dividunt.

Anterior cavitas repletur fluido aquæ ſimili, dicitur *Humor aqueus*.

Cavitas poſterior repletur Humore translucido, ejuſdem circiter denſitatis cum Humore aqueo, ſed non æquè fluido; *Humor Vitreus* vocatur.

Superficies poſterior, & interior, Oculi Tu-

Tunicâ tegitur, *Choroides* dictâ; hanc iterum tegit Membrana tenuissima, cui nomen *Retinæ* datur.

Nervus opticus NN, ad posteriorem bulbi Oculi partem, paululum ad latus, huic inseritur, & ita cum Oculo jungitur, ut exterius nervi integumentum cum Scleroticâ cohæreat, & sequens cum Choroïde; Fibræ autem, ex quibus Retina constat, concurrunt, & medullam nervi constituunt.

Oculus in Capite movetur variis Musculis, cum Scleroticâ cohærentibus, de quibus non agam; Oculi constructionem cum relatione ad motum Luminis considero, reliqua cum scopo nostro relationem non habent.

Radii à puncto quocunque procedentes, & qui 1217.
per pupillam Oculum intrant, ex medio minus refringente in magis refringens, per superficiem sphæricam transeunt, ideòque, *positâ justâ puncti distantiâ ab Oculo*, Radii *post Refractionem convergunt* (1156.); quare, *positis* 1218.
Corneâ & Humore aqueo, dabitur pictura inversa objectorum in Oculo. (1213. 1214.) (Exp.)

Pictura memorata in Oculo, ad nimiam distantiam à Corneâ, & ultra fundum Oculi caderet, minuitur idcircò distantia *ope* 1219.
Humoris Crystallini, cujus vis refringens superat vim refringentem mediorum illum circumambientium; Radii convergentes in Humore aqueo, trans Crystallinum, in Humorem Vitreum penetrant; id est, ex medio minus refringente, trans medium magis refrin-

fringens, duabus superficiebus sphæricis convexis terminatum, in minus refringens; quo motu convergentes Radii magis convergentes fiunt (1192.), & citiùs concurrunt, ita ut *pictura memorata intra Oculum cadat*. (Exp.)

1220. *Objecta, quæ*, ut explicavi, *in fundo Oculi depinguntur, in Retinâ delineantur; & motu Luminis fibræ tenuissimæ, ex quibus Retina constat, agitantur; qua positâ agitatione, illa ipsa objecta videmus.* Sed quo modo hoc contingat, distinctiùs explicare debemus; quem in finem illis, quæ, occasione Soni, superiùs de Sensationibus diximus (858.), varia nunc addam.

Perceptiones cum nervorum motibus respondent (858.), & quidem ita, ut, Corpore benè constituto, nunquam determinata detur nervi determinati agitatio, nisi statim determinata perceptio Menti præsens sit.

1221. *Nihil* tamen *commune datur inter nervi agitationem, & perceptionem, quæ huic respondet.*

1222. *Nihil* ergo etiam *commune datur* inter objectum, in quo causa agitationis nervi hæret, & perceptionem, id est, *inter perceptionem & objectum quod percipitur.*

1223. Ergo *sensus per se nihil docent*. Tactum solum excipimus; quia hic Corporum diversas resistentias indicat, ex quibus plura circa Corpora immediatè discimus.

Omnes Sensationes hoc commune habent,

1224. *easdem perceptiones Menti* singulis vicibus iterum *præsentes fieri, quoties eædem circumstantiæ redeunt.*

1225. Conferendo nunc inter se, quæ de diversis

ſis circumſtantiis redeuntibus, diverſis Senſibus detegimus, præcipuè attendendo ad illa, quæ Tactus nos docet, longâ experientiâ tandem acquirimus facultatem, quâ plura circa objecta externa diſtinguimus.

Nunquam autem *aliquid Senſibus diſtinguimus, niſi præſente peculiari Senſatione, ab omni aliâ diſtinctâ*; quæ cùm regulariter nunquam adſit, niſi poſitis determinatis circumſtantiis (1224.), quarum cognitionem, indicatâ comparatione (1225.), longo uſu acquiſivimus; 1226.
Idea circumſtantiarum, id eſt, *Idea illorum, quæ de objecto detegimus, ita cum* ipsâ *Senſatione jungitur, ut* poſtea *nunquam ab hac ſeparetur*. 1227.

In innumeris occaſionibus Homines conjungunt Ideas, inter quas nihil commune datur, quas deinde pro inſeparabilibus, & ſuâ naturâ conjunctis, habent; ſed hæc non ſunt hujus loci, de his in Logicâ egimus; in quâ etiam, quæ Senſus ſpectant, fuſiùs explicavimus.

Sed ad Viſionem redeamus. Omnes Radii, qui ab uno puncto viſibili procedunt, concurrentes ubi punctum in fundo Oculi pingitur, *determinatam* ibi *producunt fibrillæ agitationem ab omni aliâ diſtinctam*, & ſimilem producunt *ſingula puncta objecti, quod in Oculo delineatur*. 1228.

Ideò *Viſio* tantùm *diſtincta eſt, quando objecta accuratè in fundo Oculi depinguntur*. (1226.) 1229.

Quando Radii, ab eodem puncto manantes, non exactè in Retinâ junguntur, illius pictura 1230.

non est punctum, sed macula, quæ confunditur cum picturis punctorum vicinorum; in quo casu *Visio confusa est*.

1231. Cùm autem, *pro variâ puncti radiantis distantiâ*, hujus Focus magis aut minus removeatur (1156.), *necesse est, ut mutatio detur in Oculo, ne* locus in quo pictura est exacta, ante aut post Retinam cadat, & *Visio confusa fit*.

De hac mutatione variæ dantur Philosophorum sententiæ; circa quas in genere no-
1232. tabo, *minime probabile esse, totius Oculi figuram mutari, ad removendam aut admovendam Retinam*, & in interiori Oculo mutationem quærendam esse.

Nam si figura Oculi mutaretur, cùm in omnibus Animalibus æquè necessaria sit mutatio, de qua agitur, in omnibus Animalibus Oculi figura easdem subibit mutationes; ejusdem enim effectus causas varias in rerum naturâ non deprehendimus. In Balænâ verò Sclerotica nimium est dura, ut variationi obnoxia sit. Ulterius, si talis detur mutatio in toto Oculo, orietur hæc ex Musculorum externorum pressione, quæ pro vario Oculi situ diversa erit, & tantùm regularis in uno casu.

1233. Non etiam satis magna potest dari figuræ mutatio, ut Visio sit distincta ad distantiam centum pedum, & ad distantiam duorum pollicum; dantur autem Homines quorum Oculi satis mutantur, ut in his diversis circumstantiis distinctè videant; quod fieri non posset, nisi duplicatâ ferè Oculi longitudine,

ne, si huic causæ distinctam Visionem tribuamus.

Si nunc Oculum in interiori examinemus, mutationem in Crystallino necessariò dari patebit; qui translatione in Oculo, aut mutatione figuræ, desideratum effectum præstabit; Radii enim, Retinam ante concursum secantes, in Retinâ concurrent, si convexior fiat Crystallinus Humor (1188.); aut si, servatâ hujus figurâ, ipse magis anteriorem Oculi partem versùs feratur. 1234.

Crystallini Humoris situm facilè *mutari, illumque ad Retinam accedere, & ab hac recedere*, manente illius Axe, ex eo liquet, quod Ligamina ciliaria musculosa sint: quando hi Musculi inflantur, & breviores fiunt, minuitur cavitas quæ ex inflexione horum Ligaminum formatur in C*l*, C*l*; quo comprimitur Humor vitreus, qui ipse in Humorem Crystallinum premit, & hunc propellit, hujusque distantiam à Retinâ auget; quod in Visione objectorum propinquorum requiritur. (1156. 1191.) 1235.

Sed hæc translatio sufficiens non est; ideò & alia præter hanc in Oculo mutatio datur. 1236.
Mutatio autem hæc secunda etiam ad ipsum Crystallinum referenda est; *hic, quando* à Ligaminibus ciliaribus trahitur, quo *à fundo Oculi recedit, etiam planior fit*, quod ubi objecta remota sunt, desideratur (1168.); 1237.
quare *major figuræ mutatio desideratur, quàm si situm immutabilem haberet*, id est, mutationem magis sensibilem esse, quod usum quendam habere videbimus (1248.); qui tamen 1238.

in Hominibus, duobus Oculis præditis, plerumque exiguus est. (1250.)

Limites suos habent hæ mutationes in O-
1239. culo, inde etiam *objecta tantùm distincta apparent inter certos limites, ad varias distantias,*
1240. *pro variis Oculis, positos*; & *sæpissimè, in eodem Homine, non pro singulis Oculis iidem Limites dantur*; quod ejusdem ferè est utilitatis, ac si pro ambobus Oculis limites magis inter se distarent; unico enim Oculo objectum distinctè videri sat est. In quibusdam etiam proximus limes respectu unius Oculi magis distat, quàm maximè remotus respectu alterius; in hoc casu objecta propinqua, & valdè remota, distinctè videntur, intermedia confusa apparent.

1241. Pictura in fundo Oculi, ut dictum (1218.), est inversa; unde quæsitum, quare objecta erecta appareant? Quæstione aliâ respondemus; an quis melius concipiat nexum inter Ideam in Mente & figuram erectam, quàm eversam? nexum in neutro casu nos nullum percipere fatemur: Experientiâ autem acquirimus facultatem judicandi de objectis per Sensationes, quæ semper, redeuntibus similibus circumstantiis, præsentes fiunt (1224.); & non interest in quo situ sint fibræ, si modo pro diversis circumstantiis Sensationes sint diversæ, & pro iisdem eædem. Non in angulo posita Mens nostra picturam intuetur; conjungit Mens, cum Sensationibus determinatis, Ideas aliundè acquisitas. (1227.)

1242. *Ambobus Oculis si idem objectum intueamur, uni-*

unicum apparet; illudque in eo casu solo, quando objectum in punctis respondentibus Retinæ depingitur. Hoc à quibusdam tribuitur concursui nervorum opticorum; dicunt in illis Animalibus, quæ idem objectum ambobus Oculis intuentur, nervos opticos concurrere, antequam ad Cerebrum perveniant, ad quod iterum separati pertingunt.

Hæc autem vera causa non est; nam in Cameleone, qui unum Oculum ad Cęlum dirigit, dum alio Terram intuetur, nervi eodem modo confunduntur, ut in Homine; quamvis generaliter in Animalibus, quæ singulis Oculis diversa objecta intuentur, nervi optici ab oculis ad Cerebrum usque separentur. 1243.

Vera ratio, quare punctum unicum apparet, est Experientia; quæ constanter nos docuit, duas à punctis nervorum respondentibus oriundas Sensationes ab uno puncto procedere; & ita in Mente conjunctæ, nunc ambæ hæ Sensationes cum ideâ puncti visibilis etiam junctæ sunt, ut separari à nobis non possint: ut Sensatio, ex unicâ nervi agitatione oriunda, cum puncti visibilis Ideâ confunditur, sic & duas Sensationes cum eâdem Ideâ confundi posse, clarum est, si constanti Experientiâ constiterit, nunquam nisi ab unico puncto visibili has pendere. 1244.

Puncta ergo respondentia illa sunt, in quibus idem punctum eodem tempore in ambobus Oculis pingitur. Puncta hæc differre possunt in diversis Hominibus, ut in Strabonibus; etiam in eodem Homine variare pos- 1245.

ſunt; ſi enim ictu, aut aliter, ſitus Cryſtallini mutetur, aut aliam mutationem Oculus ſubeat, in aliam fibram, cæteris manentibus, puncti pictura cadere poteſt; objecta in hoc caſu duplicata apparent; ſed tractu temporis incommodum hoc minuitur, & tandem, longiori nempe Experientiâ, evaneſcit. In Oculis autem benè conſtitutis puncta reſpondentia dantur in circulis parallelis inter ſe, & tranſeuntibus, in utroque Oculo, per punctum in quo Oculi axis tranſit per Retinam, & in his circulis æqualiter diſtant ad eandem partem ab his punctis.

1246. *Unicum tantùm punctum eodem tempore diſtinctiſſimè videri poteſt*, quod nempe in axe Oculi repræſentatur; hoc ſolum Radiis directis pingitur; Ideò, quando ambobus Oculis punctum intuemur, ita dirigimus Oculos, ut axes amborum Oculorum continuati in hoc concurrant; ita rem ſe habere facilè percipimus, quando in aliquod punctum intentos Oculos habemus; aliter plura puncta ſucceſſivè Oculis luſtramus, dirigendo Oculos ita, ut nunc unum, tunc alterum in ambobus Oculis diſtinctè exhibeatur; cùm autem hoc ſubitò fiat, pro omnibus punctis objecti, non admodum extenſi, integrum objectum quaſi unico intuitu, ſatis diſtinctè videmus.

1247. Diverſas eſſe, & quidem variis ex cauſis, Senſationes ex incurſu Luminis in fibras Retinæ, clarum eſt; hæ tamen non ſufficiunt, ad alia debemus attendere, ubi agitur de judicio de diſtantiâ; ut autem objectorum

rum

rum figuras detegamus, & de illorum situ respectivo judicemus, singulorum punctorum distantias ab Oculo cognoscere debemus.

Quando punctum intuemur, Crystallinus 1248.
Humor adipiscitur figuram peculiarem, quæ pro diversâ puncti distantiâ diversa est, & pro æqualibus distantiis semper eadem (1231. 1237.); cùm autem mutatio hæc Crystallini à determinatâ quadam Sensatione sit inseparabilis, *usu acquirimus facultatem judicandi de* 1249.
distantiâ, quam semper eandem concipimus quoties eadem Sensatio adest.

Hoc tamen usum tantùm habet, *quando distantiæ sunt exiguæ*, nam tunc mutationes sunt majores. *Ubi* autem *distantiæ paulò ma-* 1250.
jores sunt, judicium de his minus certum est uno Oculo; quia cùm minus assueti simus uno Oculo de distantiis judicare, minores mutationes nobis non satis sunt sensibiles.

Quando duobus Oculis punctum intuemur, axes amborum ad punctum hoc dirigimus, ita ut axes magis aut minus ad se invicem inclinentur, pro minori aut majori puncti distantiâ (1246.). Hæc sitûs respectivi Oculorum mutatio nobis sensibilis est, & quidem ita, ut cum dolore conjuncta sit, si de puncto vicino, ad distantiam trium, aut quatuor pollicum tantùm remoto, agatur. Ideò, ne quidem attendendo, usu facultatem acquirimus de distantiâ judicandi *ex axium directione*, quæ nobis sensibilis 1251.
est, quia à motu Oculi, nobis sensibili, pendet. Videmus ergo usum duorum Oculorum ad certam à se mutuò distantiam posito-

rum; *quamdiu* hæc *Oculorum distantia sensibilem rationem habet ad objectorum distantiam, de hac judicium satis certum est*.

1252. *De magnis distantiis*, si de objectis notis agatur, *judicium ex magnitudine apparente, Colore, & aliis circumstantiis, fertur*. Quod etiam Experientiæ debemus; nam omnia, quæ nobis nota sunt de objecto, in subsidium vocamus, ubi Mens distantiam illi tribuit.

1253. *De maximis distantiis impossibile est judicium, nisi ex diversis locis idem objectum observetur*.

1254. *Magnitudo apparens objecti pendet* à magnitudine picturæ in fundo Oculi; quæ ipsa pendet *ab angulo, sub quo objectum videtur*, id est, qui efficitur à lineis ab extremitatibus objecti ad Oculum ductis.

1255. *Magnitudo* hæc apparens distinguenda est à magnitudine, *quam Mens nostra tribuit objecto viso*; hæc ultima judicio nititur, quod non solam illam apparentiam pro fundamento habet, sed ex omnibus deducitur, quæ nobis de objecto nota sunt. Notum ex. gr. est unicuique, objectum eo minus apparere, quo magis distat; unde *pro majori distantiâ objecti*, si hæc nota sit, magnitudo apparens objecti *augetur*, in judicio Mentis; quod fit ne quidem ad illud attendendo, quia ab infantiâ semper ita egimus. Ideò idem objectum, ad eandem distantiam, diversæ apparet magnitudinis, si judicium de distanstiâ fuerit diversum.

1256. Exemplum notabile habemus in Sole & Lunâ; majores apparentes propè horizontem, quam ad majorem altitudinem; licèt,

cèt, ut Aſtronomis notum, pictura Solis in fundo Oculi ſit eadem in utroque caſu, & Lunæ pictura minor ſit, quando propè horizontem major apparet; de diſtantiâ judicium ferre non poſſumus (1253.); ſed major, ex interpoſitis campis & cœlo, hæc nobis videtur, quando Corpora illa obſervamus in horizonte, aut parum ab hoc remota. Hanc autem veram, & unicam hujus Phænomeni eſſe cauſam, immediatè patet, ſi per tubum eadem Corpora intueamur; diſtantia apparens tunc evaneſcit, & cum hac magnitudo, quæ ex ipsâ deducitur. Ab infantiâ autem continuò, & adhucdum omnibus momentis, ideam diſtantiæ cum augmento in magnitudine apparente jungimus, (quod ad verum de magnitudine judicium ferendum neceſſe eſt,) quo hæ ideæ ita intimè junguntur, ut ſeparari nequeant (1227.), ne quidem in illis caſibus, in quibus novimus illas nos in errorem ducere.

CAPUT IX.

De Viſione trans Vitra, & corrigendis quibuſdam Oculorum Vitiis.

OBjectum viſibile eſt, quia ſingula hujus puncta ſunt puncta radiantia (1220); 1257.
Punctum ergo *apparet in illo loco, ex quo Radii divergentes emittuntur* (1249.). Niſi quatenus, propter diverſas circumſtantias, aliam diſtantiam fingamus; nam de Viſione unico

Ocu-

Oculo in his tantùm agitur, & judicium est incertum. (1250.)

1258. *Si Radii, utcunque inflexi, divergentes Oculum intrent, dabitur punctum visibile in Radiorum puncto dispersûs*, eodem enim modo Radii hi Oculum intrant, ac Radii directè ex illo puncto procedentes; eademque, ut in Retinâ concurrant, Crystallini figura & situs requiritur: ita ut respectu Spectatoris non intersit, utrùm illi Radii deflexi, an hi directi, Oculum intrent; & idem motus detur in Oculo, cùm se constituit, ut Visio sit distincta. (1231. 1249.)

1259. *Punctum eo magis illuminatum apparet, quo plures Radii, ab hoc procedentes, Oculum intrant.*

1260. De magnitudine & distantiâ, quas objecto per Vitra tribuimus, nihil dicam; tantùm agam de magnitudine apparente, & de distantiis, ad quas puncta removentur, ex quibus Radii procedere videntur, quibus puncta objecti in Retinâ pinguntur. Reliqua omnia incerta sunt, &, quæ ab Opticis de hac materiâ traduntur, sæpe cum Experientiâ pugnant. Diversorum Hominum, in iisdem circumstantiis, diversa sunt de his judicia; & idem Homo, dum objecta æquè remota per idem Vitrum successivè intuetur, posito Oculo ad eandem distantiam, non semper eodem modo de ipsorum magnitudine & distantiâ judicat.

1261. Sed quantum de distantiâ incertum sit judicium, & aliter patet; videat quis objectum per Vitrum, & de distantiâ judicet, & dis-

po-

ponat ita objectum & Vitrum, ut punctum objecti videat in ipso Vitri limbo, dum nihil de objecto extra Vitrum percipitur; admoveat postea & aliud objectum ita, ut hoc extra Vitrum, eodem Oculo, quo objectum per Vitrum intuetur, percipiat, & quidem ita, ut objecta juncta appareant, & nihil de hoc objecto in Vitro videat, & ambo objecta in eodem plano appareant; si tunc remoto Vitro Spectator judicet de distantiâ ultimi objecti, non eadem hæc apparebit, quàm judicavit objecti, per Vitrum visi, distantiam.

Objecta visa per Vitrum planum, superficiebus inter se parallelis terminatum, ad minorem distantiam, quàm nudis Oculis, apparent. Sit A punctum visibile; Radii ex hoc procedentes, & in Oculum penetrantes, dantur inter A *b*, & A *b*; hi, refracti in Vitro V V, moventur per *b c*, *b c*, & exeunt per *c d*, *c d*, parallelas lineis A *b*, A *b* (1084.): quia autem *b c*, *b c* ad perpendicularem refringuntur (1080.), *c d*, *c d*, inter *b* A & *b* A cadunt, id est, sese mutuò secant in *a*, minus distanti quàm A; Punctum ergo dispersûs Radiorum, qui Oculum intrant, est *a*; in quo Punctum A apparet (1258.). 1262. TAB. XI. fig. 1.

Punctum hoc etiam *magis illuminatum apparet*. Nam omnes Radii inter A *b* & A *b* Pupillam intrant inter *d* & *d*; cùm verò lineæ A *b*, A *b* sint parallelæ lineis *c d*, *c d*, & hæ dentur inter illas, A *b* & A *b* continuatæ ultra *d* & *d* caderent; ideòque, sublato Vitro, Radii, qui nunc Pupillam intrant, majus spa- 1263.

ſpatium occuparent, & non omnes in Oculum intrarent. Omne punctum quod magis ad Oculum accedit, magis illuminatum apparet, & ita res in hoc caſu ſeſe habet; nam ſi Pupilla, manente hujus aperturâ, non magis à puncto A diſtaret, quàm nunc à puncto diſpersûs *a* removetur, iidem Radii Pupillam intrarent, quod ſequitur ex æqualitate angulorum *b* A *b*, *c a c*, quos efficiunt parallelæ *b* A, *c a*, & *b* A, *c a*.

1264. TAB. XI. fig. 6. *Magnitudo apparens objecti* (1254.) *augetur interpoſito Vitro plano*; objectum A E nudo Oculo videtur ſub angulo A *d* E; poſito verò Vitro V V, ob refractionem per A *b c d* & E *b c d*, videtur ſub angulo *c d c*, qui præcedente major eſt.

1265. *Augmentum magnitudinis apparentis* eo majus eſt, quo magis differunt anguli A *d* E & *c d c*; quorum differentia *creſcit* cum acceſſu interſectionum linearum A *d*, *b c*, & E *d*, *b c*, puncta *b* & *b* versùs; hoc obtinet *in acceſſu objecti ad Vitrum*; ideòque omnium maxima eſt, quando objectum Vitrum tangit; quod probat objecta ipſo Vitro incluſa etiam amplificata apparere.

1266. Et in genere, *poſito Oculo in medio minus refringente*, *objectum*, *quod in medio magis refringente collocatur*, *majus apparere*, *quod etiam Refractione appropinquatur*(1133.).Confirmantur hæc quotidianâ Experientiâ, reſpectu objectorum in aquâ viſorum.

1267. TAB. XI. fig. 7. Detur *Punctum* A *trans Lentem convexam* V V *viſum*, poſito objecto inter Vitrum & Focum parallelorum à parte Oculi proceden-

tium,

tium, Radii A*b*, A*b*, in *cd*, *cd*, minus divergentes exeunt, quasi nempe ex *a* procederent (1191.); ideòque punctum visibile *ad majorem distantiam removetur* (1258.).

1268. *Etiam magis illuminatum apparet*; nam transeundo per Vitrum ad se mutuò accedunt Radii (1188.), & in minus spatium rediguntur; quare etiam majori numero Pupillam intrant.

1269. Magnitudo apparens Objecti, si Oculus Lenti non applicetur, etiam augetur; id est, TAB. XI. fig. 8. & 9. *objectum*, in indicatis circumstantiis, sub majori angulo *trans Vitrum convexum* videtur, quod ex inspectione figurarum patet. Objectum AE nudis Oculis videtur sub angulo A*d*E, nunc autem sub Angulo majori *cdc*; nam (in fig. 8.) Radii A*b*, E*b*, convergentes, magis convergunt ex Lente exeuntes (1192.); aut (in fig. 9.) divergentes, convergentes ad Oculum perveniunt. (1191.) Idcircò objectum *amplificatum apparet*;

1270. sed ut jam monuimus (1260.) *non sequitur magnitudo, quam objecto tribuimus, eandem proportionem cum magnitudine apparente* (1255.); quare non inhæremus in explicandis quæ hanc spectant; hanc tamen proportionem in Scholiis Elem. determinamus.

1271. Non semper objecta per Vitrum convexum distinctè apparent. Nam *ut punctum distinctum appareat, requiritur, ut Radii, à puncto procedentes, divergentes Oculum intrent* (1257.); *&* *ut horum punctum dispersûs detur, respectu Spectatoris, inter limites distinctæ Visionis* (1258. 1239.).

Si

1272. Si objectum removeatur ultra Focum Radiorum parallelorum, à parte Oculi procedentium, Radii à puncto objecti manantes convergentes Oculum intrant, (1191. 1201.) qui casus nudis Oculis impossibilis est: in hoc Visio semper confusa datur.

1273. *Si in hoc casu ita removeatur Oculus, ut Radii, à puncto visibili procedentes, Refractione concurrant, antequam ad Oculum perveniant*, dantur in singulis punctis, in quibus Radii concurrunt, puncta radiantia; nempe Foci singulorum punctorum objecti, quibus objectum inversum in plano albo repræsentatur (1214.), & qui sunt puncta visibilia respectu Oculi, ad quem Radii post intersectionem pervenire possunt (1257.). In hoc casu *objectum inversum apparet*; quia objectum ipsum non videmus, sed hujus repræsentationem post Vitrum, quam inversam dari diximus (1214.); & hanc in Imaginatione ultra Vitrum transferimus.

1274. Nudis Oculis dixi casum impossibilem esse, in quo Radii, à puncto procedentes, convergentes Oculum intrant: ideòque Visionem talem semper confusam esse; quia nempe ad casum impossibilem Oculorum constructio non adaptatur: aliquando tamen, sed raro, & in hoc casu objecta distinctè videntur; quod cùm ex vitio Oculi oriatur, quo fere semper omnis distincta Visio nudis Oculis tollitur, ad has exceptiones Regulæ generalis attendendum non esse credidi.

1275. *Plerorumque Senum vitium in Oculis* est, quod

quod nisi objecta longinqua distinctè non videant, propinqua confusè; quod, *interposità Lente convexà*, vitium *corrigitur*. Radii, à puncto propinquo manantes, ultra Retinam concurrunt; per Vitrum convexum minus divergunt dum Oculum intrant, & in Oculo ad minorem distantiam à Cryftallino concurrunt; id eft, ad Oculum perveniunt, quasi à puncto remotiori, quod à Sene distinctè videtur, procederent.

Trans Lentem cavam objecta minus remota, minus illuminata, & minora apparent. 1276.

Radii A *b*, A *b*, & omnes intermedii, transeundo per Lentem cavam magis divergentes fiunt (1194.), & Oculum intrant quasi à puncto minus distanti *a* procederent (1122.); in quod punctum visibile transfertur (1258.). TAB. XI. fig. 10.

Ex Radiorum divergentià auctâ magis disperguntur Radii, & minori numero Oculum intrant; quod minuit puncti claritatem (1259.).

Minuitur etiam magnitudo apparens; quia Radii A *b*, E *b*, quibus extremitates objecti videntur, minus convergentes ad Oculum perveniunt (1195.), ideò angulus *c d c*, sub quo trans Lentem objectum videtur, minor eft angulo A *d* E, sub quo nudis Oculis apparet; & imminutum apparet objectum (1254.). TAB. XII. fig. 1.

Illis inservit Lens cava, qui objecta propinqua tantùm distinctè vident; Myopes vocantur; trans hanc Lentem puncta remota appropinquantur (1276.), & Radii, qui ante 1277.

Re-

Retinam concurrebant, magis divergentes Oculum intrantes, in Retinâ concurrunt.

Vitra dantur unicâ superficie planâ ab unâ parte terminata, ad aliam variis superficiebus quoque planis, sed angulos efficientibus; per has Radii, ab eodem puncto procedentes, diversas patiuntur Refractiones, & pro singulis superficiebus Oculum intrant juxta diversam directionem, & quasi à puncto diverso procederent: id est, pro eodem puncto varia dantur puncta dispersûs; & idcircò multiplicatum apparet: videtur nempe in singulis hisce punctis (1258.): quod cùm obtineat respectu singulorum punctorum objecti,

1278. *per* talem *Lentem polyedram objectum multiplicatum apparet*.

CAPUT X.

De Microscopiis & Telescopiis.

VItrorum, sphæricis superficiebus terminatorum, usus, in corrigendis Oculorum Senum & Myopum vitiis, vidimus (1275. 1277.). Quantum valeant, in minimis objectis detegendis, & in longè distantibus quasi sub Oculos ponendis, dicendum est.

1279. Vitra convexa objecta amplificare diximus (1269.); quæ amplificatio pendet à Refractione Radiorum, transeundo per Lentem convexam; unde sequitur illam augeri, si servatis iisdem conditionibus, Refractio auges-

geatur; quem effectum obtinemus, augendo convexitatem Lentis; quæ eò convexior est, quo superficies, hanc terminantes, sunt portiones minorum sphærarum; quod nisi in exiguis Vitris locum habere non potest.

DEFINITIO 1.

Tales *Lentes exiguæ Microscopia vocantur.* 1280.
Microscopio exigua objecta in immensum 1281.
amplificantur ita, ut quæ nudis Oculis detegi non possunt, hoc mediante, distinctissimè videantur.

DEFINITIO 2.

Spatium per Microscopium visum, id est, 1282.
circulus, in quo objecta per Microscopium visibilia sunt, vocatur Microscopii Campus.

Per Microscopium V si intueamur obje- TAB. XII. fig. 2.
ctum exiguum A E, in *a e* amplificatum apparebit. (1267. 1269.) (*Exp.*) Omnium autem distinctissimè objecta per Vitrum observamus, quando huic Oculum, quantum possumus, admovemus, & objectum ad justam distantiam collocamus; quod, in usu minimarum Lentium, omninò necesse est; aliter enim Campus evanescit.

Quando objecta minima, aut objectorum 1283.
partes tenuissimæ, examinantur, Microscopia hæc simplicia aliis sunt anteponenda; sed Campus exiguus admodum est, & Lentes omnium minimæ vix ullius usûs sunt, nisi iis, qui usu industriam acquisiverunt tractandi & Vitra & objecta.

Dantur & Microscopia composita ex duabus, aut tribus Lentibus, in quibus Cam-

pus major est quàm in simplicibus, & amplificatio major. Quo fundamento ipsa nitantur, dicam.

1284. TAB. XII. fig. 1. Detur Lens exigua, admodum convexa, V, ad talem ab hac distantiam detur objectum A E, ut singula hujus puncta post Lentem Focum suum habeant (1213. 1191.); admoveatur ita objectum, ut Foci removeantur ad *a e* (1191.); dabitur ibi objecti repræsentatio admodum amplificata, quæ, super plano albo si recipiatur, sensibilis fiet. (1214.) (*Exp.*)

Puncta singula hujus repræsentationis, quam in *a e* exhiberi ponimus, sunt puncta radiantia, & visibilia (1257. 1273.), si charta removeatur. Radii ab his procedentes per secundam Lentem OO transmittuntur, & Oculum intrant, quasi à punctis magis remotis, inter *a* & *e* dispositis, procederent (1267.); id est, Radii ab objecto A E procedentes, post Refractionem per ambas Lentes V & OO, Oculum intrant, quasi ex objecto in *a e* procederent.

1285. *Objectum* itaque *inversum, & multò magis amplificatum, per* hoc *Microscopium compositum apparet, quàm per Microscopium simplex.*

DEFINITIO 3. & 4.

1286. *In hoc Microscopio Lens minima, objecto vicina, vocatur Objectiva, alia Ocularis dicitur.*

DEFINITIO 5.

1287. *Pars superficiei Lentis objectivæ, quæ non tegitur, id est, per quam Radii, ab objecto procedentes, transeunt, vocatur Apertura Microscopii.*

Ne

Ne Lens ocularis nimium sit exigua requiritur : nam puncta repræsentationis *a e*, licèt sint puncta radiantia, non tamen omnes partes versùs Lumen emittunt; Radii soli, qui per Lentem objectivam transeunt, sese mutuò intersecant in singulis punctis repræsentationis *a e*; quæ ergo per Lentem ocularem visibilia non erunt, nisi Radii, per Lentem objectivam transeuntes, ad Lentem ocularem perveniant. *Campus* ideò *pendet à* 1289.
magnitudine hujus Lentis.

(1288. stands in the margin beside the first line of this paragraph.)

Oculus etiam ita *disponendus est*, ut omnes 1290.
Radii, qui ad Lentem ocularem pertingunt, & per hanc transeunt, ad Oculum perveniant; quod obtinemus, disponendo Oculum *in d*, *puncto*, *in quo Radii*, *à centro Lentis objectivæ procedentes*, *post ocularem colliguntur*.

Augeri potest ulterius amplificatio, additâ 1291.
secundâ Lente oculari convexâ; collocatur hæc in angulo O*d*O, ut *oo*, & Radii O*d*, O*d*, magis convergentes fiunt (1192.), & in *n* concurrunt, ubi Oculus collocandus est. Situs objecti A E quoque mutari parum debet, ut distinctè objectum adpareat.

Per Microscopia objecta satis illuminata apparent, quia hæc parum à Vitro distant, & ita Radii iidem per exiguam Lentem transeunt, qui ad distantiam majorem, nisi per majus foramen, non transirent. *Sæpe* tamen, 1292.
in maximis amplificationibus, *necesse est*, *ut objecta illuminentur Radiis*, *transeundo per Lentem convexam*, *collectis*.

Magnam cum Microscopio composito affi-

nitatem habet Telescopium Astronomicum.

DEFINITIO 6.

1293. *Telescopia vocantur instrumenta, quibus objecta longinqua distinctiùs apparent.*

1294. Illud de quo nunc agimus, vocatur Astronomicum, quia rebus terrestribus videndis minimè est aptum; objecta enim inversa repræsentat: de situ autem apparentiæ minimè solliciti sunt Astronomi.

1295. *Telescopium hoc constat ex duabus Lentibus convexis*; unâ objectivâ, quæ ad partem objectorum disponitur, alterâ oculari, quæ ad partem Oculi collocatur. Ope primæ, objecta longinqua ad certam distantiam post Lentem repræsentantur (1214.), ut in Microscopio composito objecta propinqua. Per Lentem ocularem si observetur hæc repræsentatio, amplificata & inversa apparet, ut de

1296. Microscopio dictum. *Campum* etiam in hoc casu, ut in Microscopio, *à magnitudine Len-*

1297. *tis ocularis pendere*, clarè liquet; ut & *situm Oculi eodem modo pro Telescopio, quàm pro Microscopio, determinari* (1290.); & ideò, propter longitudinem Telescopii, *Oculus ad sensum collocari debet in Foco parallelorum Lentis ocularis*. Differt Telescopium Astronomicum à Microscopio composito ex duabus Lentibus, in hoc solo, quod in Microscopio Lentes sint magis convexæ, quæ objectis longinquis videndis minimè sunt aptæ, præcipuè si ad Lentes objectivas attendamus. In Microscopio Lens objectiva ocularem convexitate superat; in Telescopio contrarium obtinet.

Te-

Telescopia, quantumvis longa, Sideribus observandis apta sunt: quæ viginti pedes excedunt, ad objecta in Terræ superficie videnda, nullius usûs sunt, propter Aëris continuam agitationem, in tantâ objectorum amplificatione nimium sensibilem. 1298.

Brevius autem *Telescopium Astronomicum*, *rebus terrestribus videndis*, *adaptatur*, *additis duabus Lentibus convexis*, quæ etiam oculares dicuntur. Tres autem oculares similes sunt, & Radios parallelos colligunt ad distantiam duplam illiûs, ad quam ocularis Lens Telescopii Astronomici, servatâ eâdem Lente objectivâ, ipsas colligere debet. 1299.

Detur Lens objectiva V, quæ objectum longinquum inversum repræsentat in *e a*; dentur ulterius Lentes oculares tres DD, DD, DD. Prima disponitur, ut Radii, à singulis punctis repræsentationis *e a* procedentes, paralleli ex Lente exeant (1191.): in hoc casu Radii, qui à puncto medio Lentis objectivæ procedunt, colliguntur in G: secunda Lens disponitur, ut Radii hi in G collecti, ibique sese mutuò intersecantes, & quasi ex hoc puncto procedentes, paralleli exeant (1191.); quibus positis, Radii à Vitro objectivo ad *e* pervenientes, ibique sese mutuò intersecantes, & punctum hoc repræsentationis objecti efficientes, per primam Lentem refracti, per G paralleli inter se moventur; per secundam Lentem refringuntur juxta directionem De, & in e colliguntur (1190.) ita, ut hoc punctum sit punctum novæ repræsentationis. Eodem mo- 1300. TAB. XII. fig. 4.

do puncto *a* primæ repræsentationis respondet punctum a secundæ repræsentationis; quod cùm etiam locum habeat respectu punctorum intermediorum, datur objecti repræsentatio erecta in a e. (*Exp.*)

Si repræsentatio a e observetur per tertiam Lentem ocularem, collocato Oculo in *o*, in quo colliguntur Radii paralleli a D, e D,
1301. *amplificatum, appropinquatum, & erectum* quoque *objectum apparet*; videtur enim sub angulo D*o*D, dum nudis Oculis sub angulo exiguo appareret, illo nempe, qui opponitur ad verticem angulo *e* V *a*. Etiam objectum appropinquatum habemus; non tantùm quia Radii in Oculum penetrant, quasi ab objecto, non admodum remoto a e, procederent, sed præcipuè, quia, propter amplificationem, in Imaginatione distantiam minuimus. (*Exp.*)

1302. *Singula* etiam *objecti puncta magis illuminata apparent*; Radii enim, qui ab aliquo puncto ad singula Lentis objectivæ puncta advenientes, in puncto repræsentationis sese mutuò intersecant, propter exiguam Lentis ocularis ab hac repræsentatione distantiam, parum disperguntur, antequam ad Oculum perveniant; ita ut omnes hunc intrent. *Est* itaque *Illuminatio per Telescopium, ad hanc nudis Oculis, ut superficies aperturæ Lentis objectivæ ad Pupillæ superficiem*. (1259.)

1303. *Construuntur* etiam *ex duabus Lentibus Telescopia, per quæ objecta erecta, illuminata, & amplificata, apparent*. Breviora hæc sunt; nam, propter arctum Campum, si longitudine

dine pedem unicum excedant, ferè nullius usûs sunt.

Sit VV Lens objectiva; repræsentatio inversa objecti distantis datur in *ea* (1244.); 1304. TAB. XII. fig. 5.
Lente cavâ DD intercipiuntur Radii ita, ut, qui à centro Lentis VV procedunt, inflectantur, quasi à puncto *f* procederent (1194.), eâdem Refractione Radii, concurrentes in *a*, divergentes fiunt (1195.), habentes punctum dispersûs in a; quod idem in singulis punctis repræsentationis *ea* obtinet, & loco hujus datur repræsentatio imaginaria, erecta, in ae; id est, Radii Oculum intrant, quasi ex objecto in ae procederent.

Radii, omni respectu, divergentes ex Lente *oculari* exeunt; Ideò, *quantum potest, Oculus* huic *Lenti admovendus est*. 1305.

Campus in hoc Telescopio pendet à magnitudine Pupillæ; etiam magnitudo Lentis objectivæ consideranda est; sæpe enim, in breviori Telescopio, majori Lente objectivâ instructo, Radii, qui à puncto objecti obliquè ad centrum Lentis perveniunt, ad Pupillam non pertingunt, dum Radii alii, ab eodem puncto procedentes, qui per Lentem transeunt peripheriam versùs, in Oculum penetrant. 1306.

LIBRI V.

Pars II. De Luminis Reflexione.

CAPUT XI.

De Luminis Reflexione & hujus Lege.

1307. LUmen à Corporibus opacis repercuti vidimus, & quidem in omnibus punctis omnes partes versùs (1213.). In causâ est inæqualitas superficierum, quæ constant ex innumeris planis minimis, quæ, in omnibus punctis sensibilibus, omnes partes versùs diriguntur; quod facilè intelligitur, si in superficie innumera hemisphæria aut polyedra minima dispersa concipiamus ita, ut integra superficies hisce tegatur. Tales verò esse Corporum superficies, deducimus ex Reflexione Luminis à *superficie politâ*, id est, cujus

1308. inæqualitates sunt sublatæ, quæ *unicam tantùm partem versùs*, *in singulis punctis*, *Lumen reflectit*; quod æquè in curvis ac planis superficiebus locum habet. Etiam à superficiebus minimè politis, Lumen maximâ copiâ *reflecti* illam partem versùs, ad quam, si politæ forent, in totum reflecteretur, quotidianis Experimentis extra dubium est.

TAB. XII. fig. 6. Sit Radius Luminis A C, obliquè in superficiem planam incurrens; sit ad hanc perpendicularis C O, & reflectatur Radius per C B, D E,

DEFINITIO.

Radius CB, vocatur Radius reflexus. 1309.
Angulus OCB est *Angulus Reflexionis*. (464.)

Radius reflexus est cum incidente in eodem plano perpendiculari ad planum reflectens. 1310.

Hujus enim *plani actio, quâ Lumen repercutitur, perpendiculariter dirigitur ad hoc planum,* quod sibi simile ponitur in omnibus punctis. 1311.

Angulus Reflexionis æqualis est Angulo Incidentiæ, ut Experientia docet. (Exp.) 1312.

Si Radius reflexus fiat Radius incidens, id est, si Lumen accedat per lineam BC, redibit per CA; id est, *primus incidens fiet reflexus*; ut patet ex æqualitate angulorum BCO, OCA. 1313.

Ex hac æqualitate angulorum Incidentiæ & Reflexionis, ulterius deducimus, *Lumen eâdem cum vi à Corpore post impactum recedere, quâ accessit*. Resolvatur motus per AC, cujus velocitatem hac ipsâ lineâ repræsentamus, in duos motus per AO & OC (458.), positis AO ad planum reflectens parallelâ, & OC ad hoc perpendiculari; continuetur AO. Motus juxta hanc directionem non mutatur ex plani actione: sint ideò AO & OB æquales; si Lumen recedat à plano eâ cum vi, cum quâ accessit, motus ex repulsione repræsentatur per CO, & in hoc casu Radius reflexus transit per B (179.); id est, angulus OCB æqualis est angulo OCA (4. El. 1.), quod cum Experimento congruit. 1314.

Circa Luminis Reflexionem observamus, *Lumen non incurrere in partes solidas Corporum,* 1315.

rum, dum ab his reflectitur, sed ibi reflecti; ubi liberrimè transire potest. Variis illud demonstrabo Experimentis, quibus aliæ miræ Reflexionis proprietates deteguntur.

1316. Quotidianum est Experimentum à nemine non observatum, *Lumen*, dum per medium quodcumque movetur, ex. gr. vitrum, aquam, aërem, sensibilem & regularem non pati Reflexionem; ibi autem *reflecti*, *ubi duo media, quæ diversas vires refringentes habent, separantur*; sic in superficie aquæ, aut vitri, reflectitur.

An tantâ copiâ Lumen, ubi media separantur, in horum particulas potest incurrere, dum per utrumque, per spatium magnum, in has non incurrendo, movetur? An tales particulæ majori numero in superficie dantur quàm alibi?

1317. *Lumen* etiam *majori copiâ reflectitur, in medio magis refringente, incurrendo in superficiem medii minus refringentis, quàm contra in minus refringente, si reflectatur à superficie medii magis refringentis*. Si in loco obscuro, in quo Lumen per foramen intrat, detur prisma triangulare vitreum, & Lumen in prisma penetret; si in prismate, ad vicinum latus perveniens, efficiat angulum Incidentiæ majorem grad. 40., in totum reflectitur, & nihil in aërem penetrat; Lumen autem in aëre à vitro nunquam in totum reflectitur. (*Exp.*)

1318. Si Reflexio fiat ex impactu Luminis in partes solidas Corporum, plures tales dantur partes in aëre, quàm in vitro; nam si ab ipso vitro Lumen in hoc reflecteretur, ad

ad separationem mediorum Lumen nunquam pertingeret: ex vitro etiam Lumen posse exire, ubi reflectitur, in Exp. memorandis probatur. In viciniis idcircò vitri tot requiruntur partes in aëre, ut Lumini via non detur, & omne in vitrum reflectatur: tales tamen non dari patet; quia per aërem juxta omnes directiones ad vitrum usque pervenit Lumen, & vitrum intrat. Etiam in eodem loco superficiei, separantis vitrum & aërem, Lumen ab una parte accedens reflectitur, dum, quod à parte oppositâ advenit, transmittitur. Quod clarè probat Lumen ibi reflecti, ubi transire potest.

Si in Experimento memorato minuatur Luminis obliquitas, hoc pro parte in aërem 1319. transibit. (*Exp.*) Quis concipiet Lumen, quod ex vitro in aërem transit, & in partes solidas non incurrit, illud totum, si paululum augeatur obliquitas, incurrere in tales partes; cùm in utroque medio, ut dictum, meatus juxta omnes directiones dentur?

Si quando Lumen in totum in vitro reflectitur, loco aëris aqua vitrum tangat, Lu- 1320. men, quod in aërem impingendo, in totum reflectebatur, nunc in aquam incurrens, pro parte in hanc penetrat, & pro parte tantùm reflectitur. (*Exp.*)

Experimentum eodem modo procedit, quamvis angulus Incidentiæ superet 40. gr. si modo 60. gr. non excedat. Sed eo magis illud sensibile est, quo angulus hic inter dictos limites minor est. Hoc Experimentum cum Reflexione, ex impactu in partes solidas, minimè congruit.

In

In Parte sequenti hujus Libri etiam videbimus, tenues Laminas, quæ Lumen reflectunt, illud transmittere, si crassiores fiant.

Probat etiam hoc Experimentum ultimò memoratum, *Vim reflectentem eo esse majo-*
1321. *rem, quo major est Refractio in superficie reflectente*; vitrum enim & aër, magis quàm illud cum aqua, vi refringente differunt.

Ex hoc Experimento etiam deducimus,
1322. *Reflexionem fieri ex eâdem vi, quâ Radii refringuntur; quæ in diversis circumstantiis varios edit effectus.*

1323. Radius, qui ex medio magis refringente in minus refringens transit, attractione illius medii à perpendiculari recedit (1081.); si incidentis obliquitas augeatur, augetur & refracti obliquitas, donec tandem hic, in ipsâ superficie media dirimente, moveatur. Quod obtinet, quando sinus anguli Incidentiæ est ad sinum totum, ut sinus incidentiæ in priori medio, ad sinum Refractionis in secundo; in hoc enim casu angulus Refractionis est rectus. Si ulterius incidentis Radii obliquitas augeatur, Radium in minus refringens medium non posse penetrare clarè patet; hicce est casus, in quo Lumen omne reflectitur; quæ Reflexio pendet ab attractione quâ Radii refringuntur.

TAB. XII. fig. 7. Sit EF superficies, quæ medium X magis refringens à minus refringente Z separat; ponamus spatium attractionis (1087.) terminari superficiebus GH, IL; si Radius, ut AB, attractione medii X satis incurvetur, ut, antequam per totum spatium attractio-

ctionis penetraverit, tangens ad curvam parallela sit superficiei media separanti, curva continuata regreditur; ideòque Radius reflectitur per C D, ex attractione medii, cujus actio in Lumen oppositam superat. Hæc curvæ continuatio similis, & æqualis est primæ portioni, & efficit angulum Reflexionis æqualem angulo Incidentiæ; quia per eandem partem spatii attractionis Lumen redit, & eædem vires attrahentes in punctis respondentibus portionum curvæ in Lumen agunt. Sic Corpus projectum, in ascensu & descensu, curvas similes & æquales describit.

Cùm nunc Reflexio Luminis, in hoc casu, evidentissimè tribuenda sit ipsi causæ Refractionis, quis suspicari poterit, imminutâ inclinatione, ita ut Radius pro parte transeat, aliam causam esse quærendam (7.)?

Non tamen *omnem Reflexionem ab hac attractione eodem modo pendere*, clarum est; nam 1324.
in eo casu in quo Refractio datur, Lumen pro parte reflectitur; ne quidem in totum ex medio minus refringente in magis refringens penetrat Lumen; nam & in hoc casu, in quo attractio quàm maximè Reflexioni opponitur, quidam Radii repercutiuntur; qui effectus repulsioni, quam quoque agere vidimus ubi attractio datur (1067.), tribuendus est.

Ex his omnibus sequitur, *Reflexionem, in* 1325.
Omni casu, cum vi refringente relationem habere.

Ideò *ubi Lumen sine Refractione transit, ibi* 1326.
non reflectitur (1316.); *ubi autem Refractio maxima est, ibi etiam Reflexio fortior* (1321.).

Po-

Posito Lumine in aëre, superficies vitri fortiùs reflectit, quàm aquæ; adamantis superficies iterum fortiùs. Immersis in aquam vitro & adamante, in separatione horum Corporum cum aquâ vis refringens minor est, quàm in viciniis aëris, & eorundem Corporum: minus etiam fortiter in aquâ, quàm in aëre, reflectunt Lumen hæc Corpora. In vitro si Lumen moveatur, & in aëris superficiem incurrat, ad minorem obliquitatem omne reflectitur, quàm quando in superficiem aquæ incurrit. (1320.)

Concludimus ex explicatis huc usque de Reflexione, hanc non dari in ipsâ superficie
1327. Corporum; sed *Lumen repercuti ad certam distantiam à Corporibus*, eodem modo ac vis refringens ad certam à Corpore distantiam agit; quam propositionem etiam deducere possumus ex Reflexione Luminis à superfi-
1328. ciebus arte politis; *Corpora* enim, *arte polita, regulariter Lumen reflectere* observamus, *licet in horum superficiebus innumeræ dentur rasuræ*: nam pulveris attritu poliuntur, & quantumvis sint exiguæ hujus particulæ, respectu Luminis rasuras magnas in superficie relinquunt; unde in ipsâ superficie Reflexio necessariò irregularis est; si autem ad exiguam à superficie distantiam Reflexionem fieri concipiamus, minuuntur, & ferè in totum tolluntur irregularitates; ut attendendo facilè detegitur.

CA-

CAPUT XII.

De Speculis planis.

Sit *b e* superficies Speculi plani; A punctum radians. *Continuetur planum Speculi, & ad hoc à Radiante* A *dimittatur perpendicularis* *A C*; *si continuetur hæc, & fiat* *C a æqualis C A*, *erit a Punctum dispersûs reflexorum Radiorum ex A procedentium.* 1329. TAB. XII. fig. 1.

Sit A *b* Radius incidens; *b f* Radius reflexus; 1330.
continuetur hic ultra Speculum; propter angulos Incidentiæ & Reflexionis æquales inter se (1312.), æquantur etiam horum complementa anguli A *b* C, *f b d*; huic æqualis est oppositus ad verticem *a b* C (15. El. 1.); Triangula A *b* C, *a b* C rectangula habent latus commune C *b*, & angulos æquales C *b a*, C *b* A; in omnibus ergo conveniunt, & sunt æquales inter se C A & C *a* (26. El. 1.); quæ demonstratio omnibus aliis Radiis, ex A profluentibus, applicari potest, in quocunque plano, perpendiculari ad planum Speculi, concipiantur. Idcircò ubicunque Spectator detur, si ad hunc Radii reflexi perveniant, Oculos intrabunt, quasi ex *a* procederent; & in hoc puncto apparebit punctum A (1258.);
hujus autem *puncti apparentia eundem situm* 1331.
habet respectu Speculi, ad partem posticam, quàm habet ipsum punctum radians ad partem anticam.

Quod si applicetur ad singula puncta objecti,

1332. cti, patebit, *objectum post Speculum apparere in eo situ, in quo reverâ datur ante Speculum*.

1333. Si plura Specula dentur, & Lumen, ab uno repercussum, in aliud incurrat, ut locum in quo objectum apparet detegamus, imaginem, in primo Speculo, habemus pro objecto respectu secundi, & sic de sequentibus. Hæc sola Regula sufficit, ut omnia Speculorum planorum, utcumque combinatorum, phænomena explicentur.

CAPUT XIII.

De Speculis sphæricis convexis.

1334. OMnis superficies sphærica considerari potest, quasi formata ex innumeris superficiebus planis minimis (1139.); & planum, sphæram in puncto quocunque tangens, est quasi continuatio talis plani exigui.

1335. Specula sphærica sunt aut *cava* aut *convexa*.
Prima formantur ex portione sphæræ cavæ & politæ.
Secunda sunt portiones sphærarum ab exteriori parte politarum.

1336. *Radius in Speculum quodcunque sphæricum incidens, cum suo reflexo, datur in plano, quod continuatum per sphæræ centrum transit* (1310.), est enim tale planum ad superficiem sphæræ

1337. perpendiculare. *Linea, quæ per centrum sphæræ & punctum Incidentiæ ducitur, continuata, cum Radio incidente & reflexo angulos æquales effi-*

efficit (1312.), nam linea hæc est perpendicularis ad superficiem, & hi sunt anguli Incidentiæ & Reflexionis: ideòque *Radius per centrum transiens, aut qui continuatus per centrum transiret, reflexus in se redit.* 1338.

Sit R punctum radians; G*a*G est Speculum convexum; C centrum sphæræ; & GD pars sectionis sphæræ continuatæ: sint R*a*, R*b*, R*c*, R*d*, Radii incidentes, reflexi erunt *a*R, *bn*, *cm*, *dl*, (1337.). TAB. XII. fig. 2.

Si à puncto radiante R *ducatur tangens ad Speculum*, Radius reflexus erit continuatio incidentis, aut potius *in puncto contactûs terminatur Radiorum Reflexio.* 1339.

Si Radii a Speculo convexo reflexi, ut *ld*, *im*, *nb*, R*a*, *retrorsum continuentur* cum omnibus intermediis, vicini concurrunt post superficiem Speculi, & *intersectionibus suis efficiunt curvam* FG, quam omnes hi Radii tangunt; & Radii vicini sese mutuò intersecant in ipsâ peripheriâ curvæ ita, ut semper Oculum intrent, quasi à puncto peripheriæ procederent; *in qua* ideò *Imago puncti* semper *datur* (1258.), *quamdiu* reflexi ad Oculum pervenire possunt, & *Oculus movetur in plano, quod per centrum sphæræ transit: Remoto* verò *Oculo ex hoc plano, in aliâ curvâ apparet Radians*; quia tales curvæ dantur in singulis planis, quæ per lineam RC concipi possunt. 1340. 1341.

Si Oculus detur in Linea *dl*, punctum *f* curvæ, ex quo Radii procedere videntur, determinatur hac proportione: Continuatur incidens Radius R*d* ad D; notatur punctum *e* ita, ut *de* quartæ parti chordæ *d*D æqua- 1342.

lis sit; & R*e* est ad R*d*, ut *de* ad *df*. Quod in scholiis Elem. demonstramus.

1343. Si Radii sint directi, id est, inter hos detur R*a*, qui continuatus per C transiret, R E & R F in eâdem lineâ dantur (1338.), estque *a* F minor *a* E, quæ quartam partem diametri valet.

1344. *Punctum F coincidit cum E, quando R in infinitum removetur*; tunc enim R*a*, R E, pro æqualibus haberi debent.

1345. *Punctum F est omnium punctorum curvæ, quod maximè à superficie Speculi distat.*

Positis nunc punctis radiantibus quibuscunque, omnes horum punctorum curvæ, & quidem integræ, dantur intra sphæram;
1346. & ideò *omnia objecta post Speculi superficiem apparent*.

Si punctum R moveatur circa Speculum, eodem motu fertur tota curva G F G; ideò adscendente Radiante adscendit repræsenta-
1347. tio, & vice versâ; & *objecta erecta apparent*.

Quantumvis magnum sit spatium ab objectis occupatum, punctorum omnium apparentiæ arcto in campo includuntur (1344.).
1348. Unde sequitur *imminuta apparere objecta*.
1349. *Si moveatur Oculus, movetur & objecti apparentia, cujus figura etiam mutatur*: singula enim puncta visibilia per suas curvas moventur, & quidem inæqualiter, pro diverso Oculi situ, respectu singularum curvarum; unde necessariò figura mutatur. (*Exp.*)

CA-

CAPUT XIV.

De speculis Sphæricis cavis.

S*It bd Speculum cavum*, sphæræ centrum 1350. TAB.XIII. fig. 1.
est C; *cadant in Speculi superficiem Radii paralleli, directi*, inter quos nempe detur C*d* per centrum transiens; Reflexione hic in se redit (1338.), & *Radii vicini, reflexi, convergentes sunt*, & cum hoc *concurrunt in Focum F, punctum medium inter d & C.*

Sit A*b* Radius parum à C*d* distans, ducatur semidiameter C*b*; angulus Incidentiæ erit A*b*C, cui æqualis est angulus Reflexionis C*b*F (1337.), ut & angulus alternus *b*CF (29. El. 1.); est ergo isosceles triangulum *b*FC, & latera FC & F*b* sunt æqualia (6. El. 1.): propter arcum *bd* exiguum, F*d* & F*b* sensibiliter non differunt; ideò FC & F*d* sunt æquales: quæ demonstratio omnibus Radiis à C*d* parum distantibus competit. 1351.

Si Radii paralleli magis à C*d* distent, in F non conveniunt; omnes tamen in circellum exiguum concurrunt, cujus diameter à magnitudine Speculi pendet. 1352.

Hoc fundamento nituntur *Specula caustica*, quæ *Radios solares* parallelos *in Focum colligunt*. Detur Speculum concavum ex metallo aut vitro, Hydrargyro à posteriori parte induto. Exposito Speculo Radiis solaribus ita, ut Radius, qui ad Speculi punctum 1353.

medium pertingit, ad superficiem sit perpendicularis; cùm omnes alii huic sint paralleli, colliguntur in Focum, ad distantiam à Speculo quartæ partis diametri sphæræ, *ibique violenter urunt*. (Exp.)

Si consideremus Radios à C*d* remotos & huic parallelos, si vicini fuerint, reflexi sese mutuò intersecant, antequam ad C*d* perve-
1354. niant; & in hoc casu, id est, *ubi incidentes paralleli obliquè in Speculum impingunt, parum dispersi Reflexione in unum punctum colliguntur*.

1355. *Si Focus, in quo Radii paralleli à Speculo cavo colliguntur, fiat punctum Radians, Radii parum dispersi, reflectuntur paralleli inter se*. (1350. 1313.)

1356. Ex hisce Speculi cavi proprietatibus deducimus methodum repræsentandi objecta in loco obscuro, similem illi, quam antea, adhibitâ lente convexâ (1214.), exhibuimus.

TAB. XIII. fig. 2. Detur foramen F in pariete; sit ab Speculum cavum, ita dispositum, ut Radii per F transeuntes, & ad parietem perpendiculares, sint directi, & si paralleli sint, post Reflexionem colligantur in centro foraminis: Radii, qui ab objectis repercussi in hoc centro sese mutuò intersecant, perpendiculariter ad parietem reflectuntur. (1335.)

Sint AF Radii à puncto objecti longinqui manantes, quos propter puncti distantiam pro parallelis habemus; inter hos ille, qui per foraminis centrum transit, a Speculo reflectitur perpendiculariter ad parietem (1335.), & cum hoc reliqui Radii ex eodem puncto procedentes. colliguntur in *a*, ubi

ubi puncti repræsentatio datur (1354.). Eodem modo Radii per BF, ab alio puncto profluentes, colliguntur in *b*; quod cùm respectu omnium punctorum objecti locum habeat, singula Focum suum habent. Omnes autem hi Foci, ad sensum, in ipsam superficiem parietis cadunt (1354.), & ibi objecti picturam exhibent, vividis coloribus distinctam, si paries albus fuerit, & objectum Solis Radiis illustratum. (*Exp.*)

Sit Speculum cavum a d; centrum cavitatis 1357.
C; *punctum Radians* R, *ultra centrum* C *à* TAB.XIII. fig. 1.
Speculo distans; *Radii* incidentes R*a*, R*b*, R*c*, R*d*, quorum *reflexi a* C,*bg*, *c b*, *d i*, cum intermediis, *mutuis intersectionibus*, *efficiunt curvam* F*fl*, *quam omnes tangunt*; *Punctum* ideò R *in hac curvâ apparet* (1257.), *& translato Oculo* in plano curvæ, *apparentia* per hanc curvam *transfertur*, ut de Speculis convexis diximus (1340.).

Eodem modo, ut de Speculis convexis ex- 1358.
plicavimus, punctum visibile detegimus. Si Oculus detur in lineâ *di*, juxta quam reflectitur Radius incidens R*d*, qui sphæram continuatam secat in D, sumtâ *d*E æquali quartæ parti chordæ D*d*, erit RE ad R*d* ut *d*E ad *df*, ut de Speculo convexo diximus (1342.).

In singulis autem planis, quæ per CR concipi possunt, talis datur curva; omnes concurrunt in lineâ *a*CR, nempe in F. *In* 1359.
hoc puncto F *ergo maximâ copiâ colliguntur Radii reflexi*, *quod* ideò *vocatur Focus Radiorum ex* R *profluentium*. Vice ver-

sâ R est Focus , posito Radiante in F (1313.).

In hac figurâ pars curvæ, quæ ab unâ parte lineæ RC datur, tantùm delineata est; pars similis ad aliam partem concipi debet; ambæ junguntur in Foco puncti Radiantis.

1360. *Recedente puncto Radiante, ad Speculum accedit curva.*

Accedente Radiante, recedit à Speculo curva, & ipsum Radians versùs movetur, donec
1361. *in Centro* C concurrant; in quo *si detur Radians, omnes Radii reflexi cum incidentibus coincidunt* (1338.), & tota curva quasi coacta est in ipso centro.

1362. *Si* ulterius accedat *Radians*, ut *inter centrum & Speculum detur*, magis etiam recedit *curva*, quæ tunc *ultra centrum datur*, & in curvâ omnium maximè recedit punctum, in quo omnes curvæ, quæ in variis planis concipiuntur, concurrunt, id est, Focus puncti Radiantis, qui ad distantiam infinitam datur,
1363. *quando Radians distat à Speculo quartâ parte diametri sphæræ* (1351. 1355.). Tuncque *curva in infinitum extenditur, & duæ partes*, quæ in Foco Radiantis concurrunt, *separantur*; ta-
1364. lis pars separata videtur in a a; *si magis acce-*
TAB.XIII. fig. 4. *dat Radians, magis à se mutuò declinant curvæ partes*, quia Radii ut A*b* cum vicinis reflexi curvam non tangunt, sed divergentes sunt; id est, reflexi ultra Speculum continuati sese mutuò intersecant, *& efficiunt novam curvam post Speculum, quæ constat ex duobus cruribus*, quorum unum videtur in *a a*;

con-

concurrunt in lineâ CA continuatâ, nempe in *a*, & recedendo à Speculo in infinitum porriguntur.

Datur ab utrâque parte puncti radiantis, in superficie punctum ut *d*, quod separat Radios efficientes curvas *a a* & a a; cujus puncti determinationem in Scholiis Elem. demonstramus. 1365.

Radiusque A*d* reflexus in *dg* neutram curvam tangit, si utramque partem versùs *g*, *g*, in infinitum continuetur, licet continuò magis ad utramque curvam accedat. 1366.

Si tota sphæra absolveretur, respectu partis oppositæ sphæræ, ultra centrum distaret Radians, & Radii reflexi efficerent curvam, de quâ antea (1357.), quâ conjungerentur crura separata ut a a. His præmissis phænomena Speculorum concavorum explicanda sunt. 1367.

Si Corpore lucido illuminetur Speculum, Radii à singulis punctis Corporis manantes, reflexi curvas efficiunt, sed *maximâ copiâ in horum punctorum Focis colliguntur* (1359.); *si* ideò *Foci hi in superficie plani albi dentur, dabitur ibi Corporis lucidi repræsentatio*, ut in n. 1209. & quidem *inversa;* nam linea quæ jungit punctum Radians cum suo Foco, transit per centrum sphæræ (1359.), in quo idcircò omnes tales lineæ sese mutuò intersecant, & hæc intersectio datur inter punctum Radians & Focum (1362.), in quo punctum repræsentatur. *Accedente autem ad Speculum Corpore lucido*, recedit *apparentia* (1360.) quæ in eo casu *major est*. (Exp.). De determinandâ hu- 1368. 1369.

jus distantiâ in Scholiis Elem. agimus, in quibus etiam varia habentur, quæ memoratas spectant curvas.

1370. TAB.XIII. fig. 3. *Objecta, ultra centrum posita, inter Speculum & centrum videntur*, nam singula puncta

1371. in curvâ ut F*l* apparent (1357.), etiam *imminuta & inversa sunt objectorum idola*: nam in arctum spatium rediguntur, & in descensu puncti R adscendit repræsentatio hujus: curva enim F*l* eundem servat situm respectu RC*a*, quæ rotatur circa centrum C. (*Exp.*)

1372. *Repræsentatio puncti, in centro sphæræ positi, cum ipso puncto Radiante coincidit, & ab hoc quasi absorbetur* (1361.).

1373. *Posito Oculo in hoc centro nullum objectum ab hoc poterit videri*; soli enim Radii ab Oculo procedentes ad ipsum reflectuntur. (1338.) (*Exp.*)

1374. *Si objectum detur inter centrum & punctum, in quo Radii paralleli reflexi colliguntur, apparet* etiam *objectum extra Speculum, ad majorem distantiam à Speculo, quàm ipsum objectum* (1362.). *Inversa est repræsentatio*, quod eodem modo probatur ac in n. 1371; & *amplificatur*, quia hæc magis removetur à centro, quàm ipsum objectum ab hoc distat; in infinitum enim à centro recedit repræsentatio, dum objectum quartam partem diametri sphæræ percurrit. (*Exp.*)

1375. TAB.XIII. fig. 4. *Si objectum non distet à Speculo quartâ parte diametri sphæræ, pro diverso Oculi situ, aut ante aut post Speculum objectum apparet*. Posito Oculo, ut Radii reflexi ad hunc perveniant,

niant, qui formant curvam *aa*, ut *f* versùs, videbit objecti apparentiam ultra Speculum (1364.) amplificatam; quia curvæ ut *aa*, quæ ad varia puncta pertinent, divergentes sunt. (*Exp.*)

Si ad Oculum perveniant Radii efficientes curvam a a, objectum extra Speculum apparet: & *in utroque casu repræsentatio est erecta*; 1376.
adscendente enim aut descendente puncto A, eodem motu curvæ *aa*, a a, in quibus repræsentatur, agitantur. (*Exp.*)

Si Oculus detur in puncto, in quo Radii reflexi pertinentes ad utramque curvam sese mutuò intersecant, ut in O, *duplex aut tri-* 1377.
plex dari potest objecti apparentia. (Exp.) Sed hoc contingere non potest, si Speculum ex nimium exiguæ sphæræ portione efficiatur.

Facilè patet in omni casu, apparentiæ puncta non eandem inter se habere relationem, quam habent objecti puncta; ideòque *Specu-* 1378.
lum cavum nunquam objectum exactè repræsentare; maximè tamen irregularis repræsentatio est, quæ datur in lineis ut a a.

Dantur & Specula cylindrica convexa & 1379.
cava, ut & conica convexa; uno respectu sunt plana, alio respectu sphærica; idcircò objectorum repræsentatio admodum irregularis est, quæ irregularitas, cùm à regulari figurâ pendeat, determinari potest, & figuræ delineantur, quæ dum revera irregulares sunt, in tali Speculo, in determinato Oculi situ, regulares videntur. (*Exp.*)

Spe-

1380. Speculorum cavorum proprietate superiùs memoratâ (1350.) nituntur Telescopia Catoptrica, Gregoriana & Newtoniana, à suis inventoribus dicta; aliis, de quibus antea locuti sumus, perfectiora sunt; de his agimus in Elem.

LIBRI V.

Pars III. De Opaco & Coloribus.

CAPUT XV.

De Corporum Opacitate.

1381. N*Ullum datur Corpus, cujus partes minimæ non sint pellucidæ*; hoc in dubium nemo vocabit, qui Microscopiis sæpe usus est: partes quædam metallicæ, quæ licèt exiguæ, Lumen non transmittunt, si in menstruis dissolvantur, id est, in partes multò minores dividantur, translucidæ fiunt.

1382. Partes Corporum omnium minimæ, id est, quæ ultimos aut minimos poros separant, sunt perfectè solidæ, de hisce hic non agitur; sed ex partibus his, relictis interstitiis, partes efficiuntur majores, quæ relictis majoribus interstitiis conjunguntur, & ex quibus fortè majores partes efficiuntur, quæ iterum formationi majorum inservire possunt, & sic ulterius, crescentibus ipsis partibus & interstitiis inter has. Quando de partibus minimis loquimur, intelligimus partes admodum exiguas, quarum pori certam non superant

ma-

magnitudinem, & per poros intelligimus interstitia, poris ipsarum partium majora, quæ inter ipsas has partes habentur.

Facili etiam Experimento probatur, Lumen per pleraque Corpora opaca transire posse. In cubiculo obscuro, in quo Lumen solare per foramen intrat, si tegatur foramen laminâ tenui ligneâ, per hanc transibit Lumen (*Exp.*); manus ipsa foramini applicata Lumen omne non intercipit. Hoc autem Experimento perfectè esse translucidas partes in Corporibus opacis non probatur; hoc enim in minimis partibus tantùm obtinet. 1383.

Opacitas non oritur, ut vulgò creditur, *ex eo, quod viæ, per quas Lumen transire posset, obturentur à materiæ particulis*, per singulas enim Corporis partes minores Lumen transit; inutilis etiam ad Opacitatem talis est Luminis interceptio; ad Opacitatem requiritur Luminis reflexio & deflexio à lineâ rectâ, ad quod separatio duorum mediorum tantùm requiritur. (1316, 1326.) 1384.

Concipiamus Corpus constans ex particulis minimis, perfectè translucidis, quales sunt particulæ ex quibus Corpora constant (1341.), poris inter se separatis; interstitiaque aut vacua dari, aut repleta medio, quod vi refringente differt cum ipsis particulis: Si Lumen in hoc Corpus penetret, omnibus momentis incidet in superficiem media, quæ vi refringente differunt, separantem; innumeras ergo patietur divisiones, dum singulis vicibus reflectitur & refringitur, (1316. 1326.), & in Corpore dispergitur, ita ut facilè omne in- 1385.

intercipiatur. Quoddam sæpe transit, sed turbato omninò motu rectilineo (1343.).

1386. Videmus ergo *Opacitatem à poris pendere*; *repletis* enim *poris*, *medio ejusdem vis refringentis cum particulis ipsis in Corpore*, nullam in Corpore Lumen patietur reflexionem, aut refractionem, sed rectâ transibit; & *Corpus erit translucidum*.

1387. Charta, si aquâ madefacta fuerit, magis fit translucida; hæc implet poros, & minus quàm aër densitate cum particulis chartæ differt. Oleum eundem edit effectum. (*Exp.*)

1388. Variæ laminæ vitreæ, quæ, ad se mutuò applicatæ, omnes simul crassitie duos pollices non æquant, minus erunt translucidæ, propter aërem interjectum inter laminas, quam frustum ejusdem vitri, cujus omnes partes cohærent, & quod crassitie duos pollices excedit. (*Exp.*)

1389. Dentur ex vitro, ex quo Specula efficiuntur, laminæ tres ad se invicem applicatæ, quarum quatuor superficies, in quibus applicatio datur, attritu arenæ asperæ factæ sunt; exteriores duæ sunt politæ. Laminæ hæ sunt opacæ. Si tunc dictæ asperæ superficies oleo terebinthinæ illiniantur, & iterum ad se invicem applicentur, translucidæ fiunt lamellæ; non tamen perfectè, quia oleum cum vitro non accuratè vi refringente congruit; in transitu Luminis ex illo oleo in vitrum, sinus incidentiæ & refractionis sunt proximè ut 60. ad 59. (*Exp.*)

Confirmantur ulterius, & extra omne dubium

bium ponuntur, quæ de Opacitate dicta sunt, innumeris Experimentis, quibus *Corpora perfectè translucida*, *separatione partium*, non interveniente Corpore ullo opaco, *opaca fiunt*. 1390.

Agitetur liquidum quodcunque, perfectè translucidum, quod in spumam potest converti, donec in bullas extensum sit, statim opacum erit, ex interstitiis aëre repletis. (*Exp.*) 1391.

Resina terebinthina, & aqua, sunt Corpora translucida; commixta Corpus efficiunt opacum. (*Exp.*) 1392.

Aqua & oleum commixta sunt opaca; licèt separata sint translucida. (*Exp.*) 1393.

Vitrum quantumvis translucidum, si in pulverem redigatur, fit opacum. Etiam ex rimis in vitro hoc opacum est. (*Exp.*) 1394.

In hisce omnibus clarè videmus Opacitatem dari, quia inter partes translucidas interjacet medium diversæ vis refringentis, quod etiam in nubibus observatur, quæ opacæ sunt ex aëre inter aquæ particulas interposito. 1395.

Si hisce addamus, quæ de tenuium Laminarum Coloribus in sequentibus explicabimus, nova habebimus Experimenta, quibus solis plenissimè probatur Corpora Lumen intercipere, quia ex particulis tenuibus, medio, quod vi refringente cum ipsis particulis differt, circumdatis, constant. 1396.

Corpora quædam opaca exiguam Luminis copiam reflectunt, reliquum Lumen, innumeris divisionibus, quas in reflexionibus & refractionibus memoratis patitur, in Corpo- 1397.

re

1398. re extinguitur; talia sunt *Corpora* nigra; si *perfectè nigra* darentur, *nullum reflecterent Lumen*; Corpus enim omne, si nullo illustretur Lumine, & ita nullos Radios reflectat, nigrum apparet.

Corpora reliqua opaca Coloribus variis tincta videntur, quædam etiam translucida Coloribus tinguntur: Unde hi oriantur, examinandum nunc est.

CAPUT XVI.

De diversâ Radiorum solarium Refrangibilitate, & illorum Coloribus.

Corpora variis Coloribus ornata apparent, licèt iisdem Radiis solaribus, qui ab illis reflectuntur, illuminentur: multa prætereà Lucis phænomena circa Colores, minimè negligenda, dantur.

1399. In his ad tria attendendum est; 1. Ipsi Radii examinandi sunt, ut à Sole profluunt. 2. Perpendendi sunt Radii post reflexionem. 3. Inquirendum in constitutionem superficierum Corporum diversè coloratorum.

1400. Quod Radios spectat, prima horum proprietas hic notanda est, *non omnes Radios, in circumstantiis similibus, eandem pati refractionem*.

DEFINITIO 1.

1401. *Radii, qui talem diversam refractionem patiuntur, diversæ Refrangibilitatis dicuntur, & magis refrangibiles, qui magis refractione inflectuntur.*

DE-

DEFINITIO 2.

Homogenei Radii dicuntur, qui Refrangibilitate inter se non differunt. 1402.

DEFINITIO 3.

Heterogenei, qui non omnes æqualiter, in iisdem circumstantiis, refractione inflectuntur. 1403.

Sit inter A B & C D Radius solaris, ex innumeris aliis, inter se parallelis, effectus; non omnes hi æqualem patiuntur refractionem: si enim obliquè in superficiem B D medii magis refringentis incidant, quidam inter B E & D G refringuntur, & juxta hanc directionem in hoc medio moventur; alii magis inflectuntur, & inter B F & D H, juxta harum linearum situm, motum dirigunt; nulla denique directio concipi potest intermedia, juxta quam Radii quidam non moventur, in singulis punctis inter B & D, ita ut Radius quantumvis exiguus refractione in innumeros alios dividatur; quia *omnis Radius, ut à Sole profluit, quantumvis exiguus, heterogeneus est, & constans ex innumeris minoribus Radiis diversè refrangibilibus juxta omnes gradus Refrangibilitatis.* TAB.XIII. fig. 5. 1404.

Radii memorati paralleli, incidentes in superficiem planam, refractione moventur inter B E & D H; quæ lineæ divergunt inter se, & continuatæ magis ac magis separantur; ita ut Radii memorati refractione dispergantur. In n. 1124. *Radios consideravimus homogeneos*, ut ubique *in totâ parte primâ hujus Libri*: ita exigua est differentia Refrangibilitatis in Radiis solaribus, ut in præcedentibus negligi potuerit. Quid in homogeneis Radiis 1405.

ob-

si, ad distantiam quindecim aut viginti pedum, cadit in tabulam, chartâ albâ obtectam, Radii divergentes ad tabulam perveniunt, & in hac formant imaginem oblongam in A *e* delineatam, terminatam ad latera lineis parallelis, in A & *e* verò semicirculis. (*Exp.*) TAB. XIII. fig. 6.

Quomodo hæc oblonga Imago efficiatur, ex ante explicatis (1406.) deducitur, sed hoc ipsum nunc distinctiùs explicabo.

1408. Sit C punctum plani, foramini paralleli, in quod incurrit Radius, qui à centro Solis, per centrum foraminis, quod circulare ponimus, transit: omnes Radii, qui à reliquis superficiei Solis punctis in centro foraminis primum Radium intersecant, & in planum incurrunt, ibi efficiunt Imaginem Solis *a b d*, cujus diameter, remoto plano decem pedibus à foramine, unum pollicem superaret, & quæ augeretur juxta rationem dictæ distantiæ auctæ. TAB. XIII. fig. 7.

Radii, qui per singula puncta foraminis transeunt, similem dant Imaginem; & harum omnium centra dantur in circello æquali ipsi foramini; omnes enim Radii à centro Solis procedentes pro parallelis habentur. Omnes ergo Imagines simul efficiunt Imaginem A BD, quæ juxta limbum debilitatur, & cujus diameter superat diametrum memoratæ Imaginis, quantitate, quæ valet diametrum foraminis.

1409. Si Radii hi essent omnes homogenei, cùm in ultimo Experimento æqualiter, in ingressu, & egressu, ad prismatis superficiem inclinentur, tantùm omnium directio mutaretur, & TAB. XII. fig. 6.

in plano similem Imaginem albam pingerent. Sed heterogenei sunt Radii, qui per prisma transeunt, & maximè refrangibiles Imaginem exhibent *abde*, quæ in Expto. magis depressa est; dum minimè refrangibiles Imaginem efficiunt ABDE. Radii Refrangibilitatum intermediarum, intermedias dant Imagines, quarum centra integram lineam Cc occupant. Hæ Imagines conjunctim efficiunt Imaginem oblongam in præcedenti Experimento exhibitam; & nisi tales innumeræ darentur Imagines, non ad latera lineis rectis Imago terminaretur. Quamvis autem Imago hæc lineis rectis ad latera terminetur, non tamen termini distincti sunt, quia Imagines peculiares circinatæ non sunt (1408.): in extremitatibus verò, *A* & *e*, per integrum semicirculum Lumen debilitatur, & confusi admodum sunt hi Imaginis termini.

Imaginem tamen facilè habemus ad latera distinctè terminatam.

1410. Si ad foramen, per quod Lumen cubiculum intrat, applicetur Lens objectiva Telescopii sedecim aut viginti pedum, ad distantiam, ad quam Radii paralleli a Lente colliguntur, Sol exactissimè repræsentatur, & hujus Imago circinatis limitibus terminatur. Nam Radii à singulis punctis Solis, qui, propter hujus immensam distantiam, pro parallelis haberi possunt, ad talem distantiam in unum punctum colliguntur.

Si nunc hi Radii per prisma transmittantur, singulæ Imagines ex Radiis homogeneis, positâ tabulâ ad justam distantiam, exactè ter-

terminantur; ut & Imago oblonga *A e*, quæ ex omnibus illis Imaginibus efficitur. (*Exp.*)

1411. Procedit eodem modo hoc Experimentum, si Radii transeant per prisma cujuscunque materiæ aëre densioris. (*Exp.*)

1412. Si Spectator ad distantiam quindecim, aut viginti pedum, intueatur foramen, per quod Lumen in cubiculum intromittitur, rotundum illud apparet; si per prisma observatio fiat, ita, ut Radii à foramine procedentes, post Refractiones, similes illis quas Lumen in Experimentis memoratis patitur, ad Oculos perveniant, foramen oblongum apparebit. Situs prismatis detegitur, si, posito hoc in situ horizontali & acie supernè, ita, ut foramen attollatur, paululum circa axem agitetur, quo motu adscendit & descendit Imago foraminis, & prisma retineatur in situ, in quo foramen maximè depressum apparet. (*Exp.*)

1413. Probat hoc Experimentum, æquè ac præcedentia, diversam Radiorum Refrangibilitatem nam, Radiis homogeneis uniuscujusque Refrangibilitatis, foramen apparet ex loco remotum, sed circulare. Radii, qui variam patiuntur Refractionem, juxta varias directiones oculos intrant, & Imagines dantur diversæ, quæ conjunctæ Imaginem oblongam, quæ reverà videtur, efficiunt.

Præter diversam Radiorum Refrangibilitatem & aliam notabilem inter Radios differentiam præcedentia Experimenta quoque demonstrant.

1414. *Diversa Radiorum Refrangibilitas cum diver-*

ſo Colore conjuncta eſt; & ſinguli Radii, prout magis aut minus Refractione inflectuntur, Colorem ſibi peculiarem habent.

1415. Circa Colores notandum, quod circa alias Senſationes jam fuit notatum (858.); Colores ſunt perceptiones, quæ nihil cum Radiis, quibus excitantur, commune habent: definiendum ideò, quid per Radios coloratos, & objecta colorata intelligamus.

DEFINITIO 4.

1416. *Objectum illo Colore tinctum dicitur, cujus idea, Radiis ab objecto reflexis, in mente excitatur.*

DEFINITIO 5.

1417. *Radii homogenei, qui in retinam incurrentes, ideam alicujus Coloris in mente excitant, vocantur Radii illius Coloris.*

Dicimus Radios ideam excitare; intelligimus, Radios fibras agitare, &, datâ hac agitatione, ideam menti præſentem eſſe.

Radiorum Colores immediatè detegimus
1418. in ſæpius memoratâ *oblonga Solis* Imagine; hæc enim *Imago diverſis Coloribus tingitur.*

1419. TAB. XIII. fig. 6. *Qui Radii minimè Refractione à viâ deflectuntur, Rubri ſunt; reliqui Colores hoc ordine ſequuntur, Aureus, Flavus, Viridis, Cæruleus, Indicus, Violaceus*, cujus ultimi Coloris ſunt Radii maximâ Refrangibilitate præditi.

1420. Oblonga Solis Imago, ut dictum, efficitur ex innumeris Imaginibus rotundis (1409.): ſi harum diametri minuantur, quod fit interceptis Radiis ſolaribus ita, ut ſoli per priſma tranſeant, qui ab exiguâ parte ſuperficiei Solis procedunt, non mutantur centra Ima-

Imaginum peculiarium oblongam efficientium; idcircò longitudo *c* C Imaginis, inter lineas parallelas, non mutatur; & hæc sola superesset, si infinitè parva daretur Imaginis latitudo ita, ut hæc longitudo sola consideranda sit in determinandis Colorum limitibus in ipsâ Imagine. Hi in hac figurâ litteris *c*, *f*, *g*, *b*, *i*, *l*, *m*, notantur, & numerus, unicuique Colori adscriptus, spatium, ab hoc in Imagine occupatum, designat, divisâ totâ Imaginis longitudine in partes 360.

Radii in ipsâ *Imagine oblongâ* quidem separantur; sed ubique tamen multæ circulares Imagines peculiares confunduntur, & *nullibi perfectè homogenei sunt*. 1421.

Quando latitudo Imaginis methodo statim indicatâ (1420.) *minuitur*, circuli omnes minores fiunt, & minori numero confunduntur, & illi, qui confunduntur, minus Refrangibilitate differunt; quare *in* totâ *Imagine magis homogenei sunt Radii*, *& Colores perfectiores*; sed etiam debiliores. 1422.

Demonstratio, antea data (1089.), *de constanti ratione inter sinus angulorum Incidentiæ & Refractionis, ad Radios quoscunque homogeneos referri debet*; non enim ad determinatum quemdam gradum Refrangibilitatis restringitur; pro diversâ tamen Refrangibilitate ratio hæc variat, ut ex Experimentis hujus Capitis clarè sequitur. 1423.

Refrangibilitatem autem & *Colorem in singulis Radiis*, *omni modo esse immutabiles*, id est, nullis Refractionibus, nullis Reflexionibus, aut permixtionibus quibuscunque variari, 1424.

Experimentis in sequentibus memorandis, plenissimè constat.

CAPUT XVII.

Radios non Refractione, aut Reflexione, mutari.

1425. D*Iversam Radiorum Refrangibilitatem, ut & horum Colorem, his ipsis inhærere*, & non à medio refringente has qualitates pendere, nunc Experimentis demonstrabimus,

1426. quibus constabit, *Radios, qui in uno casu maximam patiuntur Refractionem, in aliâ Refractione quacunque maximè à viâ deflecti*.

1427. Radius per prisma transmittitur, hic dispergitur, & in plures dividitur, qui efficerent Imaginem oblongam memoratam, si in planum album caderent; verùm intercipiuntur à prismate verticali, ad distantiam quamcunque à primo posito; quo tamen minor est distantia, eo magis sensibile est Experimentum. Radii per secundum hoc prisma lateraliter deflectuntur; & agitato prismate, donec deflexio sit omnium minima, firmetur prisma, & cadant Radii perpendiculariter in chartam albam. Radii nunc eodem modo per secundum prisma, ut per primum, refringuntur, non tamen eodem modo disperguntur, quod quadratam daret Imaginem; sed manente hujus latitudine inclinatur, Radiis iis maximè à viâ deflexis, qui in Refractione per primum prisma maximam Refra-

fra-

fractionem passi sunt. (*Exp.*)

Datur & alia diversa Radiorum Refractio, 1428.
quæ non à Radiis sed à medio pendet. Crystalli & Silices translucidi, an omnes non affirmo, miram hanc proprietatem habent, in Refractione Radium unumquemque homogeneum dividunt in duos; quæ separatio non tantùm in diversis Corporibus & in diversis Radiorum inclinationibus est diversa, sed differt etiam in eodem Corpore, & eâdem inclinatione, pro diverso situ superficiei refringentis, & Radii refracti, respectu fili Lapidis; sed neque Color neque Refrangibilitas tali duplici Refractione, & Luminis divisione, mutantur. (*Exp.*)

Si oblonga Solis Imago, adhibitis cautelis 1429.
necessariis, quantum fieri potest, ex Radiis homogeneis efficiatur, & hæc intercipiatur, paucis tantùm Radiis unius Coloris per exiguum foramen transmissis, hi non alterius prismatis Refractione separantur, neque horum Color mutatur; Radiis diversorum Colorum successivè transmissis, pro Colore diverso diversa Refractio datur, Color autem non mutatur. (*Exp.*)

Ut autem rectè succedat Experimentum 1430.
istud, ut & alia quæ circa hanc materiam instituuntur, cautelæ sequentes adhibendæ sunt. Prismata, præcipuè primum, adhibenda ex vitro purissimo; aliter Reflexiones Radiorum dantur in ipso prismate, & in exitu Lumen heterogeneum cum homogeneo ubique permixtum datur, quod, dum separatur, turbat Experimentum.

Cavendum, ne ullum Lumen, præter Ra-

dium in Experimento memoratum, cubiculum intret; si enim Radii tales quicunque permixti sint cum iis, qui Imaginem efficiunt, Experimentum procedere benè non potest.

Cavendum quoque, ne Experimentum instituatur, quando Cœlum non satis est serenum; tunc enim inter ipsos Radios directè à Sole procedentes plures dantur, qui diversas sequuntur directiones; quod præcipuè contingit, quando Nubes dantur in viciniis Solis, quæ Lumen satis vividum reflectunt.

1431. Reflexione Radios non mutari, Experimentis quoque constat.

1432. Datâ Imagine Solis oblongâ sæpius memoratâ, Coloribus homogeneis tinctâ, cadant successivè hujus Colores diversi in superficies diversorum Corporum, ex. gr. panni diversi Coloris, sive serici, sive aliûs; etiam adhiberi possunt Corpora quæcunque picta, aut ipsi pulveres quibus utuntur Pictores; in omnibus hisce casibus Radii in Reflexione servant Colorem suum; Rubri tales manent, sive à Corpore rubro, sive à cœruleo, reflectantur; magis quidem obscurus & fuscus est Color, quando Color Radiorum cum Corporis Colore non convenit, ille tamen non mutatur. (*Exp.*)

1433. Si duarum oblongarum Solis Imaginum, adhibitis duobus foraminibus, & duobus prismatibus effectarum, & super plano quocunque depictarum, diversi Colores ad latera jungantur, & ad distantiam quindecim

aut

aut viginti pedum, per aliud prisma triangulare observentur, separati apparebunt; ita ut in Colore & Refrangibilitate mutatio nulla detur, quamvis Radii sint reflexi. (*Exp.*)

In chartâ albâ ducantur lineæ nigræ, inter se parallelæ, & latæ circiter decimam sextam pollicis partem; illuminentur hæ dictâ oblongâ Imagine Solis, juxta cujus longitudinem lineæ dispositæ sunt. Detur ulterius Lens convexa, diametri quinque aut sex pollicum, quæ Radios rubros, à puncto Radiante à vitro sex pedes distanti emissos, ad distantiam æqualem colligit. Si Lens hæc detur ad distantiam sex pedum ab Imagine memoratâ, partes linearum, quæ in Colore rubro dantur, in chartâ, per Radios à Lente collectos, ad distantiam etiam sex pedum repræsentantur exactè in Imagine rubrâ; admovenda autem est charta circiter tribus pollicibus cum semisse, ut partes linearum, Colore indico illuminatæ, distinctæ appareant in Imagine ejusdem Coloris; Colores intermedii dant Imagines ad distantias intermedias; violaceus adeò est debilis, ut lineæ in hoc repræsentari nequeant. (*Exp.*) 1434.

Confirmat ergo & hoc Experimentum, reflexorum Radiorum Colorem novâ Refractione per Lentem non mutari; ut & Radios maximè refrangibiles, transeundo per Lentem, aliis magis inflecti. 1435.

Probat etiam Experimentum hoc ultimum, *diversam Radiorum Refrangibilitatem in causâ esse, quo minus Telescopia sint perfecta*. Radii enim procedentes à punctis æquè distantibus, 1436.

bus, ad varias à Lente distantias colliguntur, pro vario horum Colore; unde etiam inæqualiter à Lente oculari distant punctorum repræsentationes; quæ ideò per hanc non omnes perfectè videri queunt.

Circa Reflexionem Radiorum notandum,
1437. *Radios in totum faciliùs reflecti, qui majorem habent Refrangibilitatem*; nam quo major datur Radiorum Refractio, eo minor requiritur obliquitas ut omnes reflectantur (1323.). Vidimus (1319.), agitando prisma circa axem, Radios primò transeuntes, auctâ horum inclinatione, in totum reflecti; si autem lentè in hoc casu prisma moveatur, videmus Radios violaceos ante omnes alios in totum reflecti, deinde indicos, & cæteros alios eo ordine, quo in Imagine Solis oblongâ, sæpissimè memoratâ, disponuntur: quod patet, si reflexi, prismatis Refractione, separentur. (*Exp.*)

CAPUT XVIII.

De colorum Permixtione, ubi de Albore.

Radiorum quoque Refrangibilitatem, & Colorem, Permixtione Radiorum diversæ Refrangibilitatis non mutari diximus (1424.), quod Experimentis probatur.

1438. Si variarum Imaginum oblongarum Solis (1407.) Colores diversi confundantur, inde novus Color oritur. Spectatori tamen qui hos per prisma intuetur, separati apparent

Co-

Colores, & neque Color, neque Refrangibilitas, hac Colorum confusione mutantur. (*Exp.*)

Si oblonga colorata Solis Imago cadat in Lentem convexam, ad distantiam sex pedum à prismate dispositam, Radii divergentes, qui Imaginem efficiunt, Refractione Lentis convergunt, & ad certam distantiam sese mutuò intersecant: si ad majorem distantiam detur tabula, Radii, qui post intersectionem iterum divergunt, dispersi ad hanc perveniunt, daturque iterum Imago oblonga colorata, sed Colores, propter intersectionem contrario ordine disponuntur, non tamen Permixtione mutantur. (*Exp.*) 1439.

Quibus manentibus, si chartâ nigrâ Radii quidam Imaginis ante Permixtionem intercipiantur, quod Permixtionem mutat, quæ hac methodo ad libitum variatur, Radiorum cæterorum iterum separatorum Colores non mutantur. (*Exp.*) 1440.

Si *Radii solares*, ut ad nos perveniunt, *in totum ab aliquo Corpore reflectantur, hoc album apparet*; Radii autem hi sunt congeries Radiorum variorum Colorum (1400. 1414.), unde deducimus *Permixtionem Colorum variorum constituere Albedinem*; si enim Colores, qui observantur in oblongâ Solis Imagine, sæpius memoratâ, eâ proportione, quâ in illâ Imagine dantur, inter se confundantur, conflatur Albedo: quod & hujus respectu Radios immutabiles probat. A Sole procedentes Radii albi apparent; si separentur, horum Colores deteguntur; iterum permixti, instaurant Alborem. 1441. 1442.

Si

1443. Si in Experimentis duobus in n. 1439. 1440. memoratis, ponatur tabula, in ipso loco, ubi omnes Radii Imaginis Refractione Lentis convexæ confunduntur, Albedo dabitur; si Color ruber Imaginis chartâ nigrâ intercipiatur, evanescit Albedo, & Color ad cœruleum vergit; interceptis verò Radiis violaceis & cœruleis, rubescit Albor. (*Exp.*)

1444. Ope variorum prismatum etiam Colores Imaginis Solis oblongæ confunduntur, & Permixtio alba est. (*Exp.*)

1445. Si Spectator Imaginem Solis oblongam coloratam, ad distantiam prismatis Lumen refringentis intueatur, rotundam & albam videbit Imaginem, secundâ Refractione primam destruente; ita ut Radii iterum permixti Oculum intrent. (*Exp.*)

1446. *Non omnium, qui in Imagine Solis oblongâ observantur, Colorum Permixtio ad Albedinem conflandam necessaria est*, ipse Radiorum solarium Albor paululum ad flavum vergit, Radiis flavis pro parte ex Permixtione sublatis, Albor datur magis perfectus. Ex quatuor aut quinque Colorum permixtione, justâ servatâ proportione, Albedo nascitur.

1447. *Colores* etiam *innumeros primarii*, id est homogenei, *permixti generant, ab homogeneis aut primariis diversos*. Sæpe Color homogeneo similis ex aliorum Permixtione conflatur, concessisque his tribus, rubro, flavo & cœruleo, reliquos omnes imitari possumus. Non tamen inde concludere debemus, tres tantùm dari primarios Colores, cùm septem

1448. reverâ detegamus. Nihilominus tamen *quando*

do nudis Oculis inter homogeneum & permixtum differentia nulla observatur, trans prisma sensibilis hæc est. Trans prisma observentur objecta quæcunque exigua, ut litteræ in chartà, muscæ & alia similia; si Lumini aperto exponantur, confusa apparent; si Lumine homogeneo, Radiis bene separatis, illuminentur, trans prisma visa distinctis limitibus terminantur. (*Exp.*)

CAPUT XIX.

De Iride.

Peractis quæ Radios, quibus Corpora illuminantur, spectant, antequam ad alia transeamus, explicandum est Phænomenon, nimium notabile & vulgare, ut silentio prætereatur. 1449.

Arcus cœlestis, aut *Iris*, à nemine sæpissimè non fuit observatus; quibusdam præmissis, explicandum erit unde oriatur.

Detur Aqua aëre circumdata, circulo BDFH *terminata. Incidant in illam Radii homogenei paralleli inter se*, quorum unus est AB; ducatur semidiameter CB continuata ad N; perpendicularis est hæc ad superficiem media dirimentem, & ABN est (1140.) angulus incidentiæ; hic æqualis est angulo opposito ad verticem CBL, (15. El. 1.) cujus sinus est CL, per centrum ad BL perpendicularis; refringitur Radius ad perpendicularem (1080.), estque angulus refractionis 1450. TAB. XIII. fig. 8.

CBM,

CBM, cujus ſinus eſt CM, à C ad BD perpendicularis: pro ſingulis Radiis, ut AB, datur eadem ratio inter lineas, ut CL & CM (1090.).

Radius BD pro parte in aërem penetrat juxta DE, pro parte reflectitur per DF; efficitque angulum reflexionis CDF æqualem angulo incidentiæ BDC (1312.); unde BD & DF æquales ſunt. Radius DF pro parte etiam ex aquâ exit per FG, pro parte reflectitur per FH; qui eodem modo pro parte exit per HI, & pro parte reflectitur; hanc autem reflexionem, ulterioreſque reflexiones & refractiones non conſideramus; nimium debiles ſunt, propter varias quas Lumen paſſum eſt diviſiones. (*Exp.*)

Radius FG, qui poſt unicam reflexionem ex aquâ exit, cum Radio incidente AB efficit angulum GPA, qui variat in diverſis Radiis incidentibus; ideò, licèt hi paralleli fuerint, *diſperguntur*, *poſt unicam reflexionem exeuntes*, ut ex inſpectione figuræ patet.

TAB. XIII. fig. 9. Radius EE, qui continuatus per centrum C tranſit, neque reflexione neque refractione à viâ deflectitur (1338. 1085.).

Recedendo ab hoc Radio, ad incidentem continuò minus inclinatur Radius, qui redit. Sic Radius DD, qui per *dd* ex aquâ exit, & per hanc lineam regreditur, cum *dd* majorem angulum efficit, quàm cum ſuis redeuntibus, & ex medio denſiori exeuntibus, efficiunt Radii intermedii inter DD & EE.

Da-

Datur Radius ut BB, cujus respectu inclinatio hæc est omnium minima, id est, qui efficit angulum ut APG (fig. 8.) omnium maximum. Ultra BB, magis ad incidentes inclinantur Radii redeuntes; sic AA per *aa* redit. 1451.

Ex hac *Radiorum redeuntium* dispersione, recedendo à loco ubi Radii flectuntur, debiliores continuò hi sunt, & horum *Color non, per totum spatium quod implent, percipi potest*, licèt incidentium Color vividus sit. Color, in Radiis redeuntibus, *sensibilis tantùm est, ubi Radii vicini paralleli sunt, & adjacentes* parum admodum divergunt, ita ut ad magnam distantiam satis densi sint, ut percipiantur. *Hi soli efficaces dicuntur*, & dantur, ubi Radii vicini incidentes refracti concurrunt in ipso puncto reflexionis. 1452.

Sint AB, *ab* Radii vicini, paralleli inter se, incidentes in superficiem circularem aquam terminantem: si hi refracti, per BD, *b*D, concurrant in D, puncto reflexionis, reflexi DF, D*f*, efficient cum F*f* angulos æquales illis, quos DB, D*b* cum B*b* efficiunt; ideòque refracti FG, *fg* paralleli (1083.) & efficaces erunt (1452.). In Scholiis Elem. demonstramus, quomodo, datâ ratione inter sinus incidentiæ & refractionis, in hoc casu determinetur angulus ab incidente cum redeunte efficace effectus, id est, angulus APG, qui hìc est omnium maximus. 1453. TAB. XIV fig. 1.

Quando ratio inter sinus angulorum incidentiæ & refractionis variat, mutatur angu- 1454.

lus

lus A P G; qui ideò diverſus eſt pro variâ Radiorum Refrangibilitate.

1455. *Si Radiis heterogeneis, ut à Sole profluunt, illuſtretur ſuperficies memorata, efficaces diverſorum Colorum non angulos æquales cum incidentibus efficiunt, & ope hujus refractionis ſeparantur Colores.* (Exp.)

1456. Quod autem ſpectat Radios, qui poſt duplam in aquâ reflexionem ex hac exeunt, efficaces erunt, ſi poſt primam reflexionem paralleli ſint: tunc enim FH, *fh*, ad H*h* eodem modo inclinantur, ac BD, *bd* ad B*b*; ideòque poſitis incidentibus AB, *ab* parallelis, exeuntes HI, *hi*, etiam parallelierunt (1083.), id eſt, efficaces.

TAB. XIV. fig. 2.

1457. Etiam in Scholiis Elem. demonſtramus, quomodo in hoc caſu determinetur angulus HPB, ab exeunte Radio cum incidente effectus; qui angulus in hoc caſu omnium ſimilium eſt minimus, & pro diverſâ Radiorum Refrangibilitate diverſus. Unde etiam in

1458. hoc caſu *poſt duplicem reflexionem efficaces variorum Colorum, poſitis incidentibus parallelis, ſeparantur.* (Exp.)

1459. Huc uſque explicata *ad Iridem* applicari poſſunt; ad quod Phænomenon *guttæ aqueæ in aëre ſuſpenſæ requiruntur; ut Spectator, adverſo Sole inter hunc & guttas collocetur; & ut poſt guttas Nubes detur obſcura*, quæ magis ſenſibiles facit Colores; hi enim vix percipiuntur, ſi Lumen vividum eodem tempore Oculos intret.

1460. Hiſce poſitis, concipiamus ſingulas guttas ſecari planis, per centra guttarum, Solem, &

& Oculum Spectatoris transeuntibus, & quæ de medio, superficie circulari terminato, explicata sunt (1452. 1453. 1454. 1455. 1456. 1457. 1458.), ad singulas hasce sectiones poterunt applicari.

Hic autem agitur de Radiis ex aëre in a- 1461.
quam penetrantibus. In Radiis rubris, id est, minimè omnium refrangibilibus, ratio inter sinum anguli incidentiæ & sinum anguli refractionis, est 108. ad 81., aut quæ eadem est, 4. ad 3.; cum quibus numeris si computatio ineatur, angulus APG (fig. 1.) erit 42. gr. 2'; sed si de Radiis violaceis agatur, sinuum ratio est, ut 109. ad 81.; qui numeri dant eundem angulum APG 40. gr. 17'. Si computatio ineatur pro angulo API (fig. 2.) & rubri fuerint Radii, angulus erit 50. gr. 57'; si violacei sint Radii, idem angulus est 54. gr. 7', ut in Scholiis Elem. demonstramus.

Sint nunc guttæ per aërem diffusæ, & il- 1462.
lustratæ Radiis solaribus parallelis inter se, & TAB. XIV
lineæ OF, per Oculum Spectatoris trans- fig. 1.
eunti. Concipiantur lineæ *e*O, EO, *b*O, BO; & sint anguli *e*OF 40. gr. 17'., EOF 42. gr. 2'., *b*OF 50. gr. 57'., BOF 54 gr. 7'.: eædem hæ lineæ cum Radiis incidentibus *de*, DE, *ab*, AB, angulos efficiunt memoratis respectivè æquales; ideò, si guttæ concipiantur in *e*, E, *b*, B, Radii efficaces violacei, post unicam reflexionem in guttâ *e*, Oculum intrant; & ad Oculum efficaces rubri ex guttâ E perveniunt; itidem post unicam reflexionem, reliqui Colores

intermedii inter *e* & E observantur, ordine antea memorato (1419.). Post duas in guttâ reflexiones ex guttâ *b* Radii efficaces rubri ad Oculum perveniunt, & violacei efficaces ex guttâ B; inter has guttas Colores intermedii apparent, eodem modo ac inter E, *e*, sed ordine contrario disponuntur, & propter duplicem reflexionem etiam debiliores sunt.

1463. Concipiamus lineam ut O*e*, circa lineam OF fixam, servato angulo *e*OF, revolvi, & conum aut partem superficiei coni percurrere; in omni situ linea *e*O cum Radiis solaribus, parallelis inter se & lineæ OF, efficiet angulum 40. gr. 17. *Si* ergo *guttæ* juxta partem superficiei hujus coni sive ad eandem sive ad diversas distantias *diffusæ fuerint*, *videbit Oculus* arcum violaceum: idem dicendum est de cæteris Coloribus; ideòque, datis guttis in aëre suspensis, videt *arcum* latitudinis *e* E, *Coloribus homogeneis* ante memoratis (1419.) *tinctum*, eodem ordine dispositis ac in Experimentis cum prismatibus; quia in guttis æquè ac in prismate Radii heterogenei separantur. (1406. 1455.).

1464.

1465. Simili ratiocinio patet *dari arcum latiorem*, *primum circumdantem*, *in quo Colores iidem*, *sed contrario ordine*, *& debiliores*, *apparent*. (Exp.)

CA-

CAPUT XX.

De tenuium Laminarum Coloribus.

TRansimus ad Corporum naturalium Colores, & ante omnia examinandas credimus tenues Lamellas. Qui vitrum tenue, aut globos ex aquâ cum sapone formatos, attentè consideravit, varios Colores in illis observare facillimè potuit, quorum causa est mira Lamellarum tenuium proprietas. 1466.

Radii Luminis, ope Laminæ tenuis, & translucidæ, inter se separantur, & *pro variâ crassitie Laminæ, Radii quorundam Colorum transmittuntur, aliorum reflectuntur; & eadem Lamina tenuissima aliûs Coloris est, si Radiis transmissis, quàm si reflexis videatur.* 1467.

Si duo vitra objectiva, majoribus Telescopiis inservientia, AB & CD, super se mutuò imponantur, & arctè comprimantur, in medio, ubi vitra sese mutuò tangunt, datur macula translucida, quæ annulis coloratis circumdatur. Si Lumen reflexum ab aëre, inter vitra interjacente, ad Oculum in O perveniat, macula translucida nigra apparet, & Colores, qui à centro recedendo ita disponuntur, ut ad varios ordines, propter Colores repetitos, referri possint, sequentes sunt; NIGER, cœruleus, albus, flavus, rubeus: VIOLACEUS, cœruleus, viridis, flavus, rubeus: PURPUREUS, cœruleus, viridis, flavus, rubeus: VIRIDIS, rubeus: 1468.

 qui

qui Colores etiam aliis circumdantur, sed recedendo à centro continuò debiliores sunt. (*Exp.*)

1469. Si Lumen trans vitra, & interpositam aëream Lamellam, in Oculos penetret, macula in medio, per quam Radii omnium Colorum transeunt, alba apparet, & recedendo à centro Colores, qui quoque ad diversos ordines, præcedentibus oppositos, possunt referri, juxta hanc seriem apparent. ALBUS, rubeus flavescens, niger, violaceus, cœruleus: ALBUS, flavus, rubeus, violaceus, cœruleus: VIRIDIS, flavus, rubeus, viridis subcœruleus: RUBEUS, viridis subcœruleus: qui etiam Colores aliis debilioribus circumdantur. (*Exp.*)

1470. Lamina tenuis ex aquâ efficitur, si hæc paululum sapone incrassata fuerit, & flatu per fistulam in bullam infletur. Lamella vitrea plano nigro applicatur, & huic bulla imponitur ita, ut hemisphærii figuram habeat. Tegitur bulla hæc campanulâ vitreâ, admodum translucidâ, ne, aëris agitatione, Colores qui in hac bullâ observantur, motu aquæ, confundantur. Bulla talis, quia aqua continuò omnes partes versùs defluit, tenuissima est in supremâ parte, & crassities descendendo continuò augetur, & totius crassities ex eâdem causâ de momento in momentum minuitur. Antequam bulla disrumpatur, in supremâ ipsius parte ita tenuis fit, ut omne Lumen transmittat, & nigra appareat. Si in hoc casu bulla hæc reflexo Lumine observetur, dum cœli subalbidioris

re-

reflexione illustratur, & Lumen extraneum intercipitur, Corpore quocunque nigro ultra bullam posito, macula nigra memorata iisdem circulis coloratis circumdatur & eodem ordine dispositis, qui circa maculam nigram in præcedenti Experimento observari potuere. Descensu aquæ continuò dilatantur annuli colorati donec frangatur bulla. Cavendum etiam ne objecta extranea in ipsâ bullâ appareant, ut in Speculo; his enim annuli quasi interrumpuntur. (*Exp.*)

Si, ubi extremus bullæ circuitus, reflexis 1471. Radiis, rubeus apparet, Spectator illum, transmissis Radiis, intueatur, cœruleus erit; & in genere Colores, transmissis & reflexis Radiis, eodem modo ac in præcedenti Experimento, sibi mutuò opponuntur.

Ex hisce Experimentis collatis sequitur, *augendo tenuissimæ Laminæ crassitiem, bujus Colorem mutari, & quidem mutationes dari* 1472. *successivè easdem, eodem ordine, sive medium ex quo efficitur, majorem aut minorem vim refringentem habeat*; nam in Laminâ aëreâ inter vitra, & aqueâ in bullâ, quarum crassities recedendo à puncto medio crescunt, eodem ordine Colores disponuntur.

In Laminâ tamen *magis refringente minor* 1473. *crassities requiritur, quàm in minus refringente, ut eodem Colore tingantur.*

Iisdem positis quæ in Exp. in n. 1468. memorato, si aqua exiguâ copiâ inter margines vitrorum introducatur ab unâ parte, paulatim inter hæc illa penetrat; & in aquâ non alii, quàm in aëre, circulorum Colores ob-

ſervantur, neque horum ordo mutatur, ſed circuli contrahuntur: ubi ad centrum pervenit aqua, omnes circulorum portiones in aquâ à portionibus in aëre ſeparantur, & in minus ſpatium rediguntur. (*Exp.*)

1474. *Laminæ Color ab illius craſſitie, & vi refringente pendet, non à medio circumdante.* Si Lamella ex vitro tenuiſſimo, aut lapide ſpeculari ita tenuis detur, ut colorata appareat, Colores non mutantur ſi madefacta fuerit; id eſt, ſi loco aëris, aquâ circumdetur Lamella. (*Exp.*)

1475. *Ejuſdem Lamellæ Color eſt eo magis vividus, quo illius vis refringens magis differt cum vi refringente medii circumambientis.* Probatur hoc Experimento; nam Colores Laminæ madefactæ languidiores ſunt, quàm ejuſdem Laminæ aëre circumdatæ. Etiam minus vividi ſunt Colores in Laminâ aqueâ, quæ vitro, quàm quæ aëre circumdatur; minus autem aqua & vitrum vi refringente differunt, quàm aër & aqua.

1476. *Si media vi refringente æqualiter differant, Colores vividiores erunt, ſi magis refringens minùs refringente circumdetur*: nam in Laminâ vitreâ tenuiſſimâ, quæ Coloribus propter tenuitatem tingitur, aëre circumdatâ, Colores magis vividi erunt, quàm in Exper. n. 1468. in quo Lamina aërea vitro circumdatur.

1477. *Ejuſdem materiæ Lamina, eodem medio circumdata, eo majori copiâ Lumen reflectit, quo*
1478. *tenuior eſt. Nimium tamen ſi minuatur craſſities, non reflectit Lumen.* Patent hæc Experi-

rimentis præcedentibus; in quibus circuli colorati minores, qui etiam sunt tenuiores, omnium optimè Lumen reflectunt; in centro verò, ubi Lamina est omnium tenuissima, nulla sensibilis datur reflexio; ut illud in n. 1470. clarè patet: in primo datur etiam Lamina tenuissima aërea, quæ Lumen non reflectit; nam macula translucida superat magnitudine superficies vitrorum, quæ ex introcessione partium immediatè sese mutuò tangunt.

Si dentur Laminæ ejusdem medii, quarum crassities sint in progressione arithmeticâ numerorum naturalium 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c. *si omnium tenuissima reflectat Radios homogeneos quoscunque, secunda eosdem transmittet*, tertia iterum reflectet, *& alternis vicibus Radii reflectuntur & transmittuntur*: id est, Laminæ, quarum crassities in progressione memoratâ respondent numeris imparibus 1. 3. 5. 7. &c., reflectunt Radios, quos transmittunt reliquæ, quarum crassities respondent numeris paribus 2. 4. 6. 8. &c. 1479.

Hæc Laminarum proprietas obtinet respectu Radiorum homogeneorum quorumcunque, cum hac differentiâ, quod crassities diversæ pro Coloribus diversis requirantur, ut ante dictum (1472.); omnium minima est in Coloris violacei reflexione; in rubri reflexione omnium maxima; positis crassitiebus intermediis, Radii refrangibilitatis intermediæ reflectuntur, id est, *crescente Radii refrangibilitate* etiam *minuitur crassities Laminæ, quæ illum reflectit*. 1480. 1481.

1482. Instituatur Experimentum in loco obscuro; in quo hæc Imago Solis oblonga, sæpius memorata, in chartâ repræsentatur. Dentur, ut in n. 1468. duo vitra objectiva, Telescopiorum majorum, super se mutuò compressa, sed leviter, ne partes introcedant; impositis vitris mensæ, disponatur Oculus, ut Radii ab Imagine procedentes, à vitris reflexi parum obliquè in Oculum penetrent; ut hic, quasi in Speculo, successivè videat Colores singulos Imaginis memoratæ, id est, vitra successivè illuminentur Radiis homogeneis diversis; quod obtinetur paululum circa axem agitando prisma, quo Radii in Imagine oblongâ separantur. Annuli, in Experimento primo memorati, apparent, sed majori numero, & unius tantùm Coloris, propter Coloris immutabilitatem in Radiis homogeneis (1424.); in interstitiis horum annulorum Radii transmittuntur, ut ex nigredine patet; etiam immediatè demonstratur, si Radii in ipsa vitra incidant; nam illi, qui per annulorum separationes transeunt, circulos ejusdem Coloris, in chartâ post vitra positâ, exhibent. Annuli omnium sunt minimi, quando sunt violacei; dilatantur successivè considerando Colores sequentes ad rubrum usque. Si, positis annulis Coloris cujuscunque, diametri exactè mensurentur, circulorum, qui in medio latitudinis singulorum annulorum concipiuntur, quadrata diametrorum erunt inter se ut numeri impares 1. 3. 5. &c. & eodem modo, mensuratis diametris circulorum, in medio singulorum

rum interstitiorum inter annulos, illarum quadrata erunt ut numeri pares 2. 4. 6. &c. Cùm autem agatur de vitris sphæricis, quadrata diametrorum sunt ut crassities Laminæ aëreæ, in ipsis circulis; id est, crassities hæ sunt ut numeri pares & impares. (*Exp.*)

DEFINITIO

Color homogeneus, in Laminâ medii cujuscunque, dicitur primi ordinis, si Lamina fuerit omnium tenuissima, quæ talem Colorem reflectit; in Laminâ, cujus crassities tripla est, dicitur secundi ordinis, &c. 1483.

Color primi ordinis est omnium maximè vividus; & successivè, in ordinibus sequentibus, secundo, tertio, &c., minus ac minus vividus est (1477.). 1484.

Quando Radiis heterogeneis illustratur Lamina aërea inter vitra Telescopiorum, aut Lamina similis ex aliâ quacunque materiâ, ut in n. 1470. varii ex annulis, in Experimento in n. 1482. memorato, visis, inter se confunduntur, & Color videtur, qui ex horum permixtione conflatur, nam *eadem Laminæ crassities, ad Colores diversos variorum ordinum reflectendos, sæpè requiritur*: sic Lamina, quæ violaceum tertii ordinis reflectit, etiam repercutit rubrum secundi ordinis, ut, ad hoc attendendo, ex ultimo Experimento deducitur: ideòque in n. 1468. 1470. violaceus annulus tertius cum parte exteriori annuli rubri secundi confunditur, & Color datur purpureus; non tamen omnis ruber Color secundi ordinis absorbetur, quia annulus ruber violaceum latitudine superat. 1485. 1486.

Quo

1487. *Quo magis augetur Laminæ crassities, eo plures Colores reflectit, varios*, ex diversis ordinibus. Lamina violacea decimi ordinis, congruit cum cœruleâ noni ordinis, & flavâ octavi ordinis, & tandem cum rubrâ septimi ordinis, & Color Laminæ ex permixtione horum Colorum conflatur.

1488. *Si* in Exp. memoratis in n. 1468. 1470., *obliquè Spectator intueatur Laminas*, aëream, & aqueam, dilatantur annuli cum Oculi obliquitate, id est, in hoc motu Oculi *Laminæ Color* in determinato loco *mutatur*: major tamen est in n. 1468. dilatatio; quod probat

1489. *obliquitate Radiorum Colorem magis mutari, si Lamina magis refringente medio, quàm si minus refringente circumdetur.*

1490. Cujus propositionis demonstrationem ex
TAB.XIV. fig. 5. Refractionis legibus facilè deducimus. Sint L & *l* Laminæ tenues; hæc medio magis refringente, illa medio minus refringente circumdata; sint ambæ ejusdem crassitiei: si in has incidant Radii AB, *ab*, æqualiter ad Laminas inclinati, in L refractio fiet, accedendo ad perpendicularem (1080. 1101.), in *l* contra refringitur Radius recedendo à perpendiculari (1081. 1101.); & licèt BD & *bd* sint æquales, *bc* longitudine superat BC, ideòque major datur mutatio in motu

1491. Luminis in Laminâ *l* quam in L. *Auctâ vi refringente Laminæ* L, *manente medio minus refringente quo circumdatur, minor dabitur* differentia inter BC & BD, ideòque minor *mu-*

1492. *tatio Coloris*; & *si ita augeatur vis refringens Laminæ*, ut Radii refracti, quæcunque fuerit

rit incidentis obliquitas, sensibiliter inter se non differant, *sensibilis non dabitur differentia in Colore Laminæ, in quocunque situ Oculus ponatur.*

Ex hisce deducimus, *quarundam Laminarum Colorem ex mutato Oculi situ variari, aliarum Colorem permanere.* 1493.

CAPUT XXI.

De Corporum naturalium Coloribus.

QUæ Corporum quorumcunque Colores spectant, ex huc usque explicatis facilè deducuntur.

Radii reflexi primùm examinandi, deinde in constitutionem superficierum inquirendum erit.

Vidimus Radios Luminis Colores sibi peculiares & immutabiles habere, ita ut reflexione non mutentur. (1431.)

Ideò *Radii à Corporibus reflexi, majorem aut minorem refrangibilitatem habent pro majori aut minori refrangibilitate, quæ competit Colori ipsius Corporis.* In medio chartæ nigræ duo frusta quadrata, duorum circiter pollicum, vittæ sericæ, aut panni, unum rubeum alterum cœruleum, junguntur ita, ut sese mutuò ad latera tangant, disponitur charta nigra, ut à Lumine per fenestram cubiculum intranti vittæ probè illuminentur: si Spectator trans prisma vittas intueatur, Colores separati apparent. (*Exp.*) 1494.

Si.

1495. Si eædem vittæ fericæ in loco obfcuro Radiis folaribus illuftrentur, ita tamen ne locus nimium ab ipfis illuminetur, & ad diftantiam fex pedum detur Lens convexa, de quâ in n. 1439., ad diftantiam circiter fex pedum, in chartâ albâ dabitur repræfentatio vittæ rubræ, ad minorem diftantiam alîus repræfentationem exactam habemus. Detegitur facilè ubi repræfentationes funt exactæ, fi fila nigra trajiciant fuperficiem vittarum; nam hæc fila diftincta apparent in exactâ repræfentatione. (*Exp.*)

1496. *Corporum Colores varios dari, quia Radii diverfi à Corporibus diversè coloratis reflectuntur, & Corpus illius Coloris apparere, qui oritur ex permixtione Radiorum reflexorum*, non modò ex præcedentibus Experimentis deducitur, fed etiam directè hoc probatur Experimento memorato in n. 1432. ex quo fequitur Corpora naturalia reflectere Radios omnium Colorum; fed quofdam majori copiâ; & hi foli tantùm fenfibiles funt, quando Lumine heterogeneo illuftrantur Corpora. (*Exp.*)

1497. Radii, qui à Corpore non reflectuntur, in hoc penetrant, ibique innumeras reflexiones & refractiones patiuntur (1385.), donec tandem fefe jungant particulis ipfius Corporis (913.). Ideò *Corpus eo citiùs incalefcit, quo*
1498. *minori copiâ reflectit Lumen* (934.). Idcircò
1499. *Corpus album*, quod fere omnes Radios quibus illuftratur reflectit (1441.), *omnium lentiffimè incalefcit, dum Corpus nigrum*, in quod ferè omnes Radii penetrant, quia pauci tantùm reflectuntur (1398.), *citiùs aliis Calorem acquirit*. Ut

Ut autem determinemus constitutionem superficierum Corporum, à quâ Color pendet, debemus attendere ad minimas particulas, ex quibus hæ superficies efficiuntur. Particulæ hæ sunt translucidæ (1381.), & separantur medio, quod vi refringente differt cum ipsis particulis (1385.); sunt etiam tenues, aliter superficies quasi Corpore translucido obtegeretur (1386.), & Color à particulis infra has penderet. In omni ergo superficie Corporis colorati dantur Laminæ innumeræ exiguæ tenues; minuendo autem Laminam, servatâ hujus crassitie, non hujus proprietates, quantum ad Luminis reflexionem, mutantur; nam Lamina minima, cum relatione ad Radios Luminis, magna admodum est: idcircò demonstrata in Capite præcedenti, ad hasce Laminas in superficiebus Corporum applicari possunt. Unde sequentes deducimus conclusiones. 1500.

Pendet Color Corporis à crassitie, & vi refringente partium Corporis, quæ in superficie interjacent meatus in Corpore. (1474.) 1501.

Eo magis vividus & magis homogeneus est Color, quo partes sunt tenuiores. (1484. 1487.) 1502.

Cæteris paribus, partes memoratæ crassitiem omnium maximam habent, si Corpus fuerit rubrum, omnium minimam, si violaceum. (1480.) 1503.

Partes Corporum vim refringentem multo majorem habent quàm medium in interstitiis. (1489. 1491. 1492.) 1504.

Vis hæc refringens minor est in caudis pavonum, & in genere in *Corporibus, quorum Color* 1505.

lor pro diverso Oculi situ variat. (1488. 1491.)

1506. *Color Corporis obscurior & fuscior est, si medium magis refringens poros intret* (1475.); tunc enim partes à quibus Color pendet, medio magis refringente quàm ante, circumdantur.

1507. Experimur hoc in omnibus Corporibus, quæ intimè ab aquâ aut oleo penetrantur: exsiccatis Corporibus pristinum recuperant Colorem, nisi in quibusdam occasionibus, in quibus, actione aquæ aut olei, quædam partes sunt sublatæ, aut quando partes quædam aquæ aut olei, cum partibus Corporis ita conjunguntur, ut Lamellarum crassities mutetur.

Ex simili causâ deducuntur mutationes in Coloribus quorundam liquidorum, ex per-
1508. mixtione cum aliis liquidis. *Sæpe particulæ salinæ, natantes in uno liquido, sese jungunt particulis salinis natantibus in alio; aut, ex actione particularum supervenientium, separantur particulæ junctæ, quibus omnibus* particularum crassities, & cum hac *liquidorum Color mutatur.* (1472.)

1509. *Liquidi aliquando diversus est Color, si Radiis reflexis, quàm si transmissis, videatur:* unde hoc oriatur antea vidimus. (1468. 1469.)

1510. Infusio ligni nephritici, non nimium saturata, reflexis Radiis cœrulea apparet, & flava videtur, si inter Lumen & Oculum detur phiala infusionem continens. (*Exp.*)

1511. Si in infusionem ligni nephritici infundatur spiritus aceti vini, flava apparet, quomodocunque videatur. (*Exp.*)

In

In hoc casu particularum crassities muta- 1512.
tur, & Radii per singulas particulas transmissi intercipiuntur; licèt verò liquor inter Oculum & Lumen ponatur, Radiis reflexis videtur, nam tales Radios ad Oculum pervenire ex variis reflexionibus, quas Lumen in liquido patitur, facilè concipimus. Hicce autem Color solus sensibilis est, quia Radii directè per particulas non transeunt.

Ex hoc ipso deducimus, quare *liquidum co-* 1513.
loratum, in vitro figuræ coni inversi, si detur inter Oculum & Lumen, diversi Coloris appareat in variis vasis partibus; in inferiori parte non omnes Radii per particulas transmissi intercipiuntur; magis ac magis intercipiuntur, quo majori copiâ liquidum inter Oculum & Lumen datur, donec tandem omnes intercipiantur, & soli à particulis reflexi liquidum penetrent; in quo casu Color coincidit cum Colore liquidi, radiis reflexis visi.

Nubes sæpe *pulcherrimè coloratæ apparent*; 1514.
constant ex particulis aqueis quibus interjacet aër, *pro variâ* ideò *particularum aquearum crassitie*, Color diversus in Nube observatur. (1472.)

FINIS LIBRI QUINTI.

PHI-



PHILOSOPHIÆ NEWTONIANÆ INSTITUTIONES.



LIBRI VI.

Pars I. De Mundi Systemate.

CAPUT I.

Idea generalis Systematis Planetarii.

Quæ de motu Terræ in hoc VI. Libro dicuntur, intelligenda sunt sub hypothesi ad explicanda Phænomena.



Spatium nullis limitibus terminari posse (17.) qui attentè consideraverit, vix inficias ire poterit, supremam omnipotentem Intelligentiam, quam Terricolis arcto in campo demonstravit, sapientiam ubique manifestam fecisse. Quem hic arctum dico campum, in immensum captum nostrum superat; arctum tamen cum spatio infinito collatum.

1515. *Tellus nostra cum sedecim aliis Corporibus,* (non

(non plura novimus) *in determinato spatio movetur*; non ultra determinatos limites à se mutuò recedunt, neque ad se mutuò accedunt hæc Corpora; *& immutatis legibus Motus horum subjiciuntur*.

DEFINITIO I.

Congeries hæc septemdecim Corporum vocatur Systema Planetarium. 1516.

Circa hæc sola ferè tota versatur ars Astronomica; de his etiam præcipuè acturus sum in hoc Libro; reliqua Universum constituentia Corpora nimium à nobis distant, ita ut horum Motus, si moventur, à nobis observari nequeant; inter hæc nobis sensibilia sunt sola lucida, & quidem insigniora tantùm, aut quæ à nobis cæteris minus distant: etiam illorum, quæ Telescopio deteguntur, plurima Oculo inermi visibilia non sunt.

DEFINITIO 2.

Corpora hæc omnia dicuntur Stellæ fixæ. 1517.

Fixæ vocantur, quia eundem situm inter se sensibiliter servant; circa hæc peculiaria quædam, in sequentibus, memoranda erunt.

Quod autem Systema Planetarium spectat, *in hoc* septemdecim dari *Corpora* diximus; *omnia sunt sphærica*: *Unicum proprio Lumine lucet*; *reliqua sunt opaca*, *& mutuato Lumine visibilia sunt*. 1518.

Sol est Corpus illud *lucidum*, *& omnium in Systemate Planetario longè maximum*; *in hujus medio quiescit*, saltem exiguo Motu tantùm agitatur. 1519.

DEFINITIO. 3.

Reliqua sedecim vocantur *Planetæ*. 1520.

Hi in duas classes dividuntur; sex dicuntur Planetæ primarii; decem vocantur Planetæ secundarii. Quando de Planetis, nullâ adjectâ distinctione, loquimur, primarios intelligimus.

1521. *Primarii Planetæ Motibus suis Solem cingunt*, & ad diversas ab hoc distantias, in curvis in se redeuntibus, feruntur.

1522. *Planeta secundarius circa primarium revolvitur*; & hunc in Motu suo circa Solem comitatur.

1523. *Planetæ in Motibus suis lineas ellipticas* (319.), à circulis non admodum differentes, *describunt*.

Et singulæ lineæ *hæ fixæ sunt*, saltem, nisi post longum tempus, exigua in situ mutatio observatur.

1524. TAB. III. fig. 11. *Ita singulorum Planetarum primariorum Orbitæ disponuntur, ut Focorum alter cadat in centro Solis*; si Ellipsis A B *a b* repræsentet Orbitam Planetæ, centrum Solis est F.

DEFINITIO 4.

1525. *Distantia inter centrum Solis & centrum Orbitæ, vocatur Planetæ Excentricitas*; ut F C.

1526. *In singulis revolutionibus Planeta semel ad Solem accedit*, *& semel ab hoc recedit*; daturque ad distantiam omnium maximam in extremitate *a* axeos majoris Orbitæ; & ad distantiam omnium minimam in extremitate oppositâ A.

DEFINITIO 5.

1527. *Distantia Planetæ à Sole vocatur media, quæ æqualiter cum maximâ & minimâ differt*. Ad hanc datur Planeta in extremitatibus B, *b*, axeos minoris.

DE-

DEFINITIO 6.

Punctum Orbitæ, in quo Planeta à Sole maximè distat, vocatur Aphelium. Ut *a*. 1528.

DEFINITIO 7.

Punctum Orbitæ, in quo Planeta minimè à Sole distat, vocatur Perihelium. Ut A. 1529.

DEFINITIO 8.

Nomine communi puncta hæc vocantur *Auges*, seu *Apsides*. 1530.

DEFINITIO 9.

Linea, quæ Apsides conjungit, id est axis major Orbitæ, *vocatur Linea Apsidum.* 1531.

Orbita unaquæque in plano datur, quod per centrum Solis transit. 1532.

DEFINITIO 10.

Planum Orbitæ Telluris vocatur Planum Eclipticæ. 1533.

Hoc quaquaversum continuatum concipitur; & ad situm planorum reliquarum Orbitarum, respectu hujus, attendunt Astronomi.

DEFINITIO 11.

Puncta, in quibus Orbitæ secant Planum Eclipticæ, vocantur Nodi. 1534.

DEFINITIO 12.

Linea, quæ jungit Orbitæ cujuscunque Nodos, id est, communis Sectio Plani Orbitæ cum Plano Eclipticæ, *vocatur Linea Nodorum.* 1535.

Planeta non æquali celeritate in omnibus punctis Orbitæ suæ fertur. 1536. *Quo minus à Sole distat, eo celerius movetur; & Tempora, in quibus arcus varii Orbitæ percurruntur, sunt inter se ut Areæ, lineis ad centrum Solis ductis,* 1537.

determinatæ. Arcus AG & GB percurruntur in temporibus, quæ sunt inter se, ut Areæ triangulorum mixtorum AFG, GFB.

1538. *Omnes Planetæ eandem partem versùs feruntur*; & horum Motus, in Orbitis suis, est contrarius Motui, quem quotidie in omnibus Corporibus cœlestibus observamus, quo in uno die Tellurem circumferri videntur, de quo in sequentibus.

DEFINITIO 13.

1539. *Motus, qualis est Planetarum in Orbitis, dicitur in consequentiâ, & directus.*

DEFINITIO 14.

1540. *Motus contrarius in antecedentiâ vocatur; aliquando etiam retrogradus.*

1541. *Quo à Sole magis removentur Planetæ, eo in Orbitis lentiùs feruntur*; ita, ut Tempora periodica magis distantium majora sint, & ex majori Orbitâ percursâ, & ex lentiori Motu.

DEFINITIO 15.

1542. *Axis Planetæ dicitur linea, quæ per centrum Planetæ transit, & circa quam hicce rotatur.*

1543. *Planetæ*, saltem plerique, *& Sol ipse, circa axes revolvuntur*: duo dantur, circa quos, hujus respectu, Observationes instituere non licuit, qui hoc Motu probabiliter non destituuntur.

1544. *Motus hicce* conspirat cum Motu Planetarum in Orbitis, id est, *est in consequentiâ*.

1545. *Axes* ipsi *Motu parallelo feruntur*, ita, ut singula axeos Planetæ puncta lineas æquales, & similes, describant.

DE-

DEFINITIO 16.

Axeos extremitates dicuntur Planetæ Poli. 1546.

Planetarum à Sole distantias satis accuratè inter se conferunt Astronomi: ita, ut totius Systematis ideam habeamus. Orbium dimensiones in hoc Schemate repræsentantur, in quo puncta N, N, singulorum Orbium Nodos designant. 1547. TAB. XV.

Nondum tamen *hujus Systematis dimensiones, cum ullâ mensurâ nobis notâ in superficie Telluris, conferre possumus*; Observationes enim, circa talem collationem institutas, erroris expertes esse, Astronomus non asseret. 1548.

Ut autem variæ Systematis partes inter se conferantur, ponimus mediam Telluris à Sole Distantiam dividi in 1000. partes æquales, quæ, in mensurandis reliquis dimensionibus, adhibentur. 1549.

Sol ☉ in medio Systematis, ut ante dictum, exiguo motu agitatur, circa axem revolvitur in Tempore $25\frac{1}{2}$ Dierum: & axis ad Planum Eclipticæ inclinatur, efficiens angulum 87. gr. 30'. 1550.

Planetarum omnium minimè à Sole distat Mercurius ☿. Hujus Distantia media à Sole est 387.: Excentricitas est 80.: Inclinatio Orbitæ, id est angulus, quem Planum Orbitæ cum Plano Eclipticæ efficit, est 6. gr. 52'.: In tempore 87. Dierum, 23. Horar. 15'. 38". Revolutionem circa Solem peragit. 1551.

Insequitur Venus ♀; cujus Distantia media à Sole est 723: Excentricitas 5.: Inclinatio Orbitæ 3. gr. 23'.: Tempus periodicum 224. Dier. 14. Hor. 49'. 20": Circa axem ro- 1552.

rotatur in tempore 24. Dier. & 8. Hor. Axis cum Plano Eclipticæ efficit ang. 15. aut 20. gr.

1553. Planeta tertius ordine à Sole, est Tellus nostra ♀. Hujus Distantia media à Sole est 1000.: Excentricitas 16, 91, aut 17. quam proximè. In ipso Plano Eclipticæ movetur. Tempus periodicum, aut Annus periodicus, est 365. Dier. 6. Hor. 9'. 14''.; superat hic Annum tropicum 20', 17''.: Circa Axem in tempore 23. Hor. 56.' 4''. revolvitur: Axis cum Plano Eclipticæ efficit angulum 66. gr. 31'.

1554. Mars ♂ à Sole in mediâ Distantiâ removetur 1524.: Excentricitas est 141.: Inclinatio Orbitæ 1. gr. 52'.: Tempus periodicum 686. Dier. 22. Hor. 29'.: Circa Axem Revolutionem peragit in 24. Hor. 40'.

1555. Jupiter ♃ Planetarum maximus, à Sole distat mediâ remotione 5201.: Excentricitas 250.: Inclinatio Orbitæ 1. gr. 20'.: Tempus periodicum 4332. Dier. 12. Hor. 20'. 9''.: Circa Axem revolvitur in 9. Hor. 56'.

1556. Saturni ♄ Planetarum remotissimi à Sole Distantia media est 9538.: Excentricitas 547.: Orbitæ inclinatio 2. gr. 30'.: Tempus periodicum 10759. Dier. 6. Hor. 36'. Hic Annulo circumdatur, qui Planetam non tangit, & hunc nunquam deserit: nisi adhibito Telescopio visibilis non est.

Datâ Distantiâ mediâ, addendo Excentricitatem, detegitur maxima Distantia; subtractâ verò Excentricitate ex mediâ Di-

Distantiâ, determinatur Distantia minima. (1525.)

Tres Planetæ, Mars, Jupiter, & Saturnus, qui ultra Tellurem à Sole removentur, dicuntur *superiores*. *Inferiores* Planetæ vocantur Venus & Mercurius. 1557.

Inter primarios Planetas tres secundariis stipantur. 1558.

Circa Saturnum quinque Planetæ, Satellites dicti, moventur: Circa Jovem quatuor: Circa Tellurem unus, Luna nempe.

Planetæ secundarii, Lunâ exceptâ, nudis Oculis non deteguntur.

Satellites circa Primarios describunt Areas, lineis ad centra Primariorum ductis, temporibus proportionales; ut respectu centri Solis de Primariis dictum. (1537.) 1559.

Luna circa Tellurem in Ellipsi movetur, cujus Focorum alterum occupat Telluris centrum, a quo Lunæ Distantia media est semi-diametrorum Telluris 60. $\frac{1}{2}$.: *Excentricitas mutationi obnoxia est*; media est semi-diametrorum 3$\frac{1}{2}$.: Planum *Orbitæ*, cum Plano Eclipticæ, efficit angulum circiter 5. gr.; sed *non constans est* hæc *Inclinatio*. 1560. 1561. 1562.

In Motu Lunæ circa Tellurem, non Motu parallelo feruntur neque Linea Apsidum, neque Linea Nodorum; sed *hæc in antecedentiâ, illa in consequentiâ fertur*; prima in 9. circiter Annis revolutionem peragit; secunda in 19. Annis. Lunæ Tempus periodicum, circa Tellurem, est 27. Dierum, 7. Hor. 43'. circiter; & exactissimè in eodem tempore circa Axem rotatur. 1563.

1564. Planetarum circumjovialium primus, seu intimus, à Jovis centro distat Diametros Iovis $2\frac{5}{6}$ circa Jovem circumvolvitur in uno Die, 18. Hor. 27'. 34".

Secundi Distantia est Diametrorum Jovis $4\frac{1}{2}$: Tempus periodicum 3. Dier. 13. Hor. 13'. 42".

Tertii Distantia est $7\frac{1}{6}$ Diam.: Tempus periodicum 7. Dier. 3. Hor. 42'. 36".

Quartus distat $12\frac{2}{3}$ Diam.: Revolvitur in tempore 16. Dier. 16. Hor. 32'. 9".

1565. Primus seu intimus Saturni Satelles, à centro Saturni distat $\frac{19}{40}$ Diam. Annuli: Tempus periodicum 1. Dier. 21. Hor. 18'. 27".

Secundi Distantia est Diam. Ann. $1\frac{5}{8}$: Tempus periodicum 2. Dier. 17. Hor. 41'. $22\frac{4}{5}$".

Tertii Distantia est $1\frac{1}{43}$ Diam. Ann.: Tempus periodicum 4. Dier. 12. Hor. 25'. 12".

Quarti Distantia 4. Diam. Ann.: Tempus periodicum 15. Dier. 22. Hor. 41'. 14".

Quinti Distantia 12. Diam. Ann.: Tempus periodicum 79. Dier. 7. Hor. 48'. 00".

1566. De Motu horum, ut & Jovialium Satellitum, circa Axes, nil certi huc usque ex Observationibus Astronomicis determinari potest.

Si ad Distantias & Tempora periodica Planetarum attendamus, hanc Regulam in nostro Systemate, ubicunque plurima Corpora circa idem punctum revolvuntur, id est,

1567. *circa Solem*, *Saturnum*, & *Jovem*, obtinere videmus: *quadrata Temporum periodicorum esse*

esse inter se, ut cubos Distantiarum mediarum à Centro.

Dimensionum ipsorum Corporum, in nostro Systemate, ideam damus in Schemate, 1568.
in quo omnes Planetæ primarii, ut & Saturni Annulus, secundum dimensiones suas, delineantur. Sol, cujus magnitudo omnes alias excedit, repræsentatur circulo, cujus diameter æqualis est lineæ A B.

Hæ dimensiones satis exactè proportiones Corporum inter se exhibent, si Tellurem excipiamus, quæ, ex ratione jam traditâ (1548.), cum cæteris Corporibus ita conferri non potest, ut de errore dubium nullum supersit.

Mensuratur tamen *Telluris Diameter*, & est 1569.
3389940. perticarum, quarum singulæ continent 12. pedes Rhenolandicos; sed licèt inter se, & cum Solis Diametro conferantur cæterorum Planetarum Diametri, quot pedes hæ contineant, nisi post in tempore opportuno instituendas Observationes, determinari non poterit.

Inter Corpora, Systema Planetarium componentia, *sola Luna cum Tellure confertur*; 1570.
hujus Diameter est ad Lunæ Diametrum, ut 73. ad 20.

Planetæ secundarii reliqui ab Astronomis 1571.
non mensurantur; quosdam tamen magnitudine Tellurem excedere, in dubium vix vocari potest.

Præter Corpora, hucusque memorata, in Systemate Planetario, quædam alia per tempus videntur, quæ ad Solem accedunt, dein-

de

1572. de ab hoc recedunt, & invisibilia fiunt; *Cometæ* dicuntur. Hi *plerumque caudati apparent, & Cauda semper à Sole aversa datur. In*
1573. *Motu suo describunt Areas, lineis ad centrum Solis ductis, Temporibus proportionales*, ut de
1574. Planetis dictum. (1537. 1559.)

Circa Cometas probabile est, illos in Orbitis ellipticis admodum excentricis moveri; ita, ut invisibiles sint, quando à Sole remotiorem Orbitæ partem occupant, quod ex quorundam Periodis satis regularibus deducitur; & ex Observationibus constat, *quosdam portio-*
1575. *nes Ellipsium valde excentricarum, in quarum Foco centrum Solis erat, in Motu suo descripsisse.*

Quam huc usque ideam Systematis Planetarii dedi, Astronomicis nititur Observationibus; & de huc usque dictis nulla lis est inter Astronomos, si excipiamus, quæ lineam ellipticam, & Motum Telluris spectant.

Quidam Planetarum Orbitas non esse ellipticas, sed illos in Motu aliam ovalem describere, contendunt. Ex Observationibus Tychonis Brahe deduxit Keplerus, lineas has esse ellipticas; & curvas alias à Planetis non posse describi, in Parte sequenti videbimus.

Qui Tellurem quiescere contendunt, nullo astronomico, aut physico nituntur argumento; id est, ex Phænomenis non ratiocinantur: neglectâ Systematis simplicitate, & in hoc Motuum analogiâ, sententiam suam Observationibus non adversari de-

defendunt; in quo & illos errare, in Parte sequenti videbimus.

CAPUT II.

De Motu apparenti.

QUi, lecto Capite præcedenti, Cœlum intuebitur, illud se, quod ibi exponitur, Systema contemplari vix credet; & exactior Motuum cœlestium consideratio dubium augebit. Nil mirum; *in Cœlis præter nos decipientes Motuum apparentias vix quicquam observamus.* 1576.

Variis motibus agitatus Spectator, qui se quiescere persuasum habet, & intuetur Corpora, circa quorum distantiam & magnitudinem falsa fert judicia, vulgaris est Cœlorum contemplator. Per multa sæcula verum Mundi Systema Cœlum etiam exactiùs observantes latuit.

Explicandum autem nobis est, quomodo 1577. omnia, quæ circa Corpora cœlestia observantur, respectu Spectatoris in Tellure, locum habeant in Systemate exposito; id est, ex notis Motibus apparentias deducemus. Quod fieri non potest, nisi quibusdam generalibus præmissis, de Motu apparenti in genere.

Motum verum nullà arte à nobis observari posse, extra omne dubium est; solus Motus relativus sub sensus cadit (52.); de eo etiam tantùm agitur in Capite præcedenti. Quis

Quis affirmare aut negare cum ratione poterit, non Motu communi omnia Corpora nobis nota, per ſpatia immenſa transferri?

1578. *Motus relativus ab apparenti diſtinguendus eſt*; hic enim eſt mutatio viſa in ſitu Corporum, & pendet à mutatione in picturâ in fundo Oculi; nam objecta illam inter ſe relationem apparentem habent, quæ datur in Oculo inter objectorum repræſentationes; videntur enim ut in Oculo depinguntur (1220.); & mutatio in hac picturâ, ex Corporum motu, ferè ſemper differt cum mutatione relationis inter ipſa Corpora; ut ex picturæ formatione ſequitur.

1579. *Cœlum nihil eſt præter ſpatium immenſum, quod videri non poteſt*, & nigrum appareret (1398.), niſi continuò Radii Luminis innumeri, à Corporibus cœleſtibus manantes, Atmoſphæram penetrarent. Plerique per rectas lineas ab illis Corporibus ad nos perveniunt, multi tamen in Atmoſphærâ varias patiuntur reflexiones, & totam Atmoſphæram illuminant; inde de die, etiam abſque nubium reflexione, Corpora illuſtrantur, ad quæ Radii ſolares directè pervenire nequeunt.

Radii hi ſunt heterogenei, & quidem albi; nam Corpora dantur hiſce Radiis illuſtrata, quæ alba apparent; & quæ ita illuſtrantur, per priſmata viſa, ad extremitates coloribus tinguntur, quod in colore homogeneo non obtinet (1448.): etiam circulus chartæ albæ, diametri ſemi-pollicis, panno nigro ſuperimpoſitus, ſi hiſce Radiis illuminetur, per pri-

prisma oblongus apparet, & iidem colores, qui in Radiis solaribus observantur (1412.), eodem modo hic videntur; quæ omnia minimè obtinerent, si aër, ut à plurimis statuitur, foret liquidum cœruleum, id est, per quod soli Radii cœrulei, saltem maximâ copiâ, transeunt.

Dum Cœlum nigrum intuemur, Radii albi 1580.
memorati *Oculos intrant, unde color cœruleus Cœlorum oritur.*

Quia adsueti sumus colorem videre, ubi objectum datur coloratum, etiam ad objectum refertur color Cœlorum; cùm autem hic omnes partes versùs æqualiter observetur, *concipimus superficiem cavam sphæricam,* 1581.
aut potius sphæroideam, in cujus centro ipsi positi sumus; superficiem hanc ut opacam, ideòque *ultra omnia Corpora nobis visibilia remotam, imaginamur.*

Quando inter planum & Oculum datur Corpus, de cujus distantiâ judicium ferre non possumus, plano applicatum nobis apparet Corpus, quæcunque fuerit distantia inter hoc & planum; nulla enim datur ratio, quare partes plani, quæ ad latera imaginis Corporis in Oculo depinguntur (1220.), non ad eandem distantiam cum Corpore apparerent.

Inde etiam *omnia Corpora cœlestia,* (quo- 1582.
rum minimè à nobis distans, Luna nempe, ita removetur, ut judicium de distantiâ non detur (1253.), *ad sphæram imaginariam memoratam referuntur; & omnia æque remota apparent; & in superficie sphæræ cavæ moveri* vi-

videntur. Sic Luna inter Stellas fixas concipitur, licet illius distantia vix rationem sensibilem habeat ad Saturni distantiam, quæ ipsa evanescit collata cum immensâ Stellarum fixarum remotione. Non mirum est igitur, si de magnitudine Corporum cœlestium & Cœlorum immensitate nil noscat vulgus.

Deducimus ex dictis, quomodo ex dato Motu Corporis cujuscunque, & noto Motu Telluris, Motus apparens determinetur.

Sphæram diximus concipi ultra Stellas fixas, in cujus centro datur Spectator (1581.): Orbita Telluris adeò est exigua respectu diametri hujus sphæræ, ut ex translato cum Tellure Spectatore, centrum sphæræ sensibili-
1583. ter non mutetur; Quare *in omnibus superficiei Telluris punctis, & tempore quocunque, eandem Terricolæ imaginantur* sphæram, *ad quam Corpora cæleſtia referunt*; & quam, in sequentibus, nominabimus *Sphæram Stellarum fixarum*.

1584. Hisce positis, *si per Tellurem, & Corpus, lineam concipiamus, quæ ultra Corpus continuata Sphæram memoratam secat, habemus punctum*, ad quod Corpus memoratum refertur, & *quod est locus apparens Corporis*.

Dum Corpus, aut Tellus, aut ambo moventur, agitatur hæc linea, & *Motus apparens*
1585. *est linea, quam inter Stellas fixas describit extremitas lineæ* memoratæ, *transeuntis per Tellurem & Corpus, cujus Motus apparens observatur*.

1586. Idcircò *eædem apparentiæ ex translatâ Tellure sequuntur, quæ ex translato Corpore, aut Motu amborum deduci possunt*. Si

Si autem Corpus & Tellus ita moveantur, ut linea, quæ per hæc Corpora transit, Motu parallelo feratur, Corpus inter Stellas fixas quiescere videbitur; quia spatium, in hoc casu, ab extremitate lineæ inter Stellas percursum, non superat spatium à Tellure percursum; linea autem æqualis toti spatio, quod à Tellure potest percurri, ad distantiam Stellarum fixarum remota, nobis sensibilis non est. 1587.

Ex motu Telluris circa axem etiam *datur Motus apparens*, qui suo tempore, ex fundamentis in hoc Capite positis, facilè deducetur. 1588.

Motum apparentem à relativo differre, & ex motu Spectatoris variari, navigantes quotidie experiuntur.

CAPUT III.

De Phænomenis Solis ex Motu Telluris in Orbitâ.

SIt Sol in S; Tellus in Orbitâ suâ in T; *r s* Sphæra Stellarum fixarum; locus apparens Solis est *s* (1584.). *Dum Tellus in Orbitâ transfertur* à T in *t*, *Sol moveri videtur*, & percurrere arcum *s r* (1585.), qui mensurat angulum *r* S *s*, æqualem angulo T S *t*, ita, ut celeritas Motûs apparentis Solis pendeat à celeritate Motûs angularis Telluris, respectu centri Solis; qui Motus ex duplici causâ crescit, ex imminutâ distantiâ à Sole, & ex 1589. TAB. XVI. fig. 1.

auctâ

aucta celeritate Telluris: quæ ambæ causæ
1590. semper occurrunt (1537.); quare *Motûs ap-*
1591. *parentis Solis inæqualitas sensibilis est. In integrâ Telluris revolutione*, etiam *integrum circulum Sol percurrere videtur*.

DEFINITIO I.

1592. *Via hæc apparens Solis Linea Ecliptica vocatur*. Est sectio Sphæræ Stellarum fixarum cum plano Eclipticæ (1533.), ad hanc Sphæram usque continuato.

Dividitur hæc via in duodecim partes æquales, quæ singulæ continent 30. gr.; partes hæ vocantur Signa, & his nominibus dantur; Aries ♈, Taurus ♉, Gemini ♊, Cancer ♋, Leo ♌, Virgo ♍, Libra ♎, Scorpius ♏, Sagittarius ♐, Capricornus ♑, Aquarius ♒, Pisces ♓. Unde hæ partes nomina mutuatæ sint, ubi de Stellis fixis acturi sumus, videbimus.

1593. *Diutius in percurrendis sex Signis prioribus hæret Sol, quàm in sex posterioribus, daturque differentia novem dierum.*

1594. Licet circulus nullum habeat *principium* aut finem, ubi tamen in hoc puncta varia determinanda sunt, quoddam punctum pro principio habendum est; hoc *in lineâ Eclipticâ est primum punctum Arietis*; quomodo determinetur, in sequentibus videbimus. Non est
1595. fixum inter Stellas fixas; idcircò *Orbitæ Planetarum*, quæ adeò parum mutantur, ut pro immutabilibus haberi possint (1523.), *non eundem respectu hujus puncti situm servant*.

DEFINITIO 2.

1596. *Distantia Solis à primo puncto Arietis, in con-*

consequentiâ mensurata, dicitur Solis Longitudo.

Longitudines cæterorum Corporum cœlestium, eodem modo in Eclipticâ mensurantur. Ad quam referuntur, si circulus major per Corpus concipiatur perpendicularis ad Eclipticam; punctum enim, in quo hæc ab illo circulo secatur, determinat Corporis Longitudinem. 1597.

DEFINITIO 3.

Distantia Corporis cœlestis à lineâ Eclipticâ, vocatur illius Latitudo. Est arcus circuli majoris, ad Eclipticam perpendicularis, inter Corpus & Eclipticam interceptus. 1598.

DEFINITIO 4.

Si in centro Sphæræ Stellarum fixarum, ad planum Eclipticæ, concipiamus lineam perpendicularem, puncta, in quibus hæc memoratam Sphæram secat, vocantur Poli Eclipticæ. 1599.

DEFINITIO 5.

Zodiacus est Zona, quæ concipitur in Cœlis, quam in duas partes æquales secat linea Ecliptica, & quæ ab utrâque parte terminatur circulo lineæ Eclipticæ parallelo, & ab hac octo gradibus distanti. Propter exiguam orbium Planetarum, ut & Lunæ, inclinationem ad planum Eclipticæ, *nunquam extra Zodiacum Corpora ulla Systematis planetarii apparent.* 1600. 1601.

DEFINITIO 6.

Inter hæc, quæ eandem habent Longitudinem, dicuntur in Conjunctione. 1602.

DEFINITIO 7.

In Oppositione dicuntur, quorum Longitudines differunt 180. gr. 1603.

CAPUT IV.

De Phænomenis Planetarum inferiorum, ex horum, & Telluris Motibus in Orbitis suis.

1604. TAB. XVI. fig. 2. SIt S Sol; AVB*v* Orbita Planetæ inferioris. Tellus in Orbitâ suâ T; *avb* portio Sphæræ Stellarum fixarum; locus apparens Solis est v. (1584.).

Si ex Tellure, ad Orbitam Planetæ, ducantur tangentes TA*a*, TB*b*, clarè patet, nunquam ad majorem distantiam, quàm v*a*, aut v*b* à Sole, in Motu apparenti, removeri Planetam; & hunc illum, in Motu apparenti circa Tellurem, quasi comitari.

DEFINITIO.

1605. *Distantia apparens Planetæ à Sole, dicitur*
1606. *illius Elongatio.* v*a* aut v*b* est *Elongatio maxima*: hæc ex duabus causis *variat*; quia nempè & Tellus & Planeta in lineis ellipticis revolvuntur. (1523.)

1607. *Planeta*, breviori tempore quàm Tellus, revolutionem peragit (1541.); ideò *in Motu suo, inter Tellurem & Solem transit, & deinde ultra Solem respectu Telluris movetur: ita, ut duobus modis cum Sole in conjunctione fit, nunquam* autem *in oppositione.*

Ut ideam habeamus Motûs apparentis Planetæ, concipere debemus, cum Tellure moveri lineas TB*b*, TS*v*, TA*a*; ita ut puncta A, V, B, & *v*, dum Tellus revolutio-

nem

nem peragit; Orbitam Planetæ circumrotentur; Planeta verò, qui celerius revolvitur, per hæc puncta successivè iterum atque iterum transit.

Dum ab V in D in Orbitâ fertur, inter 1608. fixas ab v, d versùs moveri videtur; in hoc casu, *Motus apparens est in antecedentiâ*, & *Planeta est retrogradus*. In D *stationarius* dicitur; quia *per aliquod tempus, in eodem loco, inter Stellas fixas apparet*: hoc obtinet; ubi Planetæ Orbita, in loco, in quo Planeta versatur, ad Orbitam Telluris, in loco in quo hæc datur, ita inclinatur, ut ductâ lineâ *t d* lineæ T D parallelâ, & parum ab hac distanti, D *d* sit ad T *t*, ut Planetæ celeritas, in Orbitâ, ad Telluris celeritatem; hæ lineolæ eodem tempore percurruntur (58.); & linea, quæ per Tellurem & Planetam ducitur, Motu parallelo fertur, quo locus Planetæ apparens non mutatur. (1587.)

1609.

Inter *d* & B magis ad Orbitam Telluris inclinatur Planetæ Orbita, quare extremitas lineæ transeuntis per Tellurem & Planetam, licèt Planeta celeriùs Tellure moveatur, *in* 1610. *consequentiâ* fertur; quam partem *etiam* versùs *dirigitur Motus apparens Planetæ* (1585.). Cùm tamen Motus apparens Solis Motum apparentem Planetæ superet, Elongatio augetur, quæ posito Planeta in B, est maxima. Dum arcum B *v* Planeta percurrit, in consequentiâ etiam est Motus apparens, & Motum Solis apparentem superat, ad quem accedit, & transgreditur, ab hoc recedendo, donec pervenerit ad A. Inter A & E Motus in consequen-

tiâ continuatur; sed Sol, cujus Motus apparens in hoc casu velocior est, ut de arcu *d* B explicatum, ad Planetam accedit, & minuitur Elongatio. In E, eodem modo ac in D,
1611. stationarius est *Planeta*, inter E & V iterum retrogradus est.

Planetæ Orbita ad planum Eclipticæ inclinatur (1532. 1533.), ideò *non in lineâ Eclipticâ moveri videtur; sed* nunc minus nunc magis ab hac distat, & *in curvâ irregulari ferri* videtur, *quæ interdum Eclipticam secat*.

TAB. XVI. fig. 1. Sit N V N Orbita Planetæ, cujus Nodi N, N; sit S Sol; T *t* Telluris Orbita in plano Eclipticæ; Tellus T, Planeta V. Si V A concipiatur per Planetam ad planum Eclipticæ perpendicularis, angulus V T A, aut potiùs arcus qui hunc mensurat, est Latitudo Planetæ (1598.): vocatur hæc Latitudo Geocentrica, ut distinguatur à Latitudine Planetæ è Sole visi, quæ Heliocentrica dicitur, & est in hoc casu angulus V S A; de illâ hìc agitur, Phænomena ex Tellure visa examinamus.

1612. *Quando Planeta est in Nodo, in lineâ Eclipticâ apparet*, & curva, à Planetâ Motu apparenti in Zodiaco descripta, secat lineam
1613. Eclipticam; *recedendo à Nodo augetur Planetæ Latitudo, quæ etiam pro Telluris situ variat*; sic manente Planetâ in V, major est Latitudo, si Tellus sit in T, quàm si foret in *t*. Si, manente Tellure, Planetam ex V ad *v* translatum concipiamus, ex duplici causâ angulus *v* T B minor erit angulo V T A; ex accessu Planetæ ad Nodum, & ex recessu Spectatoris.

Si

Si nunc consideremus Tellurem & Planetam continuò moveri, facilè concipiemus mutari omnibus momentis Latitudinem ex utrâque causâ. Hæ interdum contrariè agunt, interdum, in augendâ aut minuendâ Latitudine, conspirant; unde necessariò oritur Motus apparens in curvâ irregulari, ut ante dictum, quæ Eclipticam secat, quoties Nodos transgreditur Planeta, id est, bis in singulis hujus revolutionibus; curva etiam hæc, ab utrâque parte, non ultra certos limites in Zodiaco ab Eclipticâ recedit.

Telescopio etiam deteguntur Phænomena notabilia Planetarum inferiorum, quæ ab horum opacitate pendent.

Sit S Sol; T Tellus; A, B, C, v, D, E, F, V, TAB. XVI. Planeta inferior, Venus ex. g. in Orbitâ. fig. 4. Hic mutuato à Sole Lumine lucet, & hemisphærium Soli obversum tantùm illuminatur; hemisphærium alterum invisibile est: idcircò sola pars hemisphærii illuminati, quæ Telluri obvertitur, ex hac videri potest; in V Planeta videri non potest, in v rotundus appareret, nisi Radii solares impedirent quo minus videatur.

Ex v progrediendo, *Planeta continuò decrescit*, in D habet figuram *d*; in *e* & *f* delineatur, ut in E & F apparet: ulteriusque decrescit, *donec evanescat* in V; *deinde iterum crescit successivè mutando figuram*, donec totum hemisphærium illuminatum Tellurem versùs dirigatur. 1614.

Quando Nodus datur in V, aut in viciniis, 1615. *Planeta in ipso disco Solis*, & quasi Soli ap-

plicatus *videtur*, & *observatur macula nigra, quæ super Solis superficie movetur*: in hoc casu, si accuratè rem exprimamus, Planetam non videmus, sed ubi Radios solares intercipiat decernimus.

1616. *Quo minus à Tellure distat Planeta, eo major apparet* (1254.), & magis lucidus; sed dum ad Tellurem accedit, pars lucida visibilis minuitur, ita ut ex unâ causâ crescat Lumen, ex aliâ minuatur; *daturque distantia quædam media, ad quam Lux reflexa est maxima.*

CAPUT V.

De Phænomenis Planetarum superiorum, ex horum & Telluris Motibus in Orbitis suis.

IN multis, cum explicatis circa Planetas inferiores, coincidunt superiorum Motus ap-
1617. parentes; in multis differunt. *Non semper hi Solem comitantur, sed sæpe in oppositione observantur*; in Motu tamen, ut de inferioribus
1618. dictum, *non semper in consequentiâ ferri videntur, sed sæpe stationarii, sæpe retrogradi sunt.*
1619. Sit M Planeta superior, ex. gr. Mars, in
TAB. XVI. fig. 1. Orbitâ; A T H B C Orbita Telluris. Tempus periodicum Telluris brevius est Tempore periodico Martis (1541.); ideò inter hunc & Solem in Motu suo transit Tellus, in quo casu Planeta in F, inter Stellas fixas Soli oppositus, apparet, Per M ducantur lineæ B M, A M, Orbitam Telluris tangentes, quæ continua-

tinuatæ in G & D ad Sphæram Stellarum fixarum pertingunt. Concipiamus, dum Planeta in Orbitâ transfertur, lineas has etiam moveri, ita ut puncta A & B, in quibus lineæ per Planetam transeuntes Orbitam Telluris tangunt, in Tempore periodico Planetæ revolutionem peragant. Cùm autem Tellus celeriùs revolvatur, per puncta A & B in Motu suo transit. In hoc Motu ultra F D & F G à loco Planetæ, è Sole viso, non removetur locus apparens è Tellure. Sit in hujus Orbitâ punctum T tale, ut ductâ lineâ *t m* parallelâ lineæ T M, T *t* sit ad M *m*, ut Telluris celeritas ad Planetæ celeritatem; in quo casu hæ lineolæ eodem tempore percurruntur (58.); interea quiescere videtur Planeta (1587.), & stationarius dicitur. Eodem modo stationarius est, positâ Tellure in H. In Motu Telluris, inter T & H, Planeta ab E per F ad I in antecedentiâ moveri videtur, & retrogradus dicitur; dum H B C A T percurrit Tellus, directus est Planeta.

Phænomena circa Latitudinem similia sunt iis, quæ explicata sunt respectu Planetarum inferiorum. (1611.) 1620.

Jupiter & Saturnus ad magnam distantiam Telluris Orbitam cingunt, quare ubique ferè tota illorum hemisphæria, quæ à Sole illuminantur, è Tellure visibilia sunt; ideò *semper rotundi apparent* hi Planetæ. 1621.

Quia minus distat *Mars*, *paululum gibbosus apparet, inter conjunctionem & oppositionem cum Sole.* 1622.

CAPUT VI.

De Phænomenis Satellitum, ex Motu horum in Orbitis. Ubi de Eclipsibus Solis & Lunæ.

1623. S*Atellites Jovis & Saturni semper in Motu Primarios suos comitantur, & nunquam ultra certos limites*, qui ex horum, à Primariis, distantiis facilè determinantur, *ab utrâque parte recedere videntur; alternisque vicibus in antecedentiâ & in consequentiâ feruntur.* Aliquando omnes ad eandem partem Primarii dantur, aliquando inter ipsos Primarius observatur;
1624. *Jovis Satellites semper aut in eâdem lineâ rectâ disponuntur, aut parum ab hac distant.* Quæ omnia ex Motu circa Primarios, in planis exiguos inter se, & cum plano Eclipticæ, angulos efficientibus, facilè deducuntur.

1625. Non omnes Saturni aut Jovis *Satellites* semper simul visibiles sunt. *Quando inter Primarium & Tellurem dantur, ab ipso Primario distingui non possunt; aliquando à Primario obteguntur, sæpe in umbram Primarii immerguntur.*

DEFINITIO I.

1626. Talis *in umbram Immersio dicitur Satellitis Eclipsis.*

TAB. XVII. fig. 1. Sit S Sol; *Tt* Telluris Orbita; I Jupiter; M *m* Orbita Secundarii Jovialis. Dum ab M ad *m* movetur Secundarius, Eclipsin patitur, & à Sole non illuminatus invisibilis est.

Po-

Positâ Tellure T versùs, Immersio in umbram facilè observatur, Emersio contra sola sensibilis est, positâ Tellure in *t*.

Inter *Saturni* comites Annulum dari diximus (1556.); circa quem notandum, *Annuli latitudinem, pro Spectatore in Tellure, Saturni diametrum nunquam superare, & ipsum Annulum aliquando invisibilem esse*; quando nempe planum Annuli continuatum per Tellurem transit; Annuli enim crassities sensibilis non est. Etiam non videtur Annulus, quando hujus planum continuatum, inter Solem & Tellurem transit; tunc enim superficies Annuli illuminata à Tellure avertitur. In utroque casu Saturnus rotundus apparet, in ultimo tamen, ex Radiis ab Annulo interceptis, fascia nigra in Planetæ superficie observatur, similis illi, quæ ab umbrâ Annuli pendet. 1627.

Telluris Satellitis, Lunæ nempe, Phænomena nostri respectu notabiliora sunt, & peculiariter explicanda.

Sæpissimè Soli conjungitur, totiesque huic opponitur, non tamen in singulis revolutionibus Lunæ in Orbitâ; nam dum *Luna* post revolutionem integram 27. dier. 7. hor. iterum redit ad locum inter Stellas fixas, in quo cum Sole fuit conjuncta, Sol ex hoc loco recessit, & ab hoc circiter distat 27. gr. (1553. 1589. 1591.); quare nisi post aliquot dies Solem non attingit, *& conjunctiones vicinæ distant viginti novem diebus cum semisse*. 1628. 1629.

DEFINITIO 2.

Mensis Lunaris periodicus, est Tempus revolutionis Lunæ in Orbitâ. 1630.

DEFINITIO 3.

1631. *Mensis Lunaris synodicus, seu Lunatio, est Tempus, quod Luna impendit inter conjunctiones cum Sole proximas.*

1632. *Invisibilis est Luna in conjunctione cum Sole;* quia hemisphærium illuminatum à Tellure avertitur. Sit Tellus T; Luna in N inter Solem & Tellurem; hemisphærium illuminatum erit *m l i*, quod in Tellure videri non potest.

TAB. XVII fig. 2.

1633. *Dum Luna*, in Orbitâ, *à conjunctione ad oppositum fertur*, pars illuminata, quæ semper Solem versùs dirigitur, *continuò magis ac magis Spectatoribus in Tellure visibilis est*; & in punctis A, B, C, successivè figuras *a*, *b*,

1634. *c*, acquirit Luna. In P, *in oppositione cum Sole, rotunda apparet*; deinde per D, E, F, transeundo *decrescit*, ut in *d*, *e*, *f*, repræsentatur.

DEFINITIO 4.

1635. *Conjunctio Lunæ cum Sole vocatur Novilunium.*

Post conjunctionem Luna quasi renasci videtur.

DEFINITIO 5.

1636. *Oppositio Lunæ cum Sole vocatur Plenilunium*; quia Luna pleno orbe lucida apparet.

DEFINITIO 6.

1637. *Nomine communi oppositio & conjunctio Satellitis cum Sole vocantur Syzygiæ.*

1638. In A & F pars Lunæ obscura, Radiis à Tellure reflexis, paululum illuminatur; ideò videtur à Spectatore cui Sol visibilis non est, id est, in primo casu post occasum Solis, in secundo ante hujus ortum.

DE-

DEFINITIO 7.

Quando Solis Lumen à Lunâ intercipitur ita ut in totum, aut pro parte, respectu Spectatoris cujuscunque in Tellure, Sol obtegatur, Sol dicitur Eclipsin pati. 1639.

Propriè loquendo, hæc est Eclipsis Telluris, in cujus superficiem cadit Lunæ umbra aut penumbra.

DEFINITIO 8.

Lunæ Eclipsis est obscuratio Lunæ ex umbrâ Telluris. 1640.

Nunquam Solis Eclipsis observatur, nisi quando Novilunium celebratur. 1641.

Nunquam Luna deliquium patitur, nisi in Plenilunio. 1642.

Non tamen *in singulis Syzygiis Luminaria deficiunt*; quia Luna non in Plano Eclipticæ movetur (1562.), in quo semper dantur Sol & Tellus; quare, propter Latitudinem Lunæ, hujus umbra, in Novilunio, sæpe Tellurem non tangit, & ipsa, in Plenilunio, ad latus umbræ Telluris transit. 1643.

Quando autem Lunæ Latitudo aut nulla aut exigua est, id est, *quando in Nodo, aut propè hunc versatur Luna in Syzygiis, Eclipsis observatur*; in hoc casu in Eclipticâ, aut parum ab hac distans, apparet Luna; & inde nomen suum habet hæc Linea. 1644.

Ut quæ Lunæ Eclipsin spectant clariùs pateant, sit Lunæ semita OO; planum Eclipticæ RR; in hoc semper datur centrum umbræ Telluris (1533. 1534.); Nodus Orbitæ Lunæ est N. TAB. XVII. fig. 1.

Si umbra Telluris sit in A, non obscuratur Luna, quæ in F transit. *Si*

1645. *Si* minus à Nodo distet Luna in Plenilunio, ut in G, umbra Telluris datur in B, & *Luna pro parte obscuratur*; hæc *Eclipsis dicitur partialis*.

1646. *Si*, positâ umbrâ in D, Plenilunium celebretur, *in totum tenebris obtegitur Luna* in I; in L in umbram cadit, in H ex hac exit; & *Eclipsis dicitur Totalis*.

1647. *Centralis vocatur Eclipsis, quando centrum Lunæ transit per centrum umbræ, quod in ipso Nodo* N *tantùm obtinet*.

De Telluris umbrâ huc usque locuti sumus; quia, quando de Tellure loquimur, cum hac conjunctam etiam intelligimus Atmosphæram, de quâ alibi egimus (783.):

1648. *de Atmosphæræ umbrâ* propriè *agitur in Eclipsibus Lunaribus*; ipsius enim Telluris umbra ad Lunam non pertingit.

TAB.XVIII fig. 1. Sit T Tellus, Atmosphærâ FDGGDF circumdata. Radii solares BD, BD, Atmosphæram tangentes, rectâ progrediuntur, & Atmosphæræ umbram terminant, extra quam si Luna detur, immediatè à Radiis solaribus illuminatur; non verò eodem modo, inter BD & BD, illustratur.

1649. *Radii, qui obliquè Atmosphæram intrant*, refractionem patiuntur (1071.); & dum ad Tellurem accedunt, continuò in medium densius atque densius penetrant (799.); ideòque omnibus momentis inflectuntur (1080.) & *per curvas moventur*. Sic Radii EF, EF, in curvis FG, FG Tellurem tangentibus, Atmosphæram penetrant. Omne Lumen inter EF, EF, à Tellure intercipitur, &

Ra-

Radii GA, GA terminant Telluris umbram.

Lumen autem inter EF & BD, ab Atmosphærâ refractum, dispergitur inter GA & BD continuatas; & ultra A, mucronem umbræ Telluris, Lumina, ab omnibus partibus accedentia, confunduntur, sed recedendo à Tellure continuò debiliora sunt: ita ut *umbra Atmosphæræ* non sit umbra perfecta, sed *Lumen debile*, quo Luna in Eclipsi visibilis *est*. 1650.

Atmosphæræ umbra est conica; quia Solis diameter Atmosphæræ diametrum, quæ vix à Telluris diametro differt, superat; & conus hicce *ad Martem non pertingit*, ut ex Observationibus immediatis constat, & facilè quoque ex eo deducitur, quod umbræ diameter, in loco, ubi ab Orbitâ Lunæ secatur, à Telluris diametro vix quartâ parte superetur. 1651.

Simili ratiocinio illi, quo probavimus Lunam in Atmosphæræ umbram cadere, quando in Plenilunio Luna in Nodo, aut propè hunc datur, probatur Lunæ umbram in Tellurem cadere *in Novilunio, quando aut in Nodo aut prope Nodum Luna versatur*, ideòque in hoc casu *Solem Eclipsin pati*; circa quam varia sunt notanda. 1652.

Sit Sol S; Luna L; cadat hujus umbra in planum quodcunque in GH. Umbra hæc penumbrâ circumdatur; nam ultra M & E planum hoc ab integro Solis hemisphærio illuminatur; ab M accedendo ad H, & ab E ad G, Lumen continuò minuitur, & in vi- TAB.XVII. fig. 4.

viciniis G & H, Radii, ab exiguâ tantùm parte superficiei Solis, ad planum perveniunt.

DEFINITIO 9.

1653. *Lux* hæc *imminuta, quâ, ab omni parte, umbra* G H *circumdatur, vocatur Penumbra.*

1654. Simili *penumbra* Telluris umbra, *in Eclipsi Lunari*, circumdatur, sed hæc tantùm in viciniis umbræ sensibilis est, & ideò *exiguam*
1655. *habet latitudinem; integra* autem *potest observari* à Spectatore, posito in plano, in quod umbra cadit, qui casus *in Eclipsi Solari* exstat. Spectator in I aut F semidiametrum Solis tantùm videre potest, reliquum diametri à Lunâ tegitur; & ab L progrediendo H versùs, Sol à Lunâ continuò magis ac magis obtegitur, donec in ipsâ umbrâ planè invisibilis fit.

1656. Ex hisce sequitur *Solarem dari Eclipsin, licèt Lunæ umbra Tellurem non tangat, si modò penumbra ad hujus superficiem perveniat.* Et-
1657. iam *non in omnibus locis, in quibus Sol visi-*
1658. *bilis est, Eclipsin observari; & in locis, in quibus observatur, diversam esse*, prout umbra, aut pars varia penumbræ, per locum transit.

1659. *Lunæ Eclipsis* verò *ubique eadem est, ubi Luna, durante Eclipsi, visibilis est.*

1660. *Quando umbra ipsa Lunæ in Tellurem cadit, Totalis dicitur Solis Eclipsis; si penumbra tantùm pertingat ad Tellurem, Partialis dicitur*, illudque in genere considerando Eclipsin.

1661. Quantum autem ad loca peculiaria, *Totalis*

lis dicitur, *in illis locis in quibus umbra transit*; *Centralis in illis*, in quibus centrum umbræ transit, id est, *in quibus centrum Lunæ obtegit Solis centrum*; tandem *Partialis dicitur*, *ubi penumbra tantùm transit*. Vide Fig. 6. TAB. XVI.

1662. TAB. XVII fig. 4. *Quo umbra* GH *latior est*, *eo in pluribus locis Eclipsis totalis est*, *& diutius Sol in totum obscuratur*. Diversa verò est hæc umbræ latitudo, pro variâ Lunæ à Tellure, & hujus à Sole, distantiâ.

1663. *Si Solis Eclipsis detur*, *positâ Tellure in Perihelio*, & *Lunâ in Apogeo*, id est, ad distantiam à Tellure maximam, umbra Lunæ ad Tellurem non pertingit, & *Luna integrum Solem non obtegit*; *Annularis* talis *dicitur Eclipsis*; qualem in Fig. 7. TAB. XVI. exhibemus.

CAPUT VII.

De Phænomenis ex Motu Solis, Planetarum, & Lunæ, circa Axes.

1664. S*Olis Motus circa axem*, *sensibilis est ex maculis*, quæ in Solis superficie sæpissimè observantur; hæ singulis diebus situm suum & figuram mutare, & nunc celeriùs, nunc tardiùs ferri videntur; quæ omnia ex Motu superficiei sphæricæ facilè deducuntur, & Sol, qui, si tali Motu non agitaretur, semel tantùm in integro anno totam superficiem Telluri successivè obverteret, nunc illam inte-

te-

tegram, in minori quàm unius mensis spatio, Terricolis videndam præbet.

1665. Similia sunt Phænomena ex rotatione *Jovis*, *Martis*, *& Veneris*, *circa axes*, qui *Motus*, *ex maculis in Planetarum superficiebus*, *sensibiles sunt*.

Dum Tellus circa axem rotatur, Spectator, qui transfertur, se quiescere, omnia verò Corpora cœlestia moveri, imaginatur.

DEFINITIO 1.

1666. *Puncta, in Sphærâ Stellarum fixarum, in quibus axis Telluris, ab utrâque parte continuatus, pertingit, vocantur Poli Mundi.*

DEFINITIO 2.

1667. *Motus apparens, ex Motu Telluris circa axem, vocatur Motus diurnus.*

DEFINITIO 3.

1668. *Concipitur planum per centrum Telluris transiens, ad hujus axem perpendiculare, quaquaversum continuatum, & circulus; in quo Sphæram Stellarum fixarum secat, vocatur Æquator cœlestis.*

1669. *In Motu Telluris circa Solem* movetur Æquator, sed cùm planum hujus circuli Motu parallelo feratur (1545.), *Æquator cœlestis non mutatur* (1587.).

DEFINITIO 4.

1670. *Circuli, quorum plana per axem Telluris transeunt, vocantur Meridiani.*

1671. *Omnes per Polos Mundi transeunt, & ad Æquatorem perpendiculares sunt.*

DEFINITIO 5.

1672. *Arcus Meridiani cujuscunque, inter Æquatorem & Sidus interceptus, vocatur Declinatio Sideris.*

Sit,

Sit, in Tellure T, Spectator, qui visum dirigit per T A; post aliquod tempus, ubi linea T A, ex Motu Telluris, translata erit in T *a*, si per eandem lineam visum Spectator dirigat, Corpus A translatum apparebit per arcum *a* A; ubi verò linea ad pristinum situm T A redierit, Corpus integram revolutionem peregisse videbitur. Si autem visum per Telluris axem dirigat Spectator, quia dum Tellus rotatur, quiescit axis, Corpus, quod in hoc videtur, non translatum apparebit; ideò *in Polis Mundi Motus diurnus non observatur* (1667.). Corpora autem in horum viciniis, circa Polos rotari clarum est, & Corpus Motu diurno circulum eo majorem describere circa Polum immobilem, quo magis ab hoc distat. Ideò tota *Sphæra Stellarum fixarum circa axem Telluris continuatum rotari videtur, in eo tempore, in quo Tellus revera circa axem rotatur*. Motus ergo diurnus communis est omnibus Corporibus cœlestibus, nisi quatenus turbatur Motibus antea memoratis. TAB. XVII. fig. 5. 1673. 1674.

Æquator ab utroque Polo æqualiter distat, & dividit Cœlum in duo hemisphæria, quorum puncta media sunt Poli Mundi, qui ergo à singulis punctis Æquatoris æqualiter distant; *Corpora* idcircò *cœlestia, quæ sunt in Æquatore, Motu diurno ipsum Æquatorem describere videntur*, circulum omnium maximum, qui Motu diurno describi potest; *reliqua Corpora circulos Æquatori parallelos describunt*. 1675. 1676.

Axis Telluris ad planum Eclipticæ inclinatur, & efficit angulum 66. gr. 31'. (1553.);

1677. *distant* ideò *Poli Mundi à Polis Eclipticæ; gradibus* 23. 29′; *& angulum* 23. *gr.* 29′. *cum plano Eclipticæ efficit planum Æquatoris*. Planum utrumque per Telluris centrum transit; cùm autem hoc pro centro Sphæræ Stellarum fixarum haberi possit (1581. 1583.), sequi-

1678. tur, *Æquatorem & lineam Eclipticam esse circulos majores*. *qui* ad se mutuò inclinantur, & *sese mutuò secant in duobus punctis oppositis, principio Arietis & principio Libræ*; quæ puncta in viâ Solis hisce intersectionibus determinantur (1592.).

1679. *Quando Sol est in illis punctis, Motu diurno*

1680. *Æquatorem describere videtur* (1675.). *Dum* Motu suo apparenti *in Ecliptica transfertur*, continuò magis ac magis ab Æquatore recedit, augeturque hujus declinatio, & *circulos de die in diem minores describit* (1676.), *donec ad distantiam maximam ab Æquatore pervenerit, quæ est* 23. *gr.* 29′. (1677.): deinde

1681. *iterum ad Æquatorem accedit, hunc prætergreditur, etiam* 23. *gr.* 29′. *ad Polum oppositum accedens*.

DEFINITIO 6.

1682. *Circuli à Sole Motu diurno descripti, ab Æquatore maximè distantes*, id est 23. gr. 29′., *vocantur Tropici*.

Unus tangit Lineam Eclipticam in primo gradu Cancri, & dicitur Tropicus Cancri; alter, Tropicus Capricorni nominatus, per primum punctum Signi Capricorni transit, ibique Eclipticam lineam tangit.

DEFINITIO 7.

1683. *Polus Mundi Tropico Cancri vicinus, voca-*

eatur Polus Arcticus, & Septentrionalis; oppositus, Antarcticus nuncupatur, etiam Australis.

DEFINITIO 8.

1684. *Circuli*, à Polis Eclipticæ Motu diurno descripti, id est, *à Polis Mundi 23. gr. 29'. distantes, nominantur Circuli Polares.*

Circulus Polaris Arcticus dicitur, qui Polum Arcticum circumdat; à Polo Antarctico alter nomen suum mutuatur.

1685. Superest *Lunæ Motus circa axem*, cujus *effectus est, quod eadem Lunæ facies in perpetuum Telluri obvertatur.*

TAB. XVII. fig. 1. Sit Luna in N, facies Telluri obversa est *mni*; si Luna circa axem non rotaretur, & singula puncta per lineas parallelas translata forent, linea *mi* coincideret cum lineâ *ln* in situ Lunæ in B, & hemisphærium memoratum *mni* daretur in *lmn*; sed quia, dum Luna quartam partem Orbitæ describit, etiam quartam partem revolutionis circa axem peragit, facies, quæ daretur in *lmn*, nunc datur in *mni*, id est iterum Telluri obversa. Eodem modo probatur, hanc eandem faciem *mni*, in situ Lunæ in P, Spectatori in Tellure esse conspicuam, & in E etiam Telluri obverti, ut & in omnibus aliis punctis Orbitæ Lunæ. Continuò illa pars faciei Lunæ, quæ hujus Motu in Orbitâ a Tellure avertitur, Motu illius circa axem huic obvertitur.

1686. Cùm verò Motus circa axem sit æquabilis, & in Orbitâ celeritate inæquali Luna feratur (1559. 1560.), contingit, versante Lunâ in

Perigeo, id est, ad distantiam minimam à Tellure ubi celerrimè in Orbitâ movetur (1559.), partem superficiei, quæ ex Motu in Orbitâ à Tellure avertitur, non totam ex Motu circa axem huic obverti, ideò pars superficiei Lunæ, antea non visa, ad latus detegitur; quæ, ubi Luna pervenit ad Apogeum, iterum invisibilis est.

1687. Hac de causâ *Luna Motu quodam libratorio agitata videtur*.

Alius etiam in Lunâ observatur Motus libratorius.

1688. *Axis Lunæ ad planum Orbitæ* non est perpendicularis, sed *paululum* ad hoc *inclinatur*: axis in Motu suo circa Tellurem parallelismum servat, ut de Planetis primariis dictum (1545.); idcircò situm suum mutat respectu Spectatoris in Tellure, cui nunc unus, deinde alter Lunæ Polus visibilis est.

CAPUT VIII.

De Phænomenis Telluris Superficiem, & peculiares hujus Partes, spectantibus.

PHænomena cœlestia, huc usque examinata, explicavimus, Spectatorem considerando agitatum Motibus, quibus Tellus reverâ agitatur. Illum nunc superficiei Telluris impositum, & per varias hujus partes translatum, consideramus.

Phænomenon primum hìc notandum est, ex

ex interpositâ Tellure dimidium Cœlorum visum fugere Spectatoris, positi in illius superficie. 1689.

DEFINITIO 1.

Circulus in Cœlis, qui separat partem visibilem ab invisibili, quando Radii, inæqualitatibus in Telluris superficie, non intercipiuntur, *vocatur Horizon*. 1690.

Cùm altitudo, ad quam Spectator supra Telluris superficiem possit attolli, admodum exigua sit, relata ad Telluris semidiametrum, Oculus Spectatoris potest haberi pro posito in ipsâ superficie.

Sit Tellus T; Spectator in *S*; PE *pe* Sphæra Stellarum fixarum; si per *S* concipiatur planum HH Tellurem tangens, erit hoc Horizontis planum, cujus sectio cum Sphærâ Stellarum fixarum est Horizon. Per centrum Telluris concipitur planum *bb*, ad HH parallelum; distantia *b*H insensibilis est, propter immensam Stellarum fixarum distantiam; potest ideò hujus plani sectio cum Sphærâ memoratâ pro Horizonte HH usurpari (1587.). TAB.XVII. fig. 6.

DEFINITIO 2.

Adscensus Siderum supra Horizontem, vocatur horum Ortus. 1691.

DEFINITIO 3.

Descensus infra Horizontem dicitur Siderum Occasus. 1692.

DEFINITIO 4.

Si per centrum Telluris & Spectatorem concipiamus lineam, quæ necessariò Horizonti perpendicularis est, *inter Stellas fixas pertinget in puncto* Z, *quod vocatur Zenit.* 1693.

Hh 3 DE-

DEFINITIO 5.

1694. *Punctum huic oppositum*, N, *vocatur Nadir*.

DEFINITIO 6.

1695. *Sectio plani Meridiani, per Spectatorem transeuntis, cum Horizonte, vocatur Linea Meridiana*.

A Septentrione ad Austrum dirigitur.

DEFINITIO 7.

1696. *Pars Cœlorum Orientalis dicitur illa, ad quam Corpora cœlestia supra Horizontem adscendere videmus*.

1697. *Opposita Cœli pars, in qua infra Horizontem eadem Corpora descendunt, dicitur Occidentalis*.

1698. Hæ duæ partes lineâ Meridianâ separantur, quam ad utramque partem, ad Cœlum usque, in plano Horizontis continuatam concipimus.

1699. *Punctum Orientis illud est, in quo perpendicularis ad lineam Meridianam, partem orientalem versùs, per Spectatorem ducta, Sphæram Stellarum fixarum secat*.

DEFINITIO 8.

1700. *Punctum huic oppositum vocatur punctum Occidentis*.

DEFINITIO 9.

1701. *Amplitudo est arcus Horizontis, inter punctum Orientis, aut Occidentis, & punctum, in quo Sidus oritur aut occidit, interceptus*. Prima dicitur ortiva, altera occidua: utraque est aut septentrionalis aut meridionalis.

DEFINITIO 10.

1702. *Altitudo Sideris supra Horizontem, vocatur ar-*

arcus circuli perpendicularis ad Horizontem, in cujus centro est Spectator, Horizonte & Sidere terminatus.

1703. Quando agitur de Corporibus remotis, altitudo sensibiliter non differt, sive Spectator detur in superficie Telluris, sive in hujus centro. Corpora minus distantia altiora apparent posito Spectatore in centro.

DEFINITIO II.

1704. *Differentia Altitudinis Sideris, pro diverso situ Spectatoris, in centro, aut in superficie Telluris, vocatur Sideris Parallaxis.*

1705. *Solius Lunæ Parallaxis Observationibus determinatur*: reliquorum Corporum Systematis planetarii distantiæ nimiæ sunt, ut cum semidiametro Telluris conferantur; & Parallaxis pendet à ratione, quam semidiameter Telluris ad distantiam Planetæ habet; idcircò ipsius *Martis, in oppositione cum Sole, Parallaxis Observationes subtilissimas effugit.* 1706.

1707. Ubi *Parallaxis* datur, *adscensu Corporis supra Horizontem minuitur, & in Zenit nulla est.*

Altitudo apparens Siderum mutatur etiam ex aliâ causâ, quæ respectu omnium Corporum cœlestium indiscriminatim locum habet. *Ex Atmosphæræ refractione* Radii inflectuntur (1649.), & *Sidera altiora apparent* (1080.); 1708.
quo tamen *altiora sunt, eo minor est* hæc inflexio (1090.), quia Radii minus obliquè in 1709.
Atmosphæræ superficiem incidunt. *In Zenit refractio nulla est* (1085.); *etiam ad distantiam viginti, aut triginta graduum à Zenit sensibilis non est.* 1710.

Hh 4 Cùm

1711. Cùm *ex* hac *refractione Sidera* attollantur; *visibilia sunt, antequam ad Horizontem perveniant.*

TAB.XVII. fig. 2. Hæc omnia generaliter Telluris superficiem spectant, hujus variæ partes nunc sunt examinandæ: determinantur hæ, referendo ad Tellurem varios circulos, quos in Cœlis antea consideravimus. *Ad Tel-*
1712. *lurem referuntur Æquator, Meridiani, Tropici, circuli Polares;* quibus circulis Telluris superficies dividitur, ut circulis in Cœlis, Sphæra Stellarum fixarum: Quare circuli hi ita sibi mutuò respondent, ut ductâ lineâ ex centro Telluris ad circulum in Cœlis, hæc per circulum respondentem in Tellure transeat. Si Poli fuerint P*p*, Æquator erit E*e*; Tropici TT, *tt*; Circuli polares AA, *aa*.

DEFINITIO 12.

1713. *Meridianus Loci dicitur ille, qui per Locum ipsum transit.*

1714. *Hujus planum ad Horizontem est perpendiculare:* quia per centrum Telluris & Spectatorem transit.

1715. *Linea Meridiana in Loco quocunque ducta, est pars Meridiani Loci* (1695.).

DEFINITIO 13.

1716. *Latitudo Loci est hujus distantia ab Æquatore,* id est, arcus Meridiani interceptus inter Locum & Æquatorem.

DEFINITIO 14.

1717. *Circuli paralleli ad Æquatorem, vocantur Circuli Latitudinis;* ut B*b*.

1718. Determinatâ Latitudine Loci, determinatur

tur circulus Latitudinis, qui per Locum transit; ut autem situs variorum Locorum inter se conferantur, in singulis circulis Loca notanda sunt, quod fit concipiendo Meridianum, per Locum quemcunque notabilem transeuntem, qui, sectione suâ, in singulis circulis Latitudinis punctum determinat, à quo distantiæ Locorum mensurantur.

DEFINITIO 15.

1719. *Meridianus memoratus, ad arbitrium sumptus, vocatur primus Meridianus.*

DEFINITIO 16.

1720. *Distantia Loci à primo Meridiano, in circulo Latitudinis Loci mensurata, vocatur Loci Longitudo.*

1721. *Astronomi omnia referunt ad Meridianum Loci, in quo Observationes suas instituunt.*

In explicandis Phænomenis, quæ varias Telluris superficiei partes spectant, considerabimus Spectatorem à Polo Æquatorem versùs incedentem; solumque Motum diurnum primò considerabimus.

1722. *Quando Spectator in ipso Polo Telluris* T *datur in* S, cum Horizonte coincidit Æquator cœlestis E *e*, & Polus Mundi P est in Zenit; in hoc casu, quia circuli ad Horizontem paralleli etiam ad Æquatorem paralleli sunt, omnia Corpora cœlestia Motu parallelo ad Horizontem moveri videntur (1676.), in circulis, qui repræsentantur per lineas A *a*, B *b*: *Corpora cœlestia in hemisphærio E P e nunquam occidunt; reliqua nunquam videntur.* TAB. XVII. fig. 7.

1723. *Horizon in hoc situ dicitur parallelus, aut Sphæra parallela.*

Si

1724. *Si Spectator* in Tellure T *à Polo recedat*, & TAB. XVII. fig. 6. detur in S, *Horizon dicitur obliquus*, *aut Sphæra obliqua*; axis P *p* tunc inclinatur ad Horizontem *b b*, eo magis, quo Spectator magis à Polo removetur.

DEFINITIO 17.

1725. *Angulus*, *quem axis Telluris cum Horizonte efficit*, *vocatur Altitudo Poli*. (1702.)

1726. Hæc *Poli Altitudo æqualis est Latitudini*. Altitudo Poli est angulus P T *b*, cujus mensura est arcus P *b*; Latitudo mensuratur arcu, qui in Tellure respondet arcui Z E in Cœlis (1716.): Hic autem æqualis est arcui P *b*; utriusque enim complementum, ad quadrantem circuli, est arcus Z P.

1727. *In hoc situ Spectatoris*, quia Æquator ad Horizontem inclinatur, *omnia Corpora cœlestia in circulis*, *ad Horizontem inclinatis*, lineis A *a*, B *b*, repræsentatis, *Motu diurno feruntur*. (1676.)

1728. *Quædam Corpora cœlestia in singulis Telluris revolutionibus oriuntur & occidunt*, illa nempe, quæ dantur inter parallelos ad Æquatorem B *b* & *b i*; quia omnes paralleli, inter hos, Horizonte secantur.

Plana Æquatoris & Horizontis per Telluris centrum transeunt; hi circuli ideò sese mutuò secant in duas partes æquales, & dimidium Æquatoris supra Horizontem datur; Id-
1729. circò *Corpora cœlestia*, *quæ in Æquatore sunt*, *per semirevolutionem Telluris circa axem*(1675.), *supra Horizontem versantur*; &, propter æquabilitatem Motûs circa axem, *per æquale tempus invisibilia sunt*.

Hæc

Hæc etiam *in puncto Orientis oriuntur, & in puncto Occidentis infra Horizontem cadunt*; nam sectio planorum Æquatoris, & Horizontis, perpendicularis est ad planum perpendiculare ad ambo illa plana; hoc autem planum est planum Meridiani Loci (1670. 1714.), quare sectio memorata ad lineam Meridianam normalis est (1715.); ideòque per puncta Orientis & Occidentis transit. (1699. 1700.) 1730.

Corpora inter Æquatorem & parallelum B*b*, *qui Horizontem tangit*, ut in circulo A*a*, *diutius supra Horizontem*, *quàm infra Horizontem versantur; & differentia hæc est eo major, quo magis circulus*, ut A*a*, *ad Polum, qui supra Horizontem datur*, *accedit*; Contra, *ex accessu Corporis ad Polum oppositum*, *minuitur mora supra Horizontem*. 1731. 1732.

Inæqualitas hæc *inter moram Corporis supra Horizontem & moram infra Horizontem*, *augetur cum auctâ Altitudine Poli*, propter diminutionem anguli ab Æquatore & ejus parallelis cum Horizonte effecti. 1733.

Corpora, *quorum distantia à Polo æqualis est hujus Altitudini*, *nunquam occidunt*, talis enim est distantia circuli B*b*, qui Horizontem tangit, & cujus pars nulla infra Horizontem pervenit. *Corpora*, *à Polo minus distantia*, *nequidem ad Horizontem pertingunt*. 1734.

Simili ratiocinio patet, *Corpora*, *quorum distantia à Polo opposito non superat Altitudinem Poli*, nunquam supra Horizontem adscendere, & *semper invisibilia esse*. 1735.

Per Zenit Z *transeunt Corpora*, *quorum distantia* EZ *ab Æquatore æqualis est Altitudini* 1736.

dini Poli; æqualis enim EZ eſt Latitudini Loci, cui æqualis Poli Altitudo. (1726.)

1737. *Quando Spectator* S à Polo quantum poteſt
TAB. XVII. fig. 1. receſſit, *ad Æquatorem pervenit*, cujus puncta æqualiter ab utroque Polo diſtant (1668. 1712.): Tunc axis P*p* in Horizonte datur, cum quo Æquator angulum rectum efficit (1668. 1712.); quare *Horizon dicitur rectus*, *aut Sphæra recta*.

Horizon in duas partes æquales ſecat omnes circulos parallelos ad Æquatorem, qui per
1738. lineas A*a* B*b* repræſentantur; ideò *omnia Corpora cœleſtia ſingulis Telluris revolutionibus oriuntur, & occidunt, & per tempora æqualia viſibilia ſunt & latent*.

1739. Ipſe *Æquator per Zenit tranſit*; *ideòque omnia Corpora quæ in hoc dantur, ſingulis diebus ad Zenit accedunt*.

Si, quæ de Motu diurno explicavimus, ad Corpora applicentur, de quorum aliis Motibus apparentibus antea actum, facilè determinantur Phænomena ex Motibus conjunctis.

Quæ Solem ſpectant, cæteris notabiliora ſunt, & ideò peculiariter explicanda.

DEFINITIO 18.

1740. *Dies Naturalis vocatur Tempus lapſum inter receſſum Solis à Meridiano loci, & acceſſum ſequentem ad eundem Meridianum*.

1741. *Dies hic differt à tempore revolutionis Telluris circa axem*; quæ tempora æqualia forent, ſi immobilis inter Stellas fixas appareret Sol; ſed dum Motu diurno, in tempore unius revolutionis Telluris circa axem, Sol circumfertur ab Oriente in Occidentem, id eſt, in an-

antecedentiâ (1674.), Motu contrario in Ecliptica movetur (1589.), & hac de causâ tardiùs ad Meridianum pertingit.

Cùm autem non singulis diebus Sol spatium æquale percurrat in Ecliptica (1590.), non æqualiter singuli *Dies Naturales* excedunt 1742. revolutionem Telluris circa axem; ideòque Dies hi *sunt inæquales inter se*.

Etiam aliâ ex causâ Dies naturales inæquales sunt, nempe ex inclinatione Eclipticæ respectu Æquatoris, unde sequitur, inæqualiter in variis punctis ad Æquatorem viam Solis annuam inclinari; & licet æqualiter in Eclipticâ singulis Diebus progrederetur Sol, non æqualiter Dies naturales tempus revolutionis Telluris circa axem excederent; nam resoluto Motu Solis in duos Motus (458.), quorum unus parallelus sit Æquatori, alter huic perpendicularis, ille solus considerandus erit in determinando excessu memorato, & inæqualem esse ex diversâ inclinatione indicatâ, ut & ex diversâ distantiâ Solis à Polo, clarum est. 1743.

Hæ causæ inæqualitatis sæpe concurrunt, sæpe contrariè agunt.

Dies singuli naturales dividuntur in viginti quatuor partes æquales, quæ Horæ dicuntur. Singulæ Horæ dividuntur in Minuta sexaginta, & singula Minuta in Minuta secunda sexaginta, & sic ulterius. 1744.

Partes has Temporis in variis Diebus variare, ex dictis (1742.) clarè patet: ad æqualitatem ab Astronomis reducuntur, considerando numerum Horarum in unâ aut pluribus Solis revolutionibus in Eclipticâ, & totum 1745.

Tem-

Tempus in tot partes æquales dividendo; quot dantur Horæ; quarum viginti quatuor pro uno Die habentur.

DEFINITIONES 19. & 20.

1746. *Tempus, cujus partes* hac methodo *ad æqualitatem reducuntur, vocatur Tempus medium; & ipsa reductio vocatur Temporis Æquatio.*

1747. *De Diebus & Horis Temporis medii semper agitur in determinandis periodis Motuum cœlestium.*

DEFINITIO 21.

1748. *Dies Artificialis est mora Solis supra Horizontem.*

De hoc semper agitur, quando de Die lo-
1749. quimur, hunc opponendo Nocti. *In determinandâ Dierum artificialium longitudine ad Temporis æquationem non attendimus.*

1750. *Ortum Solis semper præcedit, & occasum insequitur, Crepusculum; hoc nomine designamus Lucem illam dubiam, quæ vulgò Aurora & Vesper vocatur.*

1751. *Crepusculorum causa est Atmosphæra, quæ Radiis solaribus illustratur, & cujus particulæ Lumen* quaquaversum *reflectunt*; unde Radii quidam *ad nos* perveniunt, *licèt Sol octodecim gradibus infra Horizontem deprimatur.*

1752. *In Sphærâ rectâ*, id est, pro omnibus, qui sub Æquatore vivunt (1737.), *Dies & Noctes per totum annum sunt æquales inter se* (1738.), nempe duodecim horarum. (1744.)

1753. *In Sphærâ obliquâ Dies majores aut minores sunt, pro variâ distantiâ Solis ab Æquatore, unum aut alterum Polum versùs* (1731. 1732.); quos versùs ab Æquatore recedit 23. gr. 29'. (1680. 1681.) *In*

In ipso Æquatore datur circiter 21. *Martii, &* 1754.
23. *Septembris, & Dies Nocti æquatur* (1729.), *quod ubique Terrarum obtinet, solis Polis exceptis.*

DEFINITIO 22.

Puncta Eclipticæ, in quibus ab Æquatore 1755.
secatur (1678.), *vocantur Æquinoctialia.* Quia in his punctis versatur Sol, ubi datur æqualitas memorata Dierum & Noctium.

DEFINITIO 23.

Puncta Eclipticæ, in quibus Tropici circulum 1756.
hunc tangunt (1682.), *dicuntur Solstitialia.* Quia per aliquot Dies, quando ad hæc accedit Sol, & ultra transit, sensibiliter declinationem non mutat, & sensibiliter Dierum longitudo non variat.

Sub Polis, si dentur incolæ, semel in anno 1757.
Solem orientem & occidentem observant, & *Dies unicus cum unicâ Nocte integrum annum absolvunt.* Supra Horizontem versatur Sol, dum dimidiam Eclipticæ partem percurrit (1678. 1722.), per reliquum Tempus sub Horizonte latet; *Dies* tamen *protrahitur ex re-* 1758.
fractione (1711.), *& Crepuscula sunt admodum diuturna*, durant enim quamdiu declinatio Solis Polum latentem versùs non superat 18. gr. (1751.)

Respectu Poli Arctici in sex Signis primis, 1759.
ab Ariete ad Libram, Sol supra Horizontem versatur; ideò in hoc Polo *Dies Noctem superat novem Diebus naturalibus* (1593.), *præter diminutionem Noctis ex refractione.* (1758.)

Hisce generalibus, quæ spectant diversos Horizontis situs, expositis, quædam magis pe-

peculiaria sunt examinanda.

1760. *Dividitur tota Telluris superficies in quinque Zonas.*

1761. Prima *inter duos Tropicos* T T, *t t*, *conti-*
TAB.XVII. fig. 2. *netur*, vocatur *Zona Torrida*; duæ dantur Temperatæ, & duæ Frigidæ.

1762. *Temperata* Septentrionalis *Tropico* Cancri T T, *& Circulo Polari* Arctico A A, *terminatur:* Zona Temperata Australis inter Tropicum *t t*, & Circulum Polarem *a a*, continetur.

1763. *Frigidæ Zonæ circulis polaribus circumscribuntur, & Poli harum centra occupant.*

1764. *In Zonâ Torridâ* Altitudo Poli minor est 23. gr. 29'. (1761. 1726.), & distantia Solis ab Æquatore Polum versùs, qui supra Horizontem datur, bis in anno æquatur Altitudini Poli (1680. 1681.), ideò *bis in anno, in meridie, per Zenit transit Sol* (1736.). Ex quâ eâdem ratione in ipsis Zonæ hujus limitibus,

1765. *sub Tropicis* nempe, *semel tantùm ad Zenit accedit Sol in integro anno.* (1680. 1681. 1682.)

1766. *In Zonis Temperatis & Frigidis* Altitudo Poli minima excedit maximam distantiam Solis ab Æquatore (1680. 1762. 1763.); ideò *nunquam* in hisce *per Zenit transit Sol* (1736.).

1767. *Ad majorem* tamen *Altitudinem eodem die adscendit Sol, quo minor est Altitudo Poli*; quia eo minor etiam est inclinatio circulorum Motûs diurni ad Horizontem.

1768. *In Zonâ Torridâ, & Zonis Temperatis, singulis Diebus naturalibus oritur & occidit Sol* (1728. 1734.); nam distantia Solis à Polo semper superat Poli Altitudinem (1680. 1761. 1762.).

1762.). *Inæquales* tamen *ubique*, *solo Æquatore excepto* (1752.), *sunt Dies artificiales inter se* (1731.), quæ inæqualitas eo major est, quo minus à Zonâ Frigidâ Locus distat. (1733.) 1769.

In circulis autem *polaribus*, in quibus Zonæ Temperatæ à Frigidis separantur, Altitudo Poli æqualis est distantiæ Solis à Polo, quando datur in Tropico vicino (1682. 1684.); ideòque in hoc casu, id est, *semel in anno*, *integram Sol*, *in Motu diurno*, *peragit revolutionem*, *in quâ infra Horizontem non descendit*. (1734.) 1770.

Ubique autem *in Zonâ Frigidâ* Altitudo Poli superat distantiam minimam Solis à Polo (1682. 1763.); idcircò, *per aliquot revolutiones Telluris*, datur *Sol* ad distantiam à Polo illâ Altitudine Poli minorem, & per totum hocce tempus *non occidit*, ne quidem ad Horizontem pertingit (1734.). Ubi autem distantia à Polo, in recessu Solis ab hoc, Altitudinem Poli, aut Loci Latitudinem (1726.), superat, singulis Diebus naturalibus oritur & occidit Sol (1728.); deinde *infra Horizontem*, Motu Polum oppositum versùs, *eodem modo moratur*, *ac* de Motu *supra Horizontem* dictum. (1735.) 1771. 1772.

Tempora hæc, in quibus Sol integras revolutiones supra Horizontem & infra Horizontem in Motu diurno peragit, eo majora sunt, id est, *Dies & Nox longissimæ eo diutius durant*, *quo Locus in Zonâ Frigidâ minùs à Polo distat*, donec tandem in ipso Polo integrum annum absorbeant. (1757.) 1773.

1774. *Ex* eâdem causâ, *obliquitate* nempe *Eclipticæ respectu Æquatoris*, ex qua profluunt, quæ Dierum inæqualitatem, in variis Locis diversam, spectant, *deducimus* etiam *diversitatem Tempestatum*, *quæ singulis annis sibi mutuò succedunt*; de his respectu Zonarum Frigidarum & Temperatarum primò, deinde respectu Zonæ Torridæ, agam.

1775. Radii solares calorem aëri communicant, non quidem dum directè à Sole procedunt, sed cùm à Corporibus, aut Telluris superficie, irregulariter reflectuntur (929.). Effectus hic eo major est, quo Radii minus obliquè in Telluris superficiem incurrunt; & quidem ex duplici causâ. 1. Resoluto Motu Luminis in duos (458.), quorum unus ad superficiem parallelus est, alter perpendicularis, hoc solo in Corpora Lumen agit, & auctâ obliquitate minuitur. 2. In eandem superficiei Telluris partem eo majori numero agunt Radii, quo magis directè accedunt.

1776. Ex hisce deducimus, *causas caloris augeri*, *dum* ex accessu Solis Polum, qui supra Horizontem datur, versùs, *Dies crescunt*; quia de Die in Diem ad majorem altitudinem adscendit Sol; ita ut imminutæ obliquitati sese jungat mora diuturnior Solis supra Horizontem, quæ ad augendum calorem concurrit; etiam dum Dies crescunt, Noctes minuuntur, & per tempus brevius decrescit calor de Die acquisitus.

In Zonis Septentrionalibus, ut ex hisce sequitur, causa caloris est omnium maxima, cùm Sol Tropicum Cancri attingit (1683.).

Non

Non tamen, *ubi causa caloris est maxima, ipse* 1777.
calor est maximus; nam hic augetur, quamdiu calor interdiu acquisitus non in totum de Nocte tollitur; licèt enim quotidiana augmenta minuantur, quamdiu augmentum datur, crescit calor. Sic etiam *frigus maximè inten-* 1778.
sum non est in Die brevissimâ, in qua Radiorum solarium obliquitas est maxima,& absentia Solis maximè diuturna; sed frigus crescit, quamdiu diminutio caloris durat; circa quam idem ratiocinium, quàm circa caloris augmentum, institui potest.

Dividitur Annus in quatuor Tempestates; ca- 1779.
lidissima vocatur Æstas; maximè frigida Hyems; temperata, quæ Hyemem sequitur, Ver; Autumnus Æstatem ab Hyeme separat.

In regionibus Septentrionalibus, in initio Ve- 1780.
ris, Sol in principio Arietis apparet: in initio Æstatis Sol ad Tropicum Cancri pertingit. Ubi Sol ad principium Libræ pervenit, incboatur Autumnus: Tropicum Capricorni percurrit Sol Motu diurno in initio Hyemis, quæ omnia ex explicatis (1777. 1778.) facilè deducuntur.

In regionibus australibus Æstas cum Hyeme 1781.
memoratâ coincidit, Ver cum Autumno, & vice versâ.

Causæ generales, à quibus divisio memorata pendet, sæpe turbantur causis peculiaria Loca spectantibus; præcipuè *in Zonâ Torridâ*, 1782.
de quâ separatim agendum diximus. In plerisque hujus Zonæ Locis *duæ tantùm observantur Tempestates, Æstas & Hyems, quæ siccitate & humiditate* potissimum *distinguuntur.*

Quando Sol ad Zenit alicujus Loci accedit, 1783.

pluviæ dantur ferè continuæ, unde calor minuitur; quod *Tempus ad Hyemem refertur*.

1784. *Recedente Sole* minuuntur pluviæ, *calor augetur*, *& Tempus hoc ad Æstatem refertur*.

1785. *In medio Zonæ Torridæ duæ dantur Æstates, & totidem Hyemes*, quia bis ad Zenit accedit Sol. (1764.)

Ad latera hujus Zonæ, licèt Sol bis ad Zenit accedat, cùm inter accessus breve tempus interlabatur, ambæ Hyemes confunduntur; quare duæ tantùm Tempestates in integro anno observantur.

CAPUT IX.

De Phænomenis ex Motu Axeos Telluris.

TElluris Axem Motu parallelo transferri diximus (1545.); non consideravimus Motum exiguum, quo reverâ agitatur, de quo nunc agendum nobis est.

1786. *Axis Telluris, servatâ inclinatione 66. gr. 31′. ad planum Eclipticæ, in antecedentiâ revolvitur*, id est, successivè omnes partes versùs dirigitur; & hujus extremitates, *Poli* nempe *Mundi, circa Polos Eclipticæ circulos describunt* ab Oriente Occidentem versùs. Hæc

1787. autem *revolutio absolvitur circiter Tempore viginti sex millium annorum*; *quæ Periodus Annus Magnus vocatur*.

1788. Cùm Tellus ab hujus incolis pro immobili habeatur, Motus hic ad Corpora cœlestia refertur, ut de aliis Motibus dictum. Ideò dum

dum Poli Mundi in antecedentiâ, circa Polos Eclipticæ, moventur, & successivè per omnia puncta, 23. gr. 29'. distantia ab his Polis, transeunt, hæc ipsa puncta, aut potius Stellæ fixæ, quæ in his dantur, successivè ad Polos Mundi accedere, & in consequentiâ ferri videntur, & describere circulos, qui reverâ à Polis Mundi describuntur, circa Polos Eclipticæ, qui, in centris positi, soli quiescunt. Nam cum Stellis memoratis & reliquæ, quia omnes eundem situm erga se mutuò servant (1517.), etiam translatæ apparent.

Idcircò integra *Sphæra Stellarum fixarum circa Axem, per Polos Eclipticæ transeuntem, rotari in consequentiâ videtur*; & singulæ Stellæ circulos Eclipticæ parallelos, Motu apparenti, describunt; quo Motu Latitudo Stellarum non mutatur. 1789.

Planum Æquatoris cum Axe Telluris angulum efficit rectum; ideò, Motu memorato Axeos, rotatur sectio hujus Plani cum Plano Eclipticæ; quare *prima puncta Arietis & Libræ* (1678.), quæ semper opponuntur, *in Tempore 25920. annorum, totam lineam Eclipticam in antecedentiâ percurrunt*: pro immobilibus tamen habentur à Terræ incolis, qui ipsas Stellas fixas in consequentiâ translatas imaginantur. (1789.) 1790.

Hæc eadem translatio primi puncti Arietis, & Libræ, quam *Æquinoctiorum præcessionem* vocant, in causa est, quare Sol, quando ex uno horum punctorum recessit, iterum ad hoc redeat, antequam integram periodum in Lineâ Eclipticâ absolverit; cùm 1791.

autem æquinoctia annum Eclipticum, aut vulgarem, determinent, Tempus periodicum Telluris annum hunc superat. (1553.).

CAPUT X.

De Stellis fixis.

STellas fixas diximus esse Corpora lucida, ita remota, ut horum distantiæ cum distantiis ullis in Systemate planetario, non con-
1792. ferri possint. *Non enim subtilissimis Observationibus Astronomi potuere Polos Mundi translatos observare in Motu Telluris annuo*, licèt circulos, Orbitæ Telluris fere æquales, in cœlis describant. (1545.)

DEFINITIO I.

1793. Translatio hæc Poli vocatur *Parallaxis annua*.

Distantiam Stellarum immensam esse, etiam ex Observationibus ope Telescopiorum dedu-
1794. citur. *Si Stella fixa* quæcunque, ex maximè lucidis & conspicuis, *conspiciatur adbibito Telescopio*, per quod diameter Solis diametro Orbitæ annuæ æqualis appareret, *quasi punctum lucidum, sine sensibili magnitudine, illa apparebit*; minores enim omnes Stellæ per Telescopia, quàm nudis Oculis, apparent, nam ex solâ scintillatione magnitudinem sensibilem habere videntur.

1795. *Ut Stellæ distinguantur, referuntur ad varias figuras, quæ in Cœlis concipiuntur, & Asterismi vocantur.*

In

In Zodiaco duodecim Asterismi concipiuntur, Zodiaci Signa dicti, nominantur ut animalia, aut res quas repræsentant: *Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Pisces.* 1796.

Signa hæc nomina sua dedere duodecim partibus Eclipticæ, de quibus antea. (1592.) 1797.

Tempore Hipparchi, sectiones Eclipticæ & Æquatoris sitæ erant inter Asterismos Piscis & Arietis, ut & Virginis & Libræ; & Asterismi nomina dedere illis Eclipticæ partibus, quæ per singulos Asterismos transibant, & *partes Eclipticæ, ponendo initium Arietis, & Libræ in intersectionibus Æquatoris & Eclipticæ*, uti in illo tempore, *nomina servarunt, licet hæ intersectiones translatæ sint* (1790.), unde Sol in Tauro dicitur, quando inter Stellas Asterismi Arietis movetur. 1798.

Zodiacus partem Cœli septentrionalem à meridionali separat.

In Septentrionali dantur Asterismi, Ursa minor, Ursa major, Draco, Cepheus, Canes Venatici, Bootes, Corona Septentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Lacerta, Cassiopea, Camelopardus, Perseus, Andromeda, Triangulum, Triangulum minus, Musca, Auriga, Pegasus, Equuleus, Delphin, Vulpecula, Anser, Sagitta, Aquila, Antinous, Scutum Sobieskianum, Serpentarius, Serpens, Mons Mænalus, Coma Berenicis, Leo minor, Lynx. 1799.

In parte meridionali Cœlorum Asterismi, quorum multi à nobis videri non possunt (1735.), *sunt, Cetus, Eridanus, Lepus, Orion, Canis major*, ***Monocerotes**, **Canis minor**, **Argo-navis, Hy-*** 1800.

dra, Uraniæ Sextans, Crater, Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corona Auſtralis, Piſcis Auſtrinus, Phœnix, Grus, Indus, Pavo, Apus, Triangulum Auſtrale, Crux, Muſca, Chamæleon, Robur Carolinum, Piſcis volans, Toucan ſive Anſer Americanus, *Hydrus, Xiphias* ſive Dorado.

DEFINITIO 2.

1801. *Stellæ, quæ inter Aſteriſmos collocantur, vocantur* informes.

1802. *Non omnes Stellæ æquè lucidæ apparent, &* ab Aſtronomis *ad ſex claſſes referuntur*; omnium maximè lucidæ dicuntur Primæ Magnitudinis, aliæ Secundæ, Tertiæ, &c. Magnitudinis, ad ſextam uſque.

1803. *Quædam, ne quidem ad* hanc *ultimam claſſem referuntur, & Nebuloſæ dicuntur.*

1804. *In Cœlis* etiam *obſervamus Zonam* quandam; non ubique ejuſdem latitudinis, *quæ* totum Cœlum circumit, & in quibuſdam locis ſeparatur, ut dupla ſit. Propter colorem *Via Lactea vocatur*. Obſervationibus, ope Tele-

1805. ſcopiorum, conſtat, *congeriem eſſe Viam hanc Stellarum innumerarum, quæ viſum* Oculi inermis *fugiunt*, aut quia cæteris Stellis minores ſunt, aut quia magis diſtant.

1806. *Polum Antarcticum versùs duæ Nubeculæ huic Viæ ſimiles dantur, quæ etiam ſunt congeries Stellarum minimarum*, niſi per Teleſcopia non viſibilium. Præter Stellas, quæ in hiſce Nubeculis, & Viâ lacteâ, obſervan-

1807. tur, *maximo numero per totum Cœlum, adhibitis Teleſcopiis, minores Stellæ deteguntur, quæ nudis Oculis non apparent*. Sæpiſſimè Stellarum congeries pro unicâ Stellâ, inermi oculo, habetur. In-

Inter Stellas, quædam per vices videntur, & invisibiles fiunt, regularesque periodos observant; aliæ successivè nunc magis lucidæ, nunc hebetiori Lumine præditæ, & Telescopiis tantùm visibiles, apparent; idque statis temporibus. *Non tamen singulis periodis æquè claræ sunt.* 1808.

Aliquando subitò Stellæ apparuere, Lumine lucidiores superantes, quæ deinde, successive decrescentes, brevi evanuerunt, & adhucdum latent. 1809.

Præter Stellas etiam *in Cœlo observamus varias maculas albidiores & quodammodo lucidas, quæ nudis Oculis invisibiles sunt*; inermi enim Oculo horum Lumen ad Stellas, quæ in ipsis dantur, refertur, aut pro Stellis nebulosis habentur. Quid autem sint hæ maculæ, determinari non potest: fortè sunt congeries Stellarum, quæ cum Stellis Telescopicis illam habent relationem, quam quæ Viam lacteam efficiunt, cum illis, quæ nudis Oculis deteguntur. 1810.

LIBRI VI.

Pars II. Motuum Cœlestium Causæ Physicæ.

CAPUT XI.

De universali Gravitate.

EXpositis Corporum cœlestium Motibus, ut & Phænomenis inde oriundis, quibus Legibus Motus hi peragantur explicandum erit.

Leges, juxta quas Corporum Motus diriguntur, antea exposuimus (174. 176. 180.). Si hisce unicam addamus, totum patet artificium, quo ingens Machina, Systema planetarium, regitur.

Lex, cæteris addenda, hæc est:

1811. *Omnia Corpora in se mutuò gravia sunt.*

1812. *Gravitas hæc materiæ quantitati proportionalis est.*

1813. *Ad inæquales distantias est inversè, ut quadratum distantiæ.* Id est, omnia Corpora sese mutuò petunt, aut sese mutuò versùs tendunt, vi, quæ singulis particulis materiæ in singulas particulas competit; & vis, quâ Corpus in alia agit, efficitur ex omnibus viribus conjunctis particularum, ex quibus Corpus constat; ideò vis hæc crescit in ratione, in quâ materiæ quantitas augetur, & im-

immutabilis est in singulis particulis; ad eandem distantiam semper eadem; auctâ autem distantiâ decrescit vis, ut quadratum distantiæ augetur.

Vim hanc Gravitatem nominamus, considerando Corpus, quod aliud versùs sponte tendit; quia eo nomine vis hæc in Telluris viciniis datur (85.). 1814.

Considerando autem Corpus, ad quod aliud tendit, vim hanc vocamus Attractionem. His nominibus eundem effectum, & nil præter effectum designamus; nam, cùm omnis gravitas sit reciproca (180.), Corpora se mutuò versùs gravitare, idem significat, quàm Corpora sese mutuò attrahere, aut ad se mutuò sponte tendere. 1815.

Effectum hunc pro Lege Naturæ habemus (5.), quia nunquam fallit, & hujus causa nobis est ignota, & ex Legibus notis minimè deduci potest, ut statim dicetur. Nunc autem talem gravitatem reverâ dari, ex Phænomenis probandum est. 1816.

Planetæ primarii singuli in Orbitis suis retinentur viribus, quæ ad centrum Solis tendunt (1537. 303.); ideò datur vis, quâ Planetæ Solem versùs feruntur, *&* quâ Sol reciprocè illos singulos versùs tendit (180.): id est, *Sol in Planetas, & hi in Solem gravitant.* 1817.

Eodem modo patet, *secundarios Joviales in Jovem, & Jovem in ipsos, ut & Saturni Satellites in primarium, & hunc in illos gravitare* (1559. 302. 180.). 1818.

Etiam *Luna & Tellus in se mutuò graves sunt* (1559. 303. 180.). 1819.

Se-

1820. *Secundarii omnes in Solem gravitatem habent:* Omnes enim, Motu regulari, circa Primarios ita feruntur, quasi Primarii quiescerent; unde liquet, illos Motu communi cum Primariis ferri; id est, eandem vim, quâ omnibus momentis Solem versùs feruntur Prima-
1821. rii, in *Secundarios* agere, & hos *eâdem celeritate cum Primariis Solem versùs ferri*. Ipsæ Secundariorum irregularitates, quæ adeò sunt exiguæ, ut respectu solius Lunæ sint sensibiles, confirmant hanc Secundariorum gravitatem in Solem; nam irregularitates omnes pendere à mutatâ gravitate Lunæ Solem versùs pro variâ distantiâ; & ex eo quod lineæ, per quas ad Solem tendunt Tellus & Luna, non sint omninò parallelæ, in sequentibus videbimus.

Ex gravitate Secundariorum in Solem se-
1822. quitur, *Solem in illos gravitare* (180. 183.).

Circa gravitatem Primariorum inter se, observarunt Astronomi, Saturnum à viâ paululò deflecti, ubi Jovi, Planetarum longè ma-
1823. ximo, est proximus; ita ut *Jovem & Saturnum in se mutuò graves esse*, immediatis Observationibus constet.

Saturnus etiam in hoc casu, ut Flamstedius observavit, turbat Motum Satellitum Jovis, hos paululum ad se trahens, quod
1824. probat, & hos *Secundarios in Saturnum, & hunc in ipsos gravitare*.

1825. Collatis omnibus quæ in n[is]. 1817. . . . 1824. dicta fuere, sequitur, septemdecim Systema planetarium componentia Corpora in se mutuò gravitare, licèt de singulorum

in singula gravitate observationes immediatas instituere non liceat (8.).

Legis pars secunda est (1812.), gravitatem materiæ quantitati proportionalem esse, id est, singulis materiæ particulis competere in singulas, ideòque Legem gravitatis universalem esse, & singula Corpora in alia Corpora omnia gravitare; quod ex Phænomenis etiam deducitur.

Vires gravitatis sunt ut actiones eodem tempore editæ (64.); & hæ actiones, si translationes fuerint æquales, sunt ut materiæ quantitates in Corporibus translatis (69. 70.): idcircò, cùm Corpora inæqualia, ad eandem distantiam à Corpore attrahente, æquè celeriter ex gravitate moveantur (1821.), vires gravitatis materiæ quantitatis proportionem sequi, clarum est. Idem experimur in omnibus Corporibus *in Telluris viciniis*, quæ Tellurem versùs materiæ quantitati proportionalem gravitatem habent (90.). *Mutua* autem horum *omnium Corporum gravitas sensibilis non est*; quia respectu gravitatis Tellurem versùs admodum est exigua, ideòque Motum ex hac turbare non valet, saltem ut sensibilis detur directionis mutatio. 1826.

1827.

Et aliâ methodo, ex Phænomenis, hanc universalitatem gravitatis singularum materiæ particularum in alias probari posse, statim dicemus (1829. 1830.).

Pars Legis, quam examinamus, tertia est, gravitatem decrescere, quando distantia augetur, & esse inversè ut quadratum distantiæ; quod ex Phænomenis quoque sequitur.

Cor-

1828. Corpora, in quæ vis gravitatis agit pro quantitate materiæ, ut in Systemate nostro, eâdem, ut diximus, celeritate feruntur, in circumstantiis iisdem; ita ut non intersit, utrùm majora an minora sint Corpora, & moveantur quasi essent æqualia. In hoc autem casu, si vis punctum versùs decrescat in ratione inversâ quadrati distantiæ ab hoc puncto, & Corpora ad varias ab hoc ipso distantias revoluta fuerint, & in circulis retineantur hac vi, quadrata Temporum periodicorum erunt inter se, ut distantiarum cubi (317. 318.). Quod æquè in lineis Ellipticis, ad quarum focos diriguntur vires, respectu distantiarum mediarum, obtinet (321.). Hicce autem casus in Corporibus circa Solem, Saturnum, & Jovem revolutis exstat (1567.); unde sequitur, vim gravitatis, recedendo à centris horum Corporum, decrescere in ratione inversâ quadratorum distantiarum.

1829. Hoc ratiocinio, positâ gravitate materiæ quantitati proportionali, illam in ratione inversâ quadrati distantiæ decrescere demonstramus. Ex eodem, positâ gravitatis diminutione juxta hanc rationem, sequitur, gravitatem materiæ quantitati proportionalem esse, ut facilè liquet.

Probamus autem alio argumento, diminutionem gravitatis sæpius memoratam rationem inversam quadrati distantiæ sequi; ita ut circa ambas, de quibus agimus, gravitatis Leges, nullum dubium superesse possit.

1830. Planetæ moventur in Orbitis quiescentibus (1523.);

(1523.); & in his retinentur viribus, quæ ad punctum excentricum diriguntur (1524. 1817.); Constat autem hæc non obtinere, nisi vis centralis decrescat in ratione inversâ quadrati distantiæ (329.).

Gravitatem etiam recedendo à Telluris centro, juxta eandem Legem decrescere, ex simili ratiocinio sequitur. Luna enim in Orbitâ retinetur vi, quæ ad Telluris centrum, id est ad punctum excentricum, tendit (1559. 1560. 303.): & licèt linea Apsidum non feratur Motu parallelo, agitatio hujus, si singulas consideremus revolutiones, admodum est exigua, ut hic pro quiescente haberi possit: in Capite sequenti 16. determinabimus vim, quæ retinet Lunam in orbe ita agitato, & videbimus diminutionem vis gravitatis respectu Lunæ, parum admodum à ratione inversâ quadrati distantiæ differre, differentiamque à Solis actione pendere etiam videbimus. 1831.

Nullum autem dubium circa hanc diminutionem supererit, si consideremus, *Lunam in Orbitâ retineri ex ipsâ vi, quâ Corpora in Telluris viciniis Tellurem versùs feruntur*, imminutâ, juxta Legem diminutionis sæpissimè memoratam. 1832.

Distantia media Lunæ est semid. Telluris $60\frac{1}{2}$, id est 60, $_{500}$, ponamus ipsam esse 60, $_{522}$, quæ correctio exigua est, si consideremus, & hanc, quam nunc ponimus, esse etiam mediam inter diversas medias distantias ab Astronomis diversis determinatas. Diametrum Telluris antea vidimus continere perti- 1833.

ticas Rhenolandicas 3389940, (1569.); unde, ex noto Tempore periodico Lunæ (1563.), facilè detegimus, in tempore unius minuti primi Lunam in Orbitâ percurrere pedes Rhenolandicos 196594. Hic arcus non est centesima pars unius gradûs, & pro ipsius subtensâ usurpari potest; est ideò Orbitæ diameter ad hunc arcum, ut ipse ad suum sinum versum; qui detegitur pedum Rhenol. 15, 6982, & est accessus mutuus Lunæ & Telluris, ex horum Corporum mutuâ actione, in uno minuto primo: sed, ut monuimus, Solis actione mutatur Lunæ gravitas in Tellurem, &, ut in Cap. 16. videbimus, effectus totius actionis coincidit cum diminutione gravitatis, quæ se habet ad ipsam gravitatem, ut 1. ad 180, 60; quare spatium 15, 6982, juxta hanc proportionem augeri debet, ut tollatur diminutio ex actione Solis, eritque hoc pedum 15, 7851.

Spatium percursum à Corpore, quod gravitate ad aliud accedit, pendet à vi quâ ab hoc attrahitur, cujus singulæ particulæ materiæ illud attrahunt; ideò Spatia à Lunâ & Tellure in mutuo accessu percursa, sunt inversè ut quantitates materiæ in his. Ergo ut quantitas materiæ in ambobus Corporibus Lunâ & Tellure simul ad quantitatem materiæ in Tellure, ita spatium in accessu ad se mutuò ab ambobus percursum ad viam à solâ Lunâ percursam. Quantitates autem materiæ in Lunâ & Tellure, ut in Capite ultìmo videbimus, sunt inter se, ut 1. & 39, 11., & est 40, 11. ad 39, 11., ut 15, 7851. ad

15,

15, 1018, spatium à Lunâ percursum; quod ergo à Corpore quocunque, in uno minuto primo, gravitate Tellurem versùs, ad distantiam Lunæ percurreretur (1826.).

Crescente hac vi, in ratione inversâ quadrati distantiæ à centro, spatium eodem tempore percursum ad distantiam unius semidiametri Telluris, id est, in hujus superficie, erit 60, 322 x 60, 322 x 15, 1015. pedum; sed quia in omni Motu æquabiliter accelerato, ut hic, (nam consideramus vim ad distantiam superficiei Telluris à centro) quadrata temporum sunt, ut spatia cadendo percursa (190.), dividendo hunc numerum per 60 x 60. id est, 3600, habemus spatium, in Telluris viciniis, in uno minuto secundo à Corpore percursum, ex vi qua Luna in Orbitâ retinetur, quod detegitur 15, 008. pedum Rhenolandicorum.

Si nunc examinemus gravitatem, quam quotidie experimur in omnibus Corporibus, in Telluris superficie (84.); ex demonstratis circa Pendulorum Motum (220.), & Experimentis accuratissimis, Parisiis & in Laponiâ circa Pendula institutis, constat, Corpora sub Polo, in uno minuto secundo, cadendo percurrere pedes Rhenolandicos 15, 0741; sub Æquatore pedes 15, 5906. Sed Corpora sub Æquatore vi centrifugâ directè sursum pelluntur; & cùm singula puncta Æquatoris in 1″ percurrant pedes 1487, 44, ut ex noto tempore revolutionis, & notâ Æquatoris diametro, quam in Cap. 17. determinamus, deducitur; cùm etiam sinus versus 1834.

hujus arcûs ſit pedum o, 0542, hic ipſe ſinus indicat ſpatium, quod Corpora ſurſum adſcendendo vi centrifugâ, in 1″ percurrerent, ſi gravitate non retinerentur. Hac actione vis centrifugæ gravitas minuitur, &, ſepoſitâ hac ipsâ, Corpora ſub Æquatore in 1″ gravitate percurrerent pedes 15, 0508. Ergo gravitate mediâ inter hanc & illam, quæ ſub Polo obtinet, Corpora in uno minuto ſecundo percurrunt 15, 0525. pedes Rhenolandicos; & eſt gravitas hæc ipſa vis, quæ Lunam in Orbitâ retinet.

Conſideravimus centra Corporum in examine Legis diminutionis gravitatis, quamvis gravitas ſingulas Corporum particulas ſpectet; quia Mathematicâ demonſtratione, quam in Scholiis Elem. damus, conſtat,

1835. *Actionem Corporis ſphærici, in quo ubique partes à centro æquè diſtantes ſunt homogeneæ, conſtantis ex particulis, quas versùs gravitas datur, quæ decreſcit, recedendo à ſingulis, in ratione inversâ quadrati diſtantiæ, dirigi ad Corporis centrum, & recedendo ab hoc minui in eâdem ratione inversâ quadrati diſtantiæ*: ita ut tale Corpus agat, quaſi omnis materia, ex quâ conſtat, coacta foret in ipſo centro. Unde ſequentes deducimus concluſiones.

1836. *In ſuperficiebus Corporum, in quibus materia homogenea eſt ad diſtantias æquales à centro, gravitates eſſe directè ut materiæ quantitates in Corporibus* (1812.), *& inversè ut quadrata diametrorum* (1813.); nam in his Corporibus diſtantiæ à centro ſunt ut diametri.

1837. *In ſuperficiebus Corporum ſphæricorum, homo-*

mogeneorum, æqualium, gravitates esse ut Corporum densitates; nam distantiæ à centro sunt æquales, in quo casu gravitatis vires sunt ut quantitates materiæ (1812.); quæ, in Corporibus æqualibus, sunt ut densitates (546. 90.).

In superficiebus Corporum sphæricorum, inæqualium, homogeneorum, æquè densorum, gravitates sunt inversè, ut quadrata diametrorum (1813.); quia in harum ratione sunt distantiæ à centris: sunt etiam gravitates directè ut diametrorum cubi (1812.); nam *in* hac *ratione* sunt materiæ quantitates in sphæris (18. El. XII.), & ratio composita ex directà cuborum diametrorum, & inversà harum quadratorum, est directa *ipsarum diametrorum*. 1838.

Ideò, *si & densitates & diametri differant, gravitates in superficiebus erunt in ratione compositâ densitatum* (1837.), *& diametrorum* (1838.). Idcircò divisâ gravitate in superficie, per diametrum, detegitur *densitas*; quæ ergo *sequitur rationem directam gravitatis in superficie & inversam diametri*. 1839. 1840.

In sphærâ homogeneâ, cavâ, ubique ejusdem crassitiei, Corpus ubicunque positum *nullam gravitatem habet*, gravitatibus oppositis sese mutuò destruentibus, ut in Scholiis Elem. demonstramus. Hinc sequitur, *in sphærâ homogeneâ*, Corpus accedendo ad centrum, centrum versùs gravitare ex solâ actione sphæræ, cujus semi-diameter est distantia Corporis à centro, quæ *gravitas decrescit, accedendo ad centrum, in ratione distantiæ à cen-* 1841. 1842.

tro (1838); nam omnis materia, quæ ad majorem à centro distantiam datur, sphæram cavam efficit, in quâ actiones in Corpus sese mutuò destruunt (1841.).

Gravitatem, huc usque explicatam, pro Lege Naturæ esse habendam diximus, quia hujus causa nos latet, & quia minimè pendet ab ullâ Lege nobis notâ; quod clarè patebit. si ad sequentia attendamus.

1843. *Gravitatem requirere præsentiam Corporis attrahentis*; sic Satellites, ex gr. Jovis, in Jovem gravitant, ubicunque hic detur (1818.).

1844. *Manente distantiâ, celeritatem, quâ Corpus ex gravitate fertur, pendere à quantitate mate-*
1845. *riæ in Corpore attrahente*: Et *Celeritatem non variari, quæcunque fuerit massa Corporis gravitantis* (1826.).

1846. Ulterius, *si gravitas pendeat à Lege Motûs notâ, ad impactum Corporis extranei referri debere*, & quia gravitas est continua, *impactum* etiam *continuum requiri*.

1847. Si talis materia continuò in Corpora incurrens detur, necessariò est fluida, & quidem subtilissima, quæ penetrat Corpora quæcunque; Corpora enim aliis utcunque inclusa gravia sunt.

Videat nunc Mathematicus, an Fluidum adeò subtile, ut Corporum omnium poros liberrimè permeet, & adeò rarum, ut Motui Corporum sensibiliter non obstet, (in loco enim aëre vacuo Penduli Motus diutissimè continuatur) Corpora ingentia tantâ cum vi ad se mutuò possit propellere.

Ex-

Explicet, quomodo hæc actio crescat in ratione massæ Corporis, ad quod aliud tendit (1844.).

Tandem, quod omnium mihi difficillimum videtur, dicat, quomodo omnia Corpora, in quocunque situ, eâdem manente distantiâ, & Corpore, quod versùs gravitas datur, eâdem velocitate ferantur (1845.), id est, quomodo Fluidum, quod nisi in superficies, sive ipsorum Corporum, sive illarum internarum particularum, ad quas accessus ex interpositis particulis non impeditur, actionem suam exserere non potest, communicet istis Corporibus Motum, qui exactissimè sequitur proportionem quantitatis materiæ in his, quod in gravitate ubique obtinere, hoc Capite probavimus; & quod directo Experimento demonstravimus respectu gravitatis in Telluris viciniis (89.).

Non tamen negamus, ab ullo impactu pendere *gravitatem*, sed hanc *non sequi ex* 1848. *ullo impactu, juxta Leges nobis notas agente*, clarè patere contendimus, gravitatisque caussam nos omninò latere fatemur.

CAPUT XII.

De Materiâ Cœlesti; ubi Vacuum dari probatur.

EXpositis Legibus, quibus totum Systema planetarium regitur, varia præmittenda erunt, antequam ad ipsius Systematis explicationem physicam accedamus. De Materiâ cœlesti, id est, de medio, in quibus Corpora Systema componentia moventûr, ante omnia quædam dicenda sunt, quod paucis fieri posset, si inter omnes constaret Philosophos, in rebus *Inane* dari.

Probavimus antea Vacuum possibile esse (15.), nunc illud reverà dari demonstrandum nobis est.

1849. *Ex solâ Motûs consideratione, Vacuum dari deducitur*; quod tritum & vulgare admodum est argumentum, cujus vis ut pateat, considerandum, non quidem omnes Motus, sed plerosque illorum, qui quotidie observantur, sine Vacuo impossibiles esse; quod longiori discussione plenissimè posse evinci, persuasum habeo, sed sequenti consideratione ita clarè patere mihi videtur, ut plura addere inutile foret.

1850. Non mutabilem figuram habent particulæ omnium minimæ; nam constat particula, cujus figura mutatur, ex particulis minoribus, quæ inter se moventur; ideò, si figuram mutabilem habeat, non est ex particulis omnium minimis.

Si

Si autem figura harum particularum sit immutabilis, & Corpus inter has possit moveri sine tali separatione particularum, quæ interstitium vacuum relinquit, pendebit hoc à figurâ particularum, & à relatione, quam habent inter se, quod Mathematicus non negabit: idcircò, si hisce servatis, (figurâ & relatione), augeantur particulæ, & in hoc casu Corpora sine Vacuo moveri poterunt.

Videat nunc quis, auctis particulis minimis, ut magnitudine pedem cubicum æquent, quæcunque fuerit harum figura, & cum cæteris particulis relatio, quas, in eâdem ratione, cum primis auctas ponimus, utrùm Corpora magnitudinis cujuscunque inter has particulas possint ferri per rectas lineas, & per curvas quascunque, nunquam ita separatis particulis, ut spatiola vacua inter has dentur.

Particulas subtilissimas conceptu non assequimur; & ideò sæpè his tribuimus proprietates, quæ ex harum figurâ non sequuntur, qui corriguntur errores, si particulas auctas imaginemur.

Etiam *Argumento, ex Resistentiâ deducto, Vacuum dari probamus.* 1851.

Materiam inertem esse diximus (13.); circa vocem quidam contendunt, rem ipsam nemo negat: ex hac sequitur, non posse per Fluidum Corpus moveri, quin patiatur Resistentiam (717.); ideòque Retardationem (744.). Resistentia ex materiæ inertiâ, quam hic solam consideramus, pendet à materiæ 1852.

 quan-

quantitate ex loco removendæ, quæ eadem est, sive partes Fluidi sint majores, sive minores, si Corporis celeritas maneat: unde sequitur, in determinandis, quæ Resistentiam spectant, ad subtilitatem Fluidi non esse attendendum, quamdiu hoc poros Corporum permeare non potest; si enim ad illam perveniamus partium tenuitatem, ut Fluidum pro parte per Corpus penetret, Corpori minori copiâ resistet.

Concipiamus nunc globum quemcunque, per medium ejusdem densitatis cum globo translatum, & cui per Corporis poros transitus non patet; omnibus momentis retardatur ita, ut ejus velocitas tandem ad dimidium reducatur; quod fit, antequam Corpus semel cum semisse diametri longitudinem percurrat (765.).

1853. Ut Propositionem hanc ad Motum in Fluido subtilissimo, per omnium Corporum poros liberrimè penetranti, & omnia replente, applicare possimus, concipiendum est Corpus sphæricum, sine poris; quod dari posse, intimè jungendo particulas materiæ, nemo inficias ibit.

Talis Corporis Resistentia, in Fluido quocunque, à magnitudine partium Fluidi non pendet, & eadem est, sive Fluidi partes sint æquales, sive utcunque inæquales inter se (1852.).

Si omnia sint materiâ plena, nisi per Fluidum ejusdem densitatis cum hoc Corpore, non poterit hoc moveri; nam incurrit in omnem materiam, quæ datur in locis, per quæ tran-

transit, & in his materia sine interstitiis, ut in Corpore, datur; idcircò amittet dimidium velocitatis, antequam sesqui-diametrum percurrat.

Augeatur Corpus, manente materiæ quantitate, & servato hoc homogeneo; id est, dentur pori in Corpore, per quos materiæ partes subtilissimæ liberrimè transeant, & sint hi pori æqualiter per totum Corpus dispersi. Si Corpus sic mutatum moveatur, non in totam superficiem incurrit Fluidum subtilissimum, de quo agimus, sed tantùm in partes superficiei, quæ poros interjacent; quæ partes simul sumtæ, quia Corpus homogeneum ponimus, valent superficiem Corporis in constitutione primâ, sine poris; aucto enim Corpore, superficies non fuit mutata, sed tantùm dilatata, interjectis poris: Ergo Corpus in utroque casu eandem patitur Resistentiam, ex impactu in superficiem; & Resistentia in Corpore dilatato major est ex incursu Fluidi in particulas internas Corporis: quare Corpus hoc citiùs dimidium velocitatis suæ in secundo, quàm in primo casu, amittet; id est, antequam sesqui-diametrum primæ magnitudinis percurrat; & ideò partem velocitatis adhucdum majorem amittit, dum per sesqui-diametrum secundæ magnitudinis transfertur. 1854.

Hoc autem Experientiæ contrarium est; nam globus homogeneus, aureus, plumbeus, &c. multò minus in aquâ & aëre retardatur, unde sequitur, hypotesin, omnia materiâ repleri, falsam esse. Vacuum ergo datur.

1855. *Vacuum dari* etiam *cum Phænomenis circa gravitatem congruit*, ex quibus sequitur, hanc materiæ quantitati proportionalem esse. Si verò omnia materiâ repleantur, gravitas omnes partes versùs æqualis datur, & vires, quæ partes oppositas versùs diriguntur, sese mutuò destruunt, & nulla sensibilis gravitas observari poterit. Consideratio hæc confirmat Vacuum dari, & assertionem illustrat; sed sola non hanc probat.

Hisce præmissis ad Materiam cœlestem transeundum.

A Motu Materiæ cœlestis, si quædam detur, non pendent Corporum cœlestium Mo-
1856. tus (1848.); quo *corruit illorum sententia, qui Motu communi cum Materiâ, quæ Systema planetarium replet, Corpora cœlestia translata contendunt*.

1857. Hæc etiam Motu Cometarum evertitur sententia: si medium in Systemate daretur, quod in Motu suo Planetas secum ferret, & etiam secum traheret Cometas, saltem sensibiliter hos in Motu turbaret, dum ferè directè ad Solem accedunt, aut ab hoc recedunt, aut in antecedentiâ moventur, id est, Motu contrario cum Motu talis Materiæ; qui Motus cùm non turbari, sed sequi viam, quæ à gravitate pendet, observentur, clarum est, Materiam cœlestem, si detur & moveatur, sensibilem in Corpora Systematis planetarii non exserere actionem; quod etiam ex parvâ hujus Resistentiâ deducitur; nam,
1858. *ex collatis antiquissimis cum recentioribus Observationibus, sensibiliter in Motibus non retardatos*

tos Planetas constat. Resistentia tamen in aëre sensibilis est, quare densitas medii, in quo Planetæ moventur, in immensum minor est; idcircò, *nisi* tali *medio subtilissimo*, *non repletur Systema planetarium*. 1859.

Materiæ verò quantitatem, quantumvis exiguam, per totum Systema posse dispergi, relictis interstitiis minimis, ex materiæ divisibilitate deducitur. (24.)

CAPUT XIII.

De Motu Telluris.

PRæter Quæstionem in Capite præcedenti discussam, & alia datur examinanda, antequam ad totius Systematis explicationem accedamus.

Ut nullum dubium supersit circa Systema, in primo Capite hujus Libri explicatum, probandus nobis hic est Telluris Motus, de quo non mirum, si plures dubitaverint; nullis enim, nisi à Spectatoribus in Tellure, institutis Observationibus Motus cœlestes à nobis determinari queunt, & eadem Phænomena apparent, sive Corpora ipsa transferantur, sive Spectator moveatur (1586.); ita ut immediatis Observationibus non constet, utrùm Motus Telluris ad Corpora cœlestia non referri debeat.

Tellurem circa Solem circumferri, ex Motuum analogiâ deducitur, & ex examine Legum Naturæ pleniùs demonstratur. 1860.

Quod

Quod Motuum analogiam spectat, notandum, circa Jovem, & Saturnum, rotari Satellites Corpore centrali minores; circa Tellurem Luna, Tellure minor, revolvitur; Tandem circa Solem girantur Corpora minora Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus: si cum his Tellus rotetur, ubique
1861. *in Systemate nostro Corpora minora circa majora moventur: in hac* autem *Regulâ exceptio dabitur respectu Solis*, *si* ingens hoc Corpus, *in Motu, minimam Telluris massam* (1568.) *cingat*.

Circa Solem, Jovem, & Saturnum, circa
1862. quos singulos plurima *Corpora* revolvuntur, *lentiùs moventur*, *quæ magis à Corpore centrali distant*, & quidem juxta hanc Regulam, quadrata Temporum periodicorum sequi rationem cuborum distantiarum (1567.), ex quâ sequitur Planetarum velocitates esse in ratione subduplicatâ inversâ distantiarum: *quæ Regula* applicari potest Telluri, si hæc cum cæteris Planetis circa Solem circumferatur, ut patet, si illius Tempus periodicum, (Tempus nempe, in quo Sol integram revolutionem peragere videtur), ut & distantia à Sole, cum cæterorum Planetarum distantiis & Temporibus periodicis, conferantur. *Unicam* autem *patitur exceptionem* Regula hæc, *si, Sole translato, Tellus quiescat*.

1863. In hoc casu Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, huic Regulæ in Motibus subjiciuntur, ut & quinque Satellites Saturni, & quatuor Joviales Planetæ; sola Luna cum Sole, circa Tellurem, proportionem

nem omninò diversam servant, & non modò celeritas Solis major est, quàm quæ hac Regulâ requiritur; sed & velocitate ad minimum vicies & sexies Lunam vincit, licet ad distantiam maximam, respectu Lunæ distantiæ, à Tellure removeatur: ita ut & hujus respectu Motuum cœlestium analogia turbetur.

Hisce Argumentis alia addam, quibus, Motum Telluris sequelam esse necessariam Legum Naturæ, ex Phænomenis deductarum, clarè patebit.

Omnia Corpora in se mutuò gravia sunt (1811.); ideòque *Sol* & Tellus; sed Motus, 1864.
quo hæc duo Corpora ad se mutuò feruntur, ex directis Observationibus deducitur. Quodcunque horum Corporum circa aliud moveatur, describit areas, lineis ad centrum hujus ductis, temporibus proportionales, quod ex Observationibus Astronomicis constat; idcircò in curvâ retinetur Corpus motum, per vim, quæ ad alius centrum dirigitur (303.). Cùm autem actioni semper æqualis sit reactio (180. 183.), *nisi Naturæ Leges, quæ ubique constanter locum habent, in totum evertantur*, duo hæc Corpora sese mutuò petunt celeritatibus, quæ sunt inversè ut horum massæ. (1844.)

Materiæ quantitas in Tellure ferè nulla est respectu quantitatis Materiæ in Sole, ut in Capite sequenti videbimus: quare hic *lentissimè movetur*, *dum celerrimè ad hunc accedit Tellus*.

Unde sequitur, Tellurem circa Solem circum-

cumferri, ne in hunc Motu illo violentissimo cadat. (294.)

1865. Motus hic idem Telluris ex iisdem principiis & aliâ methodo deducitur.

Duo Corpora, quæ vi quacunque ad se mutuò feruntur, tandem concurrent, aut continuò magis à se mutuò recedent, nisi utrumque ita moveatur, ut vim centrifugam habeat æqualem illi, qua aliud versùs fertur; cùm verò Corpora, quæ in se mutuò gravitant, pressionibus æqualibus, sese mu-
1866. tuò petant (180.), *non* poterunt Corpora hæc *in Motu circum se mutuò perseverare*, nisi ambo ita moveantur, ut vires centrifugas æquales habeant; quod, nisi ambo circa commune suum gravitatis centrum, æqualibus temporibus, rotentur, non obtinet; id est, si Propositio hæc ad *Solem & Tellurem* applicetur, *nisi circa punctum, cujus distantia à centro Solis est ad ipsius distantiam à centro Telluris, ut quantitas materiæ in Tellure ad materiæ quantitatem in Sole, ambo moveantur* (312. 313.): quod punctum ergo parum admodum à centro Solis distat. Cùm autem, quodcunque horum Corporum moveatur, in Motu circa aliud perseveret, sequitur, ambo Motibus memoratis subjici, Solemque exiguo Motu agitari, dum Tellus Orbem maximum describit. Ex quibus sequitur, Motum Telluris ab illo negari non posse, qui ex Legibus Motûs, ex Phænomenis deductis, ratiocinatur.

Probato Motu Telluris annuo, & relatâ Tellure inter Planetas, exigua tantùm difficul-

cultas superest respectu Motûs circa axem; nemo enim, qui de illo non dubitat, hunc negat; multi, concesso Motu *circa axem*, 1867.
Telluris annuum Motum negant; satis ergo erit in transitu notare, omnes Planetas, circa quos respectu hujus Motûs Observationes instituere licet, circa axes rotari; & *Motum similem Telluri competere; uniformem Motum diurnum Corporum, ad distantias quascunque ab hoc remotorum, satis indicare.* Quibus addendum, celeritatem Stellarum fixarum, in minori quàm viginti quatuor horarum tempore, revolutionem integram peragentium, vix magis probabilem esse, quàm à nobis concipi potest.

Etiam cum Naturæ Legibus minimè congruit Motus hic omnium Corporum cœlestium; nam, *si* hæc *rotentur*, circulos, quo- 1868.
rum centrum Tellus occupat, Motu æquabili singulis diebus percurrunt; id est, describunt areas, lineis ad centrum Telluris ductis, temporibus proportionales; & in Orbitis retinentur viribus, quæ ad centrum Telluris diriguntur (303.); & quibus, propter omnis actionis reciprocationem (180.), Tellus etiam continuò illa *Corpora* versùs trahitur; ita ut *violentissimo Motu necessariò agitari* debeat; unde patet Motum diurnum non ad ipsa Corpora cœlestia referri debere, sed ad *Tellurem* circa axem rotatam.

Objiciunt, qui Tellurem quiescere conten- 1869.
dunt, Corpora in Telluris superficie, ex vi centrifugâ, juxta tangentem ad circulum, Æquatori parallelum, debere à Tellure recede-

cedere (294.). Respondemus, Corpora eodem Motu cum superficie Telluris, in locis in quibus dantur, transferri; & ideò, respectu punctorum superficiei quibus respondent, conari recedere per lineas ad axem perpendiculares (299.); etiam Corpora gravitate ad centrum Telluris tendere (1835.); & ideò, Motu ex hisce ambobus composito, Corpus continuò aut moveri, aut moveri conari (162. 179.); sed quia primus Motus respectu secundi est admodum exiguus, parum tantùm à directione centrum versùs detorquetur grave, & paululum gravitas minuitur, eo magis, quo locus magis à Polo distat; quod cum Experientiâ congruit. In sequentibus etiam videbimus, ubi de Telluris Figurâ agemus, directionem memoratam gravium ubique dirigi perpendiculariter ad Telluris superficiem, quæ non est exactè sphærica.

1870. Corpus, quod in altum projicitur, non modò Motu, quo projicitur, gaudet, sed etiam fertur Motu impresso illi, qui hoc projicit, aùt Machinæ, ex quâ propellitur, id est, Motu communi cum puncto superficiei Telluris, cui respondet, fertur; ideòque in eàdem lineâ, respectu superficiei Telluris translatæ movetur, in quâ translatum foret si Tellus quiesceret.

CA-

CAPUT XVI.

De Densitate Planetarum.

SUperest, antequam ad Systematis Explicationem Physicam transeamus, ut quantitates materiæ in quibusdam Corporibus, & horum Densitates, determinemus; quibus notis effectus Legum, quibus hæc Corpora reguntur, faciliùs patebunt.

Quantitates materiæ, in diversis Corporibus, sunt inter se, ut gravitates ad eandem distantiam ab hisce Corporibus (1812.); quæ gravitates sunt inter se inversè, ut quadrata Temporum periodicorum Corporum revolutorum, circa varia illa Corpora, ad eandem illam distantiam (314.). Multiplicando quantitates, quæ sunt in hac ratione, per eandem quantitatem, cubum nempe hujus distantiæ, non mutatur ratio harum quantitatum; quæ ergo sunt inter se, ut quotientes divisionum cubi memorati, per quadrata Temporum periodicorum memoratorum: sed in Systemate planetario detegitur quotiens talis divisionis, pro Corpore quocunque, dividendo cubum alterius distantiæ cujuscunque, per quadratum Temporis periodici Corporis ad hanc distantiam revoluti: Quotientes enim tales sunt æquales inter se, pro omnibus Corporibus circa idem, ad distantias quascunque, motis; ut sequitur ex æqualitate rationis inter cubos distantiarum, 1871.

& quadrata Temporum periodicorum ad has distantias (1567.). Ex quibus deducimus,
1872. *quantitates Materiæ in Corporibus quibuscunque, in Systemate nostro, esse inter se directè, ut cubos distantiarum, ad quas, circa hæc, Corpora alia revolvuntur, & inversè ut quadrata Temporum periodicorum horum Corporum revolutorum.*

Demonstrantur hæc, seponendo agitationem Corporis centralis, cujus materiæ quantitas quæritur.

Propter Solis magnitudinem, respectu Veneris (1568.) ex. gr., quem ex Planetis solum consideramus, vix ex hujus actione agitatur ille (1844.), & Planeta hic potest considerari quasi motus circa Corpus quiescens.

Satellites Jovis & Saturni, Motu quidem communi cum Primariis feruntur, sed circa hos, quasi circa Corpora quiescentia, propter Primariorum magnitudinem, transferuntur.

Luna autem satis sensibiliter in Tellurem agit, & hanc agitat; quare antequam ope Regulæ memoratæ cum Motu Lunæ computationem inire possimus, de conferendâ materiæ quantitate in Tellure, cum materiæ quantitatibus in Sole, Jove, & Saturno,
1873. determinanda est *distantia, ad quam Luna circa Tellurem* quiescentem, id est, *actione Lunæ non translatam, revolvi posset in eodem Tempore periodico, in quo revolutionem suam reverâ peragit.* Hic etiam non attendimus ad Motum communem Telluri & Lunæ, quo circa Solem ambo feruntur.

Luna in Motu suo circa Tellurem perseverat; ideò Tellus & Luna circa commune

gra-

gravitatis centrum rotantur, ut ex demonstratis circa Tellurem & Solem (1866.) sequitur: Luna ergo, vi quâ Tellurem versùs tendit, revolvitur in Orbitâ, cujus semi-diameter *est* distantia Lunæ à memorato 1874.
communi centro gravitatis Lunæ & Telluris. Si Tellus quiesceret, & Luna distantiam suam ab hac servaret, in Orbitâ majori Luna moveretur, & majus foret Tempus periodicum; admotâ verò Lunâ ita, ut hujus centrum à centro Telluris detur ad distantiam *sexaginta semi-diametrorum*, Tempus periodicum idem esset cum Tempore revolutionis circa memoratum commune gravitatis centrum, ut in Scholiis Elem. demonstramus.

Hisce præmissis ipsam aggredimur computationem.

Distantia Veneris à centro Solis est 723. 1875.
& Tempus periodicum 19414160". (1552.)

Quartus Satelles Jovis distat à centro Jovis partibus 12, 4771., quarum Venus à Sole distat 723.: hujus Satellitis Tempus periodicum est 1441929". (1564.)

Quartus Satelles Saturni distat à centro Saturni partibus iisdem 8, 5107.; & Tempus periodicum est 1377674". (1565.)

Tandem distantia Lunæ 60. semi-diam. Telluris à centro hujus, est partium memoratarum 3, 054.; Tempus periodicum medium 2360580". (1563.)

Divisis singulis cubis harum distantiarum, 1876.
respectivè per suorum Temporum periodicorum quadrata, dantur in quotientibus numeri, qui sunt inter se, ut materiæ quanti-

cates in dictis Corporibus centralibus (1872.): qui quotientes sunt inter se ut numeri sequentes, si Tellurem excipiamus, circa quam correctio adhibenda fuit; quia, ut jam monuimus (1833.), Solis actione gravitas Lunæ in Tellurem parte $\frac{1}{180,66}$ minuitur; quare quantitas materiæ detecta augenda fuit, juxta rationem 17966. ad 18066., quod fecimus.

1877. *Quantitates Materiæ*

in Sole;	*Jove;*	*Saturno;*	*Tellure;*	*Lunâ.*
10000.	9,105.	3,250.	0,0512.	0,0013.

1878. Ex Observationibus Astronomicis nota etiam est ratio, quæ datur inter diametros horum Corporum; & quarum partium Solis diameter continet 10000. diameter Jovis continet 997. Saturni 791. & Telluris 109.

1879. Si quantitates materiæ memoratæ per diametrorum quadrata dividantur, quotientes erunt inter se, ut pondera in superficiebus dictorum Corporum (1836.); sunt autem quotientes hi ut numeri sequentes.

1880. *Gravitates in Superficiebus*

Solis;	*Jovis;*	*Saturni;*	*Telluris;*	*Lunæ.*
10000.	936.	519.	431.	146.

1881. Dividendo hos numeros per diametros, habemus proportionem Densitatum eorundem horum Corporum. (1840.)

Quotientes, hisce divisionibus detecti, sequentium numerorum rationem habent.

1882. *Densitates*

Solis;	*Jovis;*	*Saturni;*	*Telluris;*	*Lunæ.*
10000.	9385.	6567.	39539.	48911.

Quæ

Quæ Lunam spectant, in Capite ultimo determinamus; sed illa hìc adjecimus, ut faciliùs cum reliquis conferri possint.

Minimè probabile est, Corpora memorata quatuor homogenea esse; unde sequitur Densitates non exactè determinari posse; quare tantùm *determinantur Densitates* mediæ, id 1883.
est, *quas Corpora haberent, si, servatâ materiæ quantitate & magnitudine, Corpora forent homogenea.*

Proportio memorata (1882.), *inter Densitates* 1884.
respectu omnium Corporum, & computationes reliquæ respectu Solis, Jovis, & Saturni, sensibili errore expertes sunt; quantum ad Tellurem, in his error fortè datur, corrigendus ex Observationibus, quibus distantia Telluris à Sole magis accuratè determinabitur. Ponimus enim distantiam Lunæ, 60. semi-diam., esse partium 3.051, quarum Venus à Sole distat 723. (1875.), id est, quarum Tellus à Sole distat 1000. (1552. 1553.); quæ Lunæ distantia detegitur, ponendo Solis parallaxin horizontalem 10″, 30‴, quæ tamen pro verâ absolutè haberi non potest, licet ex Observationibus exactissimis, de Martis, Telluri maximè vicini, parallaxi huc usque institutis, deducatur, sed quæ nimium est exigua, ut circa Observationes nulla erroris suspicio supersit (1706.).

Errorem tamen ex malè determinatâ ratione, inter semi-diametrum Telluris & hujus à 1885.
Sole distantiam, non mutare determinatam Telluris Densitatem, ex ipsis computationibus circa hanc institutis (1876. 1879. 1881.), deducitur.

his semel motis, in Motibus quos observamus perseverent.

Concipiamus Solem & Mercurium: Si sibi permittantur, ad se mutuò accedent (1811.): Si autem projiciantur, poterunt circa commune gravitatis centrum, æqualibus temporibus, revolvi, & ellipticas lineas immobiles describere, & in illo Motu perseverare (1866. 320. 1813.); constat enim mathematica demonstratione, quam in Scholiis Elem. damus, in hoc casu Corpora circa commune centrum gravitatis describere Ellipses similes illi, quam unum circa alterum quiescens, iisdem viribus, posset describere, & Motus hosce æqualibus temporibus absolvi: centrum hoc gravitatis propter magnitudinem Solis (1568.), vix ab ipso Solis centro distat. 1886.

Concipiamus ulterius, ad majorem à Sole distantiam Venerem projici, turbabit hæc paululùm Mercurii Motum, qui etiam, actione suâ in Venerem, hanc paululum à viâ deflectet, & ambo Solem, nunc eandem partem versùs, nunc ad partes diversas, trahent; sed nunquam ita ad se invicem accedunt (1551. 1552.), ut mutua actio sensibilis sit, respectu actionis quâ Sol hæc Corpora ad se trahit; quare omnes hæ irregularitates insensibiles sunt, ut postea distinctiùs videbimus. Unde concludimus, hæc tria Corpora tendere ad punctum in viciniâ Solis inter hæc Corpora; quod ergo parum admodum distat à communi centro gravitatis omnium. 1887.

Si successivè Tellus, Mars, & reliqui Pla- 1888.

Sol hoc Motu non agitaretur, & Mercurius solus ad Jovem tenderet: pro variis Mercurii & Solis à Jove distantiis, unus aut alter magis attrahitur; & semper in situ respectivo minor mutatio datur, dum ambo eandem partem versùs feruntur, quàm si Sole quiescente, Mercurius solus Jovem versùs moveretur.

Ratiocinium hoc ad omnes Planetarum magis à Sole distantium actiones, in minus distantes, applicari potest. Quod attinet horum actionem in illos, pro vario situ ad Solem trahunt Planetam, aut hunc à Sole separant, & integram considerando revolutionem respectivam, id est, Motum à conjunctione ad conjunctionem sequentem, turbatio minor est, quàm si Sol immobilis staret.

Magnitudo Solis, cum cæteris Corporibus Systematis nostri collati, in causâ est, ut ex ante demonstratis patet, *parum Planetas sese mutuò turbare*: cùm tamen non infinita sit hæc magnitudo, non semper actiones mutuæ omninò contemnendæ sunt; ideò non inutile erit quasdam de his computationes inire. 1893.

Diximus, Observationibus Astronomicis constare, Jovem viam Saturni mutare, ubi huic est proximus (1823.); quare hæc turbatio præ cæteris sensibilis sit, ex Lege gravitatis deducitur.

Actiones Jovis in Saturnum, quando huic est proximus, & Solis in eundem Planetam, qua hic in Orbitâ retinetur, sunt inter se directè ut quantitates materiæ in Jove & Sole (1812.), nempe ut 9, 105 ad 10000. (1877.), 1894.

&

& inversè ut quadrata distantiarum Jovis & Solis à Saturno (1813.); id est, directè ut quadrata numerorum 954. 434.; nam distantiæ Saturni & Jovis à Sole, sunt ut 954. ad
1895. 520. (1555. 1556.); quare, *ubi Jupiter Saturno est proximus*, distantiæ hujus à Jove & Sole sunt in dictâ ratione. Ratio composita ex memoratis duabus est 45. ad 10000, aut 1. ad 222.; hæc *Jovis actio cum Saturni gravitate in Solem conspirat*, & ideò *hanc parte* $\frac{1}{222}$ *auget*: unde non mirum, turbationem sensibilem esse.

1896. Non consideramus hic vim, quâ Jupiter Solem trahit, nam hac Orbita Saturni non mutatur, & explicandum erat, quare Saturni Motum mutatum observent Astronomi; Actione tamen Jovis in Solem, magis ad Saturnum trahitur Sol, & situs respectivus horum Corporum magis turbatur, quàm Observationibus Astronomicis detegitur. Vis quâ Jupiter, in situ memorato, trahit Solem, & quâ ideò hic Saturnum versùs trahitur, est ad vim quâ Jupiter Saturnum trahit, ut quadratum numeri 434. ad 520. quadr. (1813.), id est, ut 31. ad 45., qui ultimus numerus exprimit vim, quâ Saturnus ad Jovem tendit, quando gravitas Saturni in Solem exprimitur per 10000. (1895.). Si colligamus in unam summam vires Jovis, quibus Saturnum & Solem trahit, erit vis, quâ, ex interposito Jove, hæc Corpora ad se mutuò tendunt, ad gravitatem Saturni in Solem, ut 76. ad 10000.; sed gravitas hæc est ad gravitatem Solis in Saturnum, ut 10000. ad
1897. $3\frac{1}{26}$. (1812. 1877.); quare *accessus mutuus* *So-*

Solis & Saturni est ad augmentum hujus accessûs ex actione Jovis interpositi, ut 1003. ad 76. aut, *ut* 131. *ad* 1. Hæc notabilis est, & omnium longè maxima turbatio in Motu Planetæ primarii cujuscunque, hæc etiam in unico tantùm casu locum habet; nam, recedente Jove à Saturno, brevi insensibilis est turbatio Motûs Saturni.

In eodem situ Jovis Saturno proximi, 1898.
hujus vis, licèt in hoc casu sit omnium maxima, non æquè sensibilis est, ad viam Jovis circa Solem mutandam. Actio Saturni ad Jovem trahendum, est ad illius actionem, quâ Solem trahit, ut 954. quadr. ad 434. quadr. (1813.); celeriùs ergo Jovem trahit, & cùm eandem partem versùs trahantur, differentia harum virium est vis, cum quâ ex Saturni actione, Jupiter & Sol à se mutuò separantur (400.); quæ ideò est ad gravitatem Solis in Saturnum, ut differentia horum quadratorum ad ultimum, id est, proximè ut 72. ad 19. Hæc autem Solis gravitas in Saturnum est ad gravitatem Jovis in Solem, ut 3,25. ad 10000. (1812. 1877.), & ut 520. quadr. ad 954. quadr. (1813.), id est, ut 19. ad 19509.; est idcircò vis turbans Saturni ad Jovis gravitatem in Solem, ut 72. ad 19509. aut ut 1. ad 2703.; ita *ex actione maximâ Saturni, par-* 1899.
te tantùm $\frac{1}{2703}$ *minuitur gravitas Jovis in Solem*, quæ turbatio insensibilis est.

Reliquæ Planetarum mutuæ perturbatio- 1900.
nes sunt multò minores; ut patebit determinando illam, quæ omnium harum reliquarum

rum maxima est, Jovis in Martem, quæ computatione simili præcedenti detegitur.

1901. Distantiæ Jovis à Marte & Sole, quando Mars inter hunc & Jovem in eâdem lineâ datur, sunt ut 3677. ad 5201. (1554. 1555.); quare vires, cum quibus Jupiter hæc Corpora trahit, sunt inversè ut horum numerorum quadrata (1813.), id est, proximè ut 2. ad 1., quarum virium differentia æqualis est ultimæ, id est, gravitati Solis in Jovem. Gravitas hæc Solis in Jovem, est ad gravitatem Martis in Solem, ut 9,305. ad 10000. (1812. 1877.), & inversè ut quadrata distantiarum horum Planetarum à Sole (1813.), & est hæc ratio composita 1. ad 12512.; in quâ ergo ratione est vis perturbans Jovis ad gravitatem

1902. Martis in Solem. Quare *Martis gravitas in Solem, parte tantùm* $\frac{1}{12512}$ *actione Jovis illi proximi minuitur.*

1903. Quantumvis perturbationes hæ, *ex actione Planetarum in se mutuò*, sint exiguæ, & licèt, quæ in situ Planetarum diverso locum habent, quodammodo sese mutuò compensent, hisce tamen paululum mutatur ratio, juxta quam decrescit vis, quæ Planetas in Orbitis retinet, ita ut non exactè minuatur in ratione inversâ quadrati distantiæ; idcircò, licèt sensibiliter quiescant Orbitæ, *post multas revolutiones situs harum Orbitarum paululò mutatus observatur.* (324. 1523.)

1904. Ex hisce omnibus sequitur, Planetas in principio, ad distantias ad quas à Sole moventur, semel projectos, in Motibus, Legibus ante expositis, perseverare; Excen-

tri-

tricitatemque Orbitarum pendere à celeritate, & directione primæ Projectionis. Motus autem hi diutissimè conservari possunt, propter Materiæ cœlestis exiguam Resistentiam. (1859.)

Patet etiam, quare lineis ad centrum Solis ductis describant areas temporibus proportionales; quia nempe cæteræ gravitates in Systemate exiguæ sunt, respectu gravitatis Solem versùs (1890.); ideòque hac solâ in Orbitis retinentur Planetæ, unde hæc arearum proportio sequitur. (302.) 1905.

Motus etiam in lineis ellipticis, lentissimè translatis, ex Lege gravitatis sequitur; hæ enim immobiles essent, si in Solem tantùm graves essent Planetæ (320. 1813.), & ex actione mutuâ Planetarum lenta Orbium agitatio deducitur. (1903.) 1906.

Quod autem spectat proportionem, quæ inter cubos distantiarum & Temporum periodicorum quadrata observatur, sequitur hæc quoque ex gravitatis Lege (317. 1813.); ita ut si hisce addamus, quæ de deflexione Saturni diximus (1823. 1895.), nihil explicandum supersit circa Motum Planetarum primariorum. 1907.

Cometarum Motus à Lege gravitatis pendere, etiam ex Observationibus deducitur, & horum respectu, ut circa Planetas dictum, Solis gravitas prævalet, & hac gravitate à viâ rectâ deflectuntur (1573. 303.). Viæ autem curvaturam ab hac eâdem gravitate etiam pendere ex eo sequitur, quod Corpus ex hac gravitate describat aut Ellipsin, aut Parabolam 1908.

CAPUT XVI.

Motûs Lunæ Explicatio Physica.

LUnam & Tellurem semel projectas, circa commune gravitatis centrum in motu perseverare posse constat (1886.), si impressione communi quacunque ferantur per lineas rectas parallelas inter se, ut de Satellitibus Jovis & Saturni dictum (1910.); Motus hic non turbabit Motum circa centrum commune gravitatis, quod solum directionem hanc sequetur, quia respectu amborum Corporum quiescit. Corpora verò Motu composito, ex hac impressione, & Motu circa commune gravitatis centrum, feruntur (179.), id est, circa hoc translatum gyrantur, ut circa idem quiescens ante hujus Motum. Si omnibus momentis novæ impressiones, communes ambobus Corporibus, in hæc agant, poterit omnibus momentis mutari via centri gravitatis, quæ mutatio similis erit illi, quam subirent Corpora ipsa, si Motu respectivo carerent. 1912.

Ex hisce deducimus, si dum Luna & Tellus circa commune centrum gravitatis in gyrum moventur, ambæ projiciantur, viam centri gravitatis ex actione Solis, in utrumque Corpus agenti, illam esse, quam Corpus, eodem modo projectum, circa Solem describere posset. 1913.

Unde sequitur *Lunam Motum Telluris turbare,* 1914.

bare, & centrum commune gravitatis horum Corporum describere Orbitam, circa Solem, quam huc usque à Tellure ipsâ descriptam diximus; quia ad actionem Lunæ huc usque non at-
1915. tendimus; *Tellus* autem *describit curvam irregularem*.

1916. Posito Sole in S, sit in F centrum com-
TAB. XVIII fig. 2. mune gravitatis Lunæ Q, & Telluris M, in Plenilunio: post integram Lunationem, id est, iterum in Plenilunio, sit hocce centrum in A; & sit FDA Orbita, quam Telluris vocamus, & in quâ memoratum centrum gravitatis reverâ movetur.

Sit Lunatio hæc divisa in quatuor partes æquales; post primam centrum gravitatis erit in E, Luna in P, Tellus in L; post præterlapsam secundam Temporis partem, in Novilunio centrum gravitatis erit in D, Luna in R, Tellus in I; in quadraturâ sequenti centrum gravitatis erit in B, Luna in O, Tellus in H; tandem in Plenilunio, posito centro gravitatis in A, Luna erit in N, Tellus in G: quæ omnia sequuntur ex Revolutione Telluris & Lunæ circa commune centrum gravitatis, dum hoc in Orbitâ circa Solem movetur.

Videmus ergo Tellurem moveri in curvâ MLIHG, quæ in singulis Lunationibus bis inflectitur; quæ curva etiam in se non redit, quia inflexiones, in variis Revolutionibus circa Solem, non coincidunt: quia duodecim Lunationes cum tertiâ parte circiter singulis annis absolvuntur.

1917. *Irregularitas* hæc *Motûs Telluris*, quæ ex Le-

Legibus Naturæ deducitur, *nimium est exigua, ut in Observationibus Astronomicis sensibilis sit*, aut ullo modo percipiatur; quare sine errore ponimus, centrum ipsum Telluris Orbitam FDA percurrere; nam MF, aut DI, distantia maxima Telluris ab hac Orbitâ, est circiter pars quadragesima distantiæ MQ, quæ ipsa non est trecentesima pars distantiæ FS.

Etiam, *in explicandis quæ Lunam spectant, negligimus considerationem Motûs Telluris circa* sæpius *memoratum centrum gravitatis, sed ponimus illam revolvi ad distantiam à centro Telluris 60. semid.*; quia, ut antea vidimus (1874.), ad hanc distantiam, in suo Tempore periodico, revolvi posset circa Tellurem quiescentem, aut translatam in Orbitâ, in quâ ex Lunæ actione non turbaretur. Multò faciliùs, hac methodo, Lunæ irregularitates deteguntur, quæ eædem sunt, ut facilè patet, sive Luna circa commune centrum gravitatis Lunæ & Telluris, sive circa ipsum Telluris centrum, rotetur. 1918.

Sit Sol S, Tellus in T, Lunæ Orbita ALB*l*, tandem detur Luna in A in quadraturâ; per AS Solem versùs tendit, eodem modo, & eâdem celeritate, quâ Tellus S versùs per TS fertur; quia distantiæ AS & TS sunt æquales: repræsentetur celeritas hæc per TS aut AS, poterit actio, quâ Luna conatur descendere per AS, resolvi in duas, formato parallelogrammo ADST; ita, ut Luna conetur moveri per AD & AT, celeritatibus, quæ hisce lineis repræ- 1919. TAB. XVIII fig. 1.

ſentantur. (179.)

Preſſione per AD agenti, Luna eâdem celeritate, & eandem partem versùs cum Tellure fertur, propter lineas parallelas & æquales TS & AD; quare ex hoc Motu relatio inter Lunam & Tellurem non mutatur; Preſſio autem per AT cum gravitate

1920. *Lunæ in Tellurem* conſpirat; & *augetur gravitas* hæc *ex actione Solis, quando Luna in Quadraturis verſatur: eſtque augmentum ad Telluris gravitatem in Solem, ut* AT, *Lunæ diſtantia à Tellure, ad* TS, *Telluris diſtantiam à Sole*; Preſſiones autem per AT & TS hiſce ipſis lineis repræſentari, ex eo facilè liquet, quod gravitates ſint preſſiones, quæ in Corpora mota ut in quieſcentia agunt (187.); quæque ideò ſingulis momentis generant augmenta velocitatum in ratione ipſarum gravitatum (1812. 71.); in quâ eâdem ratione ſunt ergo velocitates eodem Tempore genitæ.

1921. *Manente* TS, *Telluris diſtantiâ à Sole, creſcit & minuitur augmentum* memoratum gravitatis *in ratione* lineæ AT, id eſt, *diſtantiæ Lunæ à Tellure.*

1922. Manente autem hac Lunæ diſtantiâ à Tellure AT, ſi augeatur TS, minor erit AT reſpectu TS; ideò, licèt non mutaretur vis, quâ Tellus & Luna Solem versùs cadunt, augmentum, de quo agimus, minus eſſet, & eo minus, quo major eſt TS, quia hæc, licet aucta, eandem tamen quantitatem repræſentaret; ideò augmentum erit inversè ut TS; vis autem gravitatis non manet,

net, quando TS augetur, sed minuitur; quare & hac de causâ minuitur augmentum memoratum, & quidem in eâdem ratione cum hac vi gravitatis; ideòque in ratione inversâ quadrati distantiæ TS (1813.); si hæc diminutio cum aliâ memoratâ conjungatur, videmus, *augmentum*, de quo agimus, 1923.
sequi rationem inversam cubi distantiæ Telluris à Sole.

Manente Telluris à Sole distantiâ, Lunæ gravitas in Tellurem lentiùs in Quadraturis decrescit, quàm pro ratione inversa quadrati distantiæ, à Telluris centro; nam, si augmentum, 1924.
in hoc casu, sequeretur inversam hanc rationem quadrati distantiæ, quam sequitur gravitas ex Telluris actione (1813.), non turbaretur hæc ratio: augmentum verò crescit, dum gravitas ipsa minuitur; quare augmentum, quando distantia augetur, semper majus est, quàm requiritur, ideòque diminutio gravitatis minor.

Augmentum hoc computatione determinatur *in mediis Lunæ à Tellure & hujus à Sole distantiis*: sint AT & TS hæ distantiæ 1925.
mediæ; est *augmentum* quæsitum ad gravitatem Telluris in Solem, ut AT ad TS (1920.); *est* etiam hæc gravitas Telluris in Solem *ad gravitatem Lunæ in Tellurem*, (quia Corpora hæc hisce gravitatibus in Orbitis retinentur) directè ut TS ad TA, & *inversè ut quadratum Temporis periodici Telluris circa Solem ad Tempus Lunæ circa Tellurem* (315. 1845.): est idcircò augmentum quæsitum ad gravitatem Lunæ in Tellurem, in ratione

compoſitâ ex hiſce rationibus, *id eſt*, in ratione memoratâ inverſâ quadratorum Temporum periodicorum Telluris & Lunæ, cæteris rationibus ſeſe mutuò deſtruentibus. Tempora hæc dantur, & ſunt inversè horum quadrata *ut* 1. *ad* 178, *n*.

1926. Sit nunc Luna in L, in quo ſitu Sol Lunam & Tellurem, per eandem lineam, ad ſe trahit, ſed non æqualiter; Lunam majori cum vi, quia minus ab illo diſtat; differentia harum virium eſt vis, quâ Luna à Tellure retrahitur, & quâ gravitas Lunæ in Tellurem minuitur.

Vires, quibus Luna in L, & Tellus in T, Solem versùs tendunt, ſunt inter ſe ut quadrata linearum ST & SL (1813.), & differentia virium, id eſt vis turbans, eſt ad vim, quâ Tellus Solem versùs deſcendit, ut differentia horum quadratorum ad quadratum lineæ LS, id eſt, quàm proximè, ut dupla LT ad LS aut TS; nam hæ lineæ parum admodum inter ſe differunt; &

1927. *differentia quadratorum, quorum radices parum inter ſe differunt, eſt, ſervatâ proportione, dupla illius, quæ inter radices datur.*

1928. Si ergo TS, ut antea, repræſentet vim, quâ Tellus Solem versùs deſcendit, L*l* repræſentabit vim turbantem & gravitatem minuentem, dum in Quadraturis vis turbans per AT repræſentatur. (1920.)

1929. Detur Luna in *l*; iterum cum Tellure, per eandem lineam, à Sole attrahitur; ſed, quia Tellus minus diſtat, celeriùs hæc Solem versùs movetur; ita, ut detur vis, quæ

Tel-

Tellurem à Lunâ separat, differentia nempe virium Lunam & Tellurem trahentium (1926.); quæ vis cum gravitate Lunæ in Tellurem contrariè agit, & hanc minuit, eodem modo, ut ex majori gravitate Lunæ in Solem, positâ illâ in L, demonstratum fuit. In *l* etiam vis separans à vi separante in L vix differt; hæc enim, ut vidimus, proportionalis est differentiæ quadratorum linearum TS & LS, & illa, ut simili demonstratione evincitur, differentiæ quadratorum linearum *l*S & TS, quæ differentiæ, propter exiguam L*l* respectu TS, vix inter se differunt; ita, ut vis, quæ minuit gravitatem Lunæ in *l*, etiam repræsentetur per L*l*.

Major tamen *paululum est vis perturbans in Conjunctione* in L, *quàm in Oppositione* in *l*; nam, positis differentiis æqualibus inter radices, quadrata, servatâ proportione, eo magis differunt, quo minora sunt; & sic, servatâ proportione, magis differunt vires in L & T, quàm in T & *l*, quæ etiam minores sunt. (1813.) 1930.

Concludimus ex his, *vim quæ in Syzygiis gravitatem Lunæ minuit, duplam esse illius, quæ hanc auget in Quadraturis*; *nempe* ut L*l* ad AT. Quare, in Syzygiis, Lunæ gravitas ex actione Solis minuitur parte, quæ est ad totam gravitatem, *ut* 1. *ad* 89. $\frac{1}{10}$; nam in Quadraturis augmentum gravitatis est ad ipsam, ut 1. ad 178, $\frac{2}{10}$. (1925.) 1931.

In Syzygiis vis perturbans sequitur eandem proportionem cum semisse hujus, id est, cum 1932.

vi perturbante in Quadraturis (1931.); *est* ergo *directè ut distantia Lunæ à Tellure* (1921.), *& inversè ut cubus distantiæ Telluris à Sole*. (1923.)

1933. *In Syzygiis gravitas Lunæ in Tellurem, in recessu illius ab hujus centro, magis minuitur, quàm juxta rationem inversam quadrati distantiæ ab hoc centro*; in hac enim ratione minueretur, si vis ablatitia perturbans illam inversam sequeretur rationem; cùm autem hæc contra crescat, quando distantia augetur (1932.), semper diminutio major est, quàm juxta rationem inversam quadrati distantiæ.

1934. Tandem sit Luna in F, loco quocunque intermedio inter Quadraturam & Syzygiam, Solem versùs trahitur per FS; à quo cùm minus distet, quàm Tellus T, majori cum vi quàm Tellus trahitur: Sit vis, quâ Luna ad Solem tendit, ad vim, quâ Tellus ad eundem fertur, ut FM ad TS, quæ etiam in præcedentibus eandem Telluris gravitatem designat. Formetur parallelogrammum FHMI, cujus diagonalis sit FM, & cujus latus FH sit parallelum, & æquale lineæ TS. Gravitas Lunæ Solem versùs resolvitur in duas vires, unam per FH, alteram per FI; & hæ lineæ designant pressiones, quibus Luna per ipsas moveri conatur (179.). Actio per FH communis est Lunæ & Telluri, quæ, æquali vi, per lineam huic parallelam, etiam ad Solem tendit; ita ut, hoc Motu Lunæ, hujus situs respectu Telluris non mutetur, & vis perturbans sit sola pressio per FI.

Pro-

Propter immensam Solis distantiam, pars MS lineæ MF exigua est respectu totius; & angulus FST, ubi maximus est, ut AST, vix sextam unius gradûs partem superat: unde sequitur, lineas MI & SN admodum esse vicinas, punctaque I & N vix distare, & sine errore sensibili posse confundi; qui tamen error, quantumvis sit contemnendus, in consideratione integræ revolutionis, compensatur errore contrario, positâ Lunâ in E. Vis ergo perturbans designatur per FN.

Notandum, *quando lineæ ES sola pars EF consideratur, hanc pro parallelâ haberi lineæ LI*, propter exiguum angulum, quem hæ lineæ efficiunt. 1935.

Ex puncto N ducatur perpendiculum NQ 1936. ad lineam FT, continuatam si necesse fuerit, per quam Luna in Tellurem gravitat; & construatur parallelogrammum FPNQ rectangulum; concipiamus vim per FN resolutam in duas, per FQ & FP agentes, & hisce lineis repræsentatas (179.): Actione per FQ, gravitas minuitur, in casu hujus figuræ; augetur, quando punctum Q inter F & T cadit: Pressione autem per FP Luna in Orbitâ trahitur Syzygiam vicinam L versùs, & acceleratur aut retardatur Lunæ Motus, prout vis hæc cum Motu Lunæ conspirat, aut contrariè agit.

In viciniis Syzygiæ minuitur Lunæ gravitas, & linea FQ, quæ diminutionis hujus proportionem sequitur, minuitur recedendo à Syzygiâ, donec evanescat ad distantiam ab

hac 54. gr. 44'.; ad majorem Lunæ à Syzygiâ distantiam Q inter F & T cadit, & ex Solis actione gravitas Lunæ in Tellurem augetur.

Vis per FP in Syzygiâ L nulla est; recedendo ab hac augetur ad octantem usque, punctum medium inter Syzygiam & Quadraturam; minuitur iterum, donec in B etiam nulla sit.

1937. Inter B & *l*, aut *l* & A, Motus perturbantes eodem modo determinantur, ac in parte oppositâ inferiori ALB Orbitæ; in E & F æqualis est gravitatis diminutio, & in illo situ æquali vi in Orbitâ Syzygiam *l* versùs trahitur, quâ in F Syzygiam L versùs pellitur.

1938. Ex hisce sequitur, *in Motu Lunæ à Syzygiâ ad Quadraturam*, inter L & B, ut & *l* & A, *gravitatem Lunæ in Tellurem continuò augeri, & Lunam in Motu continuò retardari.*

1939. *In Motu* autem *à Quadraturâ ad Syzygiam*, inter B & *l*, ut & A & L, *minuitur omnibus momentis Lunæ gravitas, & hujus Motus in Orbitâ acceleratur.*

Determinantur vires, à quibus effectus hi pendent, conferendo has cum vi notâ, quâ gravitas in Quadraturis augetur (1925.), & quæ per Lunæ distantiam à centro Telluris repræsentatur.

1940. Lineæ MI, HF, ST, ex constructione sunt æquales; ideò, cùm puncta I & N confundantur, MN valet ST, & MS æqualis est NT. Lineæ MF & ST repræsentant vires, quibus Luna in F & Tellus in T Solem

lem S versùs feruntur; sunt ergo ut quadratum lineæ TS ad quadratum lineæ FS (1813.); quare, cùm FG sit differentia harum linearum, differunt inter se FM & TS duplâ GF (1927.), & addendo GF lineæ FM, differentia inter GM & TS, id est MS, erit tripla lineæ FG; quantum ergo etiam valet NT: FE autem est dupla FG (1935.); ideò NT ad FE ut tria ad duo.

Continuetur FT, si necesse fuerit, & ad hanc, ex E, ducatur perpendicularis EV; Triangula EVF, & NQT, rectangula, erunt similia, propter angulos alternos VFE & QTN (1935. 29. El. 1.): Idcircò NT ad FE, id est, tria ad duo, ut NQ æqualis FP, ad EV; quæ ergo proportionalis est duabus tertiis partibus vis, quæ exprimitur per FP; sed EV est sinus anguli ETV ad centrum, dupli anguli EFV ad circumferentiam (20. El. III.), æqualis angulo FTL, distantiæ Lunæ à Syzygiâ. Idcircò, *ut Radius* TA, aut TE, *ad sesqui-sinum duplæ distantiæ Lunæ à Syzygiâ*, nempe ad FP, *ita augmentum gravitatis in Quadraturis*, quod Radio TA designatur, *ad vim, quæ Motum Lunæ in Orbitâ accelerat aut retardat*. 1941.

Computatio diminutionis gravitatis, &, in minori distantiâ à Quadraturis, hujus augmenti, ex iisdem principiis deducitur.

Repræsentatur hæc diminutio lineâ FQ, quæ valet QT, dempto Radio; sed, ex consideratione triangulorum memoratorum, sesqui VF, valet QT; ideò sesqui VT, addito dimidio Radio, designat diminutionem 1942.

gra-

1943. gravitatis quæsitam; & *Radius est ad summam aut differentiam sesqui-cosinûs duplæ distantiæ Lunæ a Syzygiâ & dimidii Radii, ut augmentum gravitatis in Quadraturis ad diminutionem, aut augmentum gravitatis in situ Lunæ, de quo computatio initur.*

Differentiâ inter co-sinum & dimidium Radium utimur, quando angulus, cujus est co-sinus, angulum rectum superat: quia in hoc casu utimur co-sinu complementi anguli ad duos angulos rectos; quando in hoc eodem casu sesqui-cosinus, quo utimur, semi-radium superat, quantitas detecta est addititia, id est, gravitatem auget, quod ubique inter Quadraturam & 35. gr. 16'. ab hac obtinet.

1944. *Vires hæ, quæcunque fuerit Orbitæ lunaris figura, exactè determinantur*; nam conferuntur cum augmento gravitatis in Quadraturis, positâ Lunâ in quadraturâ ad eandem distantiam à Tellure, ad quam reverà datur in loco, de quo agitur; augmentum verò hoc in omni casu detegitur. (1925. 1923. 1921.)

Licèt extra scopum hujus Operis sit, computum Motûs Lunæ tradere, necesse duxi breviter exponere, qua methodo vires, quibus Luna regitur, detegantur; quia eo faciliùs effectum generalem virium concipimus, quo exactiùs ipsas novimus.

1945. Ut nunc Motum Lunæ examinemus, singulatim hujus variæ Irregularitates perpendendæ sunt; quod ut sine confusione fiat, plerasque in initio hujus examinis removemus Irregularitates, & concipimus Lunam in circulo motam circa Tellurem, in quâ curvâ re-

retineri posse ex gravitate constat (330. 1813.). Concipimus quoque, Orbitam Lunæ in plano Eclipticæ dari.

Ex actione Solis turbatur hic Motus, & *Orbita magis convexa est in Quadraturis, quàm in Syzygiis*. Nam curvæ, a Corpore vi centrali descriptæ, convexitas eo major est, quo vis centralis majori cum vi Corpus omnibus momentis ex viâ detorquet; etiam eo major est, quo Corpus lentiùs movetur, quia vis centralis diutius agens majorem edit effectum in inflectendâ Corporis viâ. Ex causis contrariis minuitur convexitas curvæ. Ambæ concurrunt in augendâ Orbitæ convexitate in Quadraturis (1938.), & hac minuendâ in Syzygiis (1939.). 1946.

Ex his sequitur, circularem Orbitæ lunaris figuram in ovalem mutari, cujus major axis per Quadraturas transit, ut partes magis convexæ in Quadraturis dentur. Quare *Luna minus à Tellure in Syzygiis, magis in Quadraturis, distat*; & non mirum Lunam ad Tellurem in Syzygiis accedere, licèt gravitas hujus minuatur; quia accessus non est effectus immediatus hujus diminutionis, sed inflexionis Orbitæ Quadraturas versùs. 1947.

Motus Lunæ, sublatâ Solis actione, non est in circulo, sed Ellipsi, cujus Focorum alter cum Telluris centro coincidit (1560. 320. 1813.); nam Orbita Lunæ est excentrica, & vi gravitatis in hac retinetur.

Demonstrata ergo non exactè ad Motum Lunæ applicari possunt; cùm autem vires, quæ deviationes explicatas generant, in Lu-

1948. nam reverâ agant, Ellipsis, quam Luna sublato Sole describeret, mutatur, &, *cæteris paribus*, *Propositiones n.* 1946. 1947. *ad Lunæ Motum applicari possunt.* Id est, Ellipseos (quam Luna sublato Sole describeret, in quocunque situ respectu Solis detur,) figura, posito Sole, mutatur paululum; partes, quæ in Quadraturis dantur, convexiores fiunt, contra, quæ per Syzygias transeunt, ex convexitate amittunt; unde etiam variationes in distantiis necessariò sequuntur.

1949. *In Quadraturis & Syzygiis*, vis perturbans cum vi gravitatis Tellurem versùs, in eâdem lineâ agit (1920. 1926. 1929.); ideòque vis, quæ continuò in Lunam agit, & hanc in Orbitâ retinet, ad centrum Telluris dirigitur, & *Luna describit areas, lineis ad* hoc *centrum ductis, Temporibus proportionales* (302.).

1950. TAB. XVIII fig. 1. *In aliis Orbitæ punctis*, ut F, præter vim, quæ in lineâ FT agit, datur & alia, cujus directio ad FT est perpendicularis (1936.), quæ hìc per FP repræsentatur: directio vis ex ambabus composita dirigitur paululum ad latus lineæ FT, & non tendit ad Telluris centrum (162.); quare *areæ, lineis ad centrum Telluris ductis, non sunt exactè Temporibus proportionales* (303.). In Octantibus FP est omnium maxima; & vis, quæ per hanc lineam repræsentatur, est ad gravitatem Lunæ Tellurem versùs, in hoc puncto, in mediis Lunæ & Solis distantiis, ut 1. ad 119, 15 (1941.); quare directio vis compositæ, ex actionibus Solis & Telluris in Lunam, cum lineâ FT efficit angulum circiter semi-gradûs.

Va-

Variis Irregularitatibus aliis subjicitur Motus Lunæ, ita ut curvam omninò irregularem describat; quam ut computationibus, quantum fieri potest exactissimis, subjiciant, ad *Ellipsin* reducunt *Astronomi*, quam *variis Motibus agitatam, etiam mutabilem, concipiunt, ne Luna hanc deserat*. 1951.

Circa vires centrales notavimus, Corpus non describere Ellipsin, si vis centralis, quâ in Orbitâ retinetur, in aliâ ratione decrescat, quàm in ratione inversâ quadrati distantiæ; curvam tamen sæpe posse reduci ad Ellipsin mobilem (324.), quæ circa Focum rotatur, & cujus Motus aliquando eandem partem versùs, cum Motu Corporis (325.), aliquando in contrariam partem fertur (326.).

Ex hisce sequitur, Lunæ Orbitam ad ellipticam referri non posse, nisi quatuor Motibus singulis revolutionibus hanc agitatam concipiamus; id est, nisi linea Apsidum, (id est, major Axis Ellipseos) quæ per centrum Telluris transit, bis progrediatur, & bis regrediatur.

Progrediuntur Apsides Lunâ in Syzygiis versante (325. 1933.), aut potius in Motu Lunæ inter puncta à Syzygiis 54. gr. 44'. distantia (1943.). *In Quadraturis*, & inter puncta ab his distantia 35. gr. 16'., *Apsides regrediuntur*, id est, in antecedentiâ moventur (326. 1934. 1943.). 1952. 1953.

Vires, à quibus *Progressus* & Regressus *Apsidum* pendent, sunt vires Motum Lunæ turbantes, antea explicatæ; ideò, cùm vis turbans in Syzygiis sit dupla vis turbantis in 1954.

Qua-

Quadraturis (1931.), Progressus, qui etiam per majorem arcum locum habet, (1952. 1953.) *integrâ consideratâ Lunæ revolutione, Regressum superat, cæteris paribus.*

In circulo, cujus centrum in centro virium datur, diminutio vis, in recessu à centro, nullum edit effectum, quia non à centro recedit Corpus; Idcircò effectus diminutionis hujus est eo major, quo cum tali circulo magis differt curva, quam Corpus describit.

In Orbitâ ellipticâ, cujus Focorum alter
1955. cum virium centro coincidit, curvatura *in Apsidibus* omnium maximè à tali circulo differt, & *effectus diminutionis vis in recessu à virium centro, est omnium maximus.*

1956. *Si Orbita* hæc *parum fuerit excentrica, in extremitatibus axeos minoris* parum admodum curvatura circuli memorati differt à curvaturâ Ellipsis respectu Foci, & *diminutionis effectus est omnium minimus.*

1957. *Progressus, & Regressus Apsidum* pendent à proportione, juxta quam decrescit vis gravitatis recedendo à Telluris centro (325. 326.); *est* ideò *effectus diminutionis vis centralis.*

Varias subit mutationes explicatus Apsi-
1958. dum Motus; *omnium celerrimè progrediuntur Apsides in Lunæ revolutione, positâ Apsidum Lineâ in Syzygiis* (1952. 1957. 1955.); & *in hoc ipso casu omnium lentissimè* in eâdem revolutione *remeant* (1953. 1957. 1956.); quia, propter exiguam Lunæ Excentricitatem, parum ab extremitatibus axeos minoris Orbitæ distant Quadraturæ.

Po-

Positâ lineâ Apsidum in Quadraturis, omnium minimè in Syzygiis in consequentiâ feruntur Apsides (1952. 1957. 1956.); *celerrimè autem redeunt in Quadraturis* (1953. 1957. 1955.); *&, in hoc casu, in integrâ Lunæ revolutione Regressus Progressum superat.* 1959.

Dum Tellus in Orbitâ transfertur, linea Apsidum successivè omnes acquirit situs respectu Solis; quare, *plurimis revolutionibus Lunæ simul consideratis, progrediuntur Apsides* (1954.), & ex Observationibus constat, in spatio circiter octo annorum lineam Apsidum integram peragere revolutionem. 1960.

Orbitæ Excentricitatem etiam inconstantem esse diximus.

Augetur Corporis Excentricitas, si vis centralis, continuâ diminutione, *celeriùs quàm antè decrescat*; tunc enim, dum Corpus ab Apside imâ ad Apsidem summam transfertur, omnibus momentis minus trahitur, quàm si vis minus decresceret; quare magis recedit; augetur etiam eadem Orbitæ Excentricitas, in eodem casu, in Motu ab Apside summâ ad imam, quia in hoc casu, accessu ad centrum, celeriùs crescit vis; ita ut in utroque casu differentia inter maximam & minimam distantiam à centro virium major fiat, ideòque Excentricitas augeatur. Simili ratiocinio patet *Excentricitatem minui, quando vis centralis lentiùs decrescit, quàm ante, in recessu à centro.* 1961. 1962.

Hisce ad Motum Lunæ applicatis, patet, *Orbitæ Excentricitatem, singulis revolutionibus, varias subire mutationes*; augeri dum Luna per Syzygias transit (1933. 1961.), minui dum in Qua- 1963.

Quadraturis versatur (1924. 1962.). *Est verò Excentricitas omnium maxima, positâ lineâ Apsidum in Syzygiis*; quia in integrâ revolutione, causa quæ auget Excentricitatem est omnium maxima, & quæ hanc minuit omnium minima; in Apsidibus collatis, celeriùs decrescit vis centralis, quàm pro ratione inversâ quadrati distantiæ (1933.), unde augmentum hoc sequitur (1961.), quod in hoc situ prævalet (1955.): *Orbita* verò *omnium minime est excentrica, versante lineâ Apsidum in Quadraturis*, prævalente diminutione Excentricitatis (1924. 1962.).

Lunam diximus moveri in plano ad Eclipticæ planum inclinato; lineam Nodorum rotari in antecedentiâ (1563.), & inconstantem esse Orbitæ Inclinationem (1562.); effectus hi ex actione Solis in Lunam, etiam deducuntur.

Propter exiguam Orbitæ lunaris inclinationem, vires, quas huc usque in plano Eclipticæ agentes, non attendendo ad Orbitæ Inclinationem, consideravimus, sine sensibili errore ad Orbitæ planum referuntur, & Luna, in hoc, Motibus ante explicatis subjici-
1964. tur: Sed *datur vis, quæ Lunam ex plano Orbitæ removet*; ita ut hoc planum agitatum concipere debeamus, ne Luna Orbitam deserat. (1951.)

1965. TAB. XVIII fig. 1. Sit Luna in F; attendendo ad illa, quæ de actione Solis superiùs dicta sunt (1934.), liquet planum parallelogrammi FHMI per lineam TS transire, quæ centra Solis & Telluris jungit, & quæ ideò in plano Eclipticæ da-

datur; ita ut punctum N, ad quod dirigitur vis FN turbans ex actione Solis, in hoc plano detur.

Repræsentetur hæc eadem vis per FI; in F ad Orbitæ planum detur perpendicularis FR, & concipiatur parallelogrammum FRI*i*, cujus latus F*i* in plano Orbitæ detur, & cujus diagonalis sit FI; vis turbans per FI resolvitur in duas, per FR & F*i*, quas hæ Lineæ repræsentant (179.), & quarum hæc in plano Orbitæ agit: ita ut ad hanc debeamus referre, quæ spectant vim turbantem, de quâ in n. 1934. egimus; lineæ enim F*i* & FI vix differunt, & planum parallelogrammi FRI*i* ad planum Orbitæ lunaris est perpendiculare. 1966. TAB. XVIII. fig. 4.

1967. Determinanda est linea FR, quæ repræsentat vim, quæ ad planum Orbitæ perpendiculariter agit, & Lunam ex hoc plano removet; ratio autem lineæ FR, aut I*i*, ad Radium ET, est ratio vis turbantis, de quâ hic agitur, ad augmentum gravitatis in Quadraturis (1919.).

1968. In casu hujus figuræ, in quâ lineâ Nodorum N*n* in Quadraturis versatur, detegitur FR; quia IT (quæ est NT fig. 3.) datur (1940.), & quia IT ad I*i*, aut FR, ut Radius ad sinum Inclinationis Orbitæ.

1969. Sed in omni casu determinanda est vis, quæ Lunam ex plano pellit; ponamus ideò lineam Nodorum translatam ad situm M*m*, quo, cæteris manentibus, mutatur I*i*. Ad *m*M, continuatam, si necesse fuerit, dentur perpendiculares *i*X & IX, quæ angulum efficiunt æqualem Inclinationi plani Orbitæ.

1970. Ratio inter ET & I*i*, id eſt *ratio inter augmentum gravitatis in Quadraturis & vim*, quàm quærimus, *quæ Lunam ex plano Orbitæ removet*, eſt compoſita ex rationibus lineæ ET ad TI, lineæ TI ad IX, & tandem lineæ IX ad I*i*. Prima eſt ratio inter Radium & ſinum diſtantiæ Lunæ à Quadraturâ triplicatum (1940.); ſecunda eſt ratio Radii ad ſinum anguli ITX, id eſt, diſtantiæ Nodi à Syzygiâ; tertia tandem eſt ratio Radii ad ſinum Inclinationis Orbitæ: & ratio ex his compoſita, *eſt ratio cubi Radii ad ter productum ſinuum diſtantiarum Lunæ à Quadraturâ, & Nodi à Syzygiâ, ut & Inclinationis plani*. Ad hanc vim etiam referendus n. 1944.

1971. *Vis hæc in Quadraturis nulla eſt*, quia punctum I cum puncto T, centro Telluris, coincidit, & evaneſcit linea I*i*, lineis FI & F*i* concurrentibus in plano Orbitæ; quod etiam ex computatione memoratâ (1970.) ſequitur, evaneſcente ſinu diſtantiæ Lunæ à Quadraturâ, ideòque toto producto, quod per ſinum hunc multiplicatur.

1972. *Evaneſcit* idem hoc productum, & cum hoc *vis*, quam repræſentat, evaneſcente ſinu diſtantiæ Nodi à Syzygiâ, id eſt, *poſitâ lineâ Nodorum in Syzygiis*; etiam hoc ex eo deducitur, quod linea Nodorum N*n* continuata per Solem tranſit; quare Sol in ipſo plano Orbitæ datur; ideòque Lunam, niſi in hoc plano, trahere non poteſt.

1973. *Vis* etiam, *quam examinamus, augetur in acceſſu Lunæ ad Syzygiam, & in receſſu Nodi ab hac*. (1970.)

Sit

Sit P*p* planum Eclipticæ; P A Orbita Lunæ; ubi Luna ad A pervenit, id est, paululum à Nodo recessit, ex plano Orbitæ removetur, & in secundo momento non per A B, continuationem Orbitæ P A, sed per A *b* fertur; quia per B *b* ad planum Eclipticæ accedit; itaque movetur, quasi ex Nodo magis distante *p* procederet. Unde patet *Nodos regredi, dum Luna in Orbitâ movetur*, quamdiu à Nodo recedit: etiam remeant Nodi in accessu Lunæ ad Nodum oppositum; quia cùm Luna continuò ex Orbitâ planum Eclipticæ versùs pellatur, continuò ad punctum minus distans dirigitur, & citiùs ad Nodum pervenit, quàm si, tali Motu non agitata, eâdem celeritate in Motu continuasset. 1974. TAB. XVIII fig. 5. 1975.

Integram considerando Lunæ revolutionem, cæteris paribus, celerrimè in antecedentiâ moventur Nodi, versante Lunâ in Syzygiis (1973.); *deinde lentiùs atque lentiùs, donec quiescant, versante Lunâ in Quadraturis* (1971.). 1976.

Dum Tellus circa Solem rotatur, etiam non attendendo ad Motum statim memoratum Nodorum, *linea Nodorum* successivè omnes situs possibiles acquirit, respectu Solis: &, *singulis annis, bis per Syzygias, bis per Quadraturas transit*. 1977.

Si nunc *plurimas consideremus Lunæ revolutiones, Nodi in integrâ revolutione celerrimè remeant versantibus Nodis in Quadraturis* (1973.); *dein lentiùs, donec quiescant, positâ lineâ Nodorum in Syzygiis* (1972.). 1978.

Hac eâdem vi, quâ Nodi moventur, mutatur etiam *Orbitæ Inclinatio*; *augetur in re-* 1979.

cessu Lunæ à Nodo; minuitur in accessu ad Nodum.

1980. Angulus enim *b p* L, minor est angulo A P L, & eâdem de causa continuò minuitur, & Inclinatio major fit; ubi autem Luna ad maximam distantiam à plano Eclipticæ pervenit, & ad Nodum oppositum accedit, continuò directio motûs Lunæ planum Eclipticæ versùs inflectitur, & minus ad hoc inclinatur, quàm si in Orbitâ Motum continuaret: sit N n *n* planum Eclipticæ, curva N *n* Orbita Lunæ; vi quâ Luna continuò ex hac removetur, mutatur Lunæ via, & percurrit curvam N n, quæ magis ad N n *n* in N inclinatur, quam in n, ita ut plani Orbitæ Inclinationem bis mutatam concipere debeamus (1964.), dum à Nodo ad Nodum movetur

1981. Luna: ideòque quater *in singulis Lunæ revolutionibus; bis minuitur, bis iterum augetur.*

1982. *Positis Nodis* N, *n*, *in Quadraturis*, vires

TAB. XVIII fig. 4. quæ *in unicâ revolutione* augent Inclinationem, & hanc minuunt, sunt æquales inter se; nam propter æqualem distantiam utriusque Nodi à Syzygiis, vires Inclinationem mutantes in N D & *n* E sunt æquales viribus, in punctis respondentibus, in D *n* & E N (1970.); illis *Inclinatio* augetur, his minuitur (1979.): diminutio anguli Inclinationis ex primis, secundarum actione instauratur, & hic *non mutatur*. In Motu memorato (1977.) lineæ Nodorum respectu Solis, qui a situ parallelo lineæ hujus pendet, Nodus N ad Syzygiam E fertur. Ubi ex. gr. linea Nodorum pervenit ad situm M *m*, Luna in recessu à Nodis

dis transit per Quadraturas N, *n*, in quibus vis, quæ inclinationem mutat, nulla est (1971.), & in quorum viciniis omnium est minima (1970.): in accessu autem ad Nodos ubique Luna à Quadraturis distat, & vis major in hanc agit (1970.); ideòque *integram considerando revolutionem*, augmentum anguli Inclinationis superat hujus diminutionem (1979.); id est, au- 1983.
getur ille angulus, aut quod idem est *minuitur Inclinatio*; quod ubique obtinet *in Motu Nodorum à Quadraturis ad Syzygias*.

Ubi ad Syzygias pervenere Nodi, Inclinatio 1984.
plani Orbitæ est omnium minima; nam *in Motu* 1985.
Nodorum à Syzygiis ad Quadraturas, magis ac magis continuò inclinatur Orbitæ planum; in hoc enim casu in accessu ad Nodum per Quadraturas transit Luna, in recessu ab his distat à Quadraturis, & *in integrâ Lunæ revolutione*, vis, quæ Inclinationem auget, superat illam, quæ hanc minuit (1971. 1979.); idcircò *auge-* 1986.
tur Inclinatio, & *est omnium maxima versantibus Nodis in Quadraturis*, ubi terminatur diminutio anguli à plano Orbitæ cum plano Eclipticæ effecti (1982.).

Omnes, quos explicavimus, *errores in Motu* 1987.
Lunæ paululum majores sunt in Conjunctione quàm in Oppositione (1930.).

Determinantur *vires omnes perturbantes*, de- 1988.
tegendo harum rationem ad augmentum gravitatis in Quadraturis (1941. 1943. 1970.); quare omnes easdem mutationes subeunt cum hoc augmento, id est, *sunt inversè, ut cubus distantiæ Solis à Tellure* (1923.); *qua manente, sunt ut distantia Lunæ à Tellure* (1921.). *Omnes vires* 1989.

perturbantes simul considerando, prævalet gravitatis diminutio (1931.); quod ex progressu Apsidum (1563. 1960.) immediatè sequitur; nam ex hoc patet, plurimis simul consideratis revolutionibus, effectum diminutionis gravitatis superare effectum augmenti (324. 325.).

1990. Ergo *Motu Lunæ generaliter considerato, minuitur gravitas Lunæ in Tellurem accessu Solis* (1989. 1988.); ideòque, cùm minus à Tellure trahatur, ab hac magis recedit, quàm recederet, si talis gravitatis diminutio non daretur; augetur ergo in hoc casu Lunæ distan-
1991. tia, etiam *Tempus periodicum* (301.); & Tempus hoc *maximum est, ut & distantia Lunæ, cæteris paribus, maxima, versante Tellure in Perihelio* (1529.), quia omnium minimè à Sole distat.

CAPUT XVII.

De Planetarum Figuris.

SI ad Planetarum Figuras attendamus, talibus illos præditos detegimus, quæ ex ipsis, quibus Systema regitur, Legibus sequuntur; ordini mirabili, quem ubique observamus, admodum congruum est, nullas in Planetas
1992. agere vires ad hos destruendos; id est, *illam esse Planetæ, sive primarii, sive secundarii, Figuram, quam acquireret, si totus ex materiâ fluidâ constaret*; quod cum Phænomenis congruit.

1993. Unde sequitur *Planetas omnes primarios, & se-*

secundarios, *esse sphæricos*; constant enim ex materiâ, cujus particulæ in se mutuò graves sunt (1811. 1812.); ex qua mutuâ attractione Figura sphærica generatur, eodem modo ac gutta fit sphærica ex aliâ partium attractione (42.).

Figura hæc sphærica Planetarum ex Motu circa Solem, aut Secundariorum circa Primarios, non mutatur; quia singulæ particulæ eodem Motu feruntur: Motu autem circa axem mutationem Figura subit, eo majorem, quo Motus hic celerior est. Vi enim centrifugâ *Corpora leviora fiunt sub Æquatore*; quare, ut in Scholiis Elem. demonstramus, altior ubique est *Planeta* sub Æquatore, quàm sub Polis, & *acquirit ex Motu circa axem, Figuram Sphæroidis depressi in Polis*; altitudo enim continuò minuitur, accedendo ad Polum; quia vis centrifuga minuitur, propter imminutam distantiam ab axe (310.). 1994. 1995. 1996.

Si demonstrata cum Phænomenis conferantur, patebit, quare omnia Corpora sint sphærica in Systemate nostro (1518.); hanc tamen Figuram non esse exactam, & Motibus circa axes paululum mutari (1996.), licèt in plerisque hoc non percipiatur, ex Observationibus Jovis & Telluris poterit deduci. *Jovis axem breviorem esse diametro Æquatoris, observarunt Astronomi*; hic, licèt omnium Planetarum sit maximus, omnium celerrimè circa axem rotatur (1555.), ideòque differentia hæc observari potest. 1997.

Quantum sub Æquatore attollatur Tellus, *à nobis determinatur* (2005.), quamvis hoc for- 1998.

te aliorum Planetarum incolis, si dentur, non magis sit sensibile, quàm nobis depressio Polorum Martis, quam non percipimus.

1999. Ponamus Tellurem fluidam, memoratam sphæroidem acquiret figuram (1996.); Si constet ex materiâ heterogeneâ, & partes magis densæ sint, recedendo à centro, ad easdem verò distantias ab hoc ubique æquè densæ, æquilibrium non dabitur, nisi magis deprimatur sub Polo Tellus, quàm si homogenea esset, ut in Scholiis Elem. demonstramus.

2000. Si nunc concipiamus, partes centrum versùs cohærere, non eo situs aliarum mutari potest, neque mutabitur, si in quibusdam locis partes ad superficiem usque cohæreant inter se, ut hoc reverâ locum habet. Ergo Maris superficies acquisivit Figuram ad Polos depressam. Cùm verò parum tantùm ubique littora supra Maris superficiem attollantur, continentem Terram eandem sequi Figuram cum ipso Mari extra dubium est.

Quæ autem ipsam Figuram spectant, tantùm ex immediatis mensuris & Observationibus determinari possunt, ut videmus in Scholiis Elem. in quibus demonstrantur illa quæ nunc dicam.

2001. Sit *e*PE dimidium sectionis Telluris per TAB.XVIII fig. 6. Meridianum; C centrum; P Polus; E*e* Diameter Æquatoris.

2002. Diameter hæc Æquatoris continet Perticas Rhenolandicas 3399474.

2003. Axis Telluris $=$ 3380406.

2004. Ergo Diameter media $=$ 3389940.

Æqua-

Æquator attollitur Perticis 9534. 2005.

Inter axem & diametrum Æquatoris ratio 2006.
datur, quæ inter 177, 1. & 178, 1.

Superficies Maris necessariò ita sese con- 2007.
stituit, ut perpendicularis sit ad directionem
gravium (527.); & tangens IF, quæ in
puncto I cum ipsâ hac superficie congruit,
planum Horizontis determinat (1690.). Per-
pendicularem autem ad tangentem, quæ *di-* 2008.
rectionem gravium exhibet, ut IB, *non ubi-*
que ad centrum Telluris tendere posse clarum
est. *Hæc tamen linea Altitudinem Poli deter-* 2009.
minat; est enim Altitudo hæc æqualis angulo,
quem IF efficit cum PC (1725.), aut ID,
quam axi parallelam ponimus, id est, per-
pendicularem ad *e*E; Angulus hic est DIF,
cui æqualis IBD.

Si, ductâ ad superficiem in *i* perpendicula- 2010.
ri *ib*, angulus *ib*D superet angulum IBD
uno gradu, puncta I & *i* uno gradu quoque
latitudine differunt, & arcus I*i* est unius
gradûs in Meridiano. Si concipiamus inte- 2011.
grum arcum PIE ita divisum in nonaginta
gradus, *non* erunt hi *æquales inter se*; nam o-
mnis figura ovalis maximè convexa est in ex-
tremitatibus axeos majoris, omnium minimè
in extremitatibus axeos minoris; unde sequi-
tur, concursum linearum IB, *ib*, id est
punctum A, magis à superficie removeri,
quo magis I ad Polum accedit; est enim A
centrum circuli, qui cum Arcu I*i* coincidit,
& eo major est Radius circuli, quo superfi-
cies est minus curva; crescente verò IA,
augetur arcus I*i*; *Augentur* ergo *gradus ac-* 2012.
ce-

cedendo ad Polum, & gradus ad Polum est omnium maximus, & ad Æquatorem omnium minimus.

2013. Gradus maximus continet Pert. Rhen. 29833, 4. & minimus est Perticarum 29334, 15.

2014. Ergo gradus medius est 29583, 77. Pert. Hic vix differt ab eo cujus puncti medii Latitudo est 45. gr.

2015. Inter gradum maximum & minimum datur ratio, quæ habetur inter 59, 75. & 58, 75. ; proximè ut 60. ad 59.

2016. Gravitas quoque in diversis Latitudinibus differt, minima est sub Æquatore (1995), & maxima sub Polo, gravitatesque hæ sunt inter se ut 201, 5. ad 202. 5.

2017. Longitudo penduli, quod vibrationes singulas in uno minuto secundo peragit Parisiis, exactissimè fuit mensurata à viro Celebri Dno. de Mairan, est linearum pedis Regii Gallici 440, 57. Altitudo Poli est 48. gr. 50′.

2018. Cum pendulo in Laponiam translato ad Latitudinem 66. gr. 48′. Observationes fuere institutæ, quibus constitit hoc peregisse vibrationes 86217, 5. eo tempore quo Parisiis tantùm peregit 86158, 4., undè patuit gravitates in hisce locis esse inter se ut 729, 6. ad 728, 6. (231.); quomodo ex hac determinatione gravitates ubique Terrarum conferantur, in Scholiis Elem. videmus; & sunt hæ inter se ut longitudines pendulorum æqualibus temporibus vibrationes peragentium: (230.)

2019. Longitudo penduli, quod singulis minutis secundis vibrationem peragit, est sub Æquatore

tore 455, 14. lin. pedis Rhen.; Parisiis 456, 42. lin. ejusdem pedis; ad Latitudinem 66. gr. 48'. in vico Laponiæ Pello 457, 08. lin. earundem; & tandem sub Polo lin. 457, 40.

Si Corpora liberè cadant, Spatium in 1". percursum detegitur (220. 190.). Estque in quatuor indicatis Locis, si utamur mensurâ Rhenol., pedum 15, 597.; 15, 641.; 15, 603.; 15, 674. 2020.

Gravitate mediâ, quæ æqualiter cum maximâ & minimâ differt, Corpus cadendo percurrit in 1". pedes 15, 635. Quomodo autem gravitas media determinetur, quando agitur de hac conferendâ cum gravitate, quâ Corpus ultra Atmosphæram remotum Tellurem petit, supra vidimus. (1834.) 2021.

CAPUT XVIII.

Motus Axeos Telluris Explicatio Physica.

LUnæ Nodos regredi, id est, in antecedentiâ moveri (1975.), & Orbitæ inclinationem mutationibus esse obnoxiam (1981.), demonstravimus. Concipiamus varias dari Lunas, ad eandem distantiam, æqualibus temporibus, circa Tellurem revolutas, in plano ad planum Eclipticæ inclinato; singulas iisdem Motibus agitari clarum est: concipiamus numerum Lunarum augeri, ita ut sese mutuò tangant, & Annulum, cujus partes cohærent, efficiant; dum Annuli pars una trahitur, ut inclinationem au-

geat,

geat, pars altera Motu contrario agitatur; ad inclinationem minuendam (1979.); vis
2022. major in hoc casu prævalet, id est, *in Motu lineæ Nodorum à Quadraturis ad Syzygias Annuli inclinatio minuitur in singulis bujus revolutionibus* (1983.); *& est omnium minima, versante lineâ Nodorum in Syzygiis* (1984.).
2023. Contra, *augetur inclinatio, dum linea Nodorum ex Syzygiis ad Quadraturas transfertur* (1985.); *& est omnium maxima, positâ lineâ*
2024. *Nodorum in bis* (1986.). *Linea Nodorum continuo in antecedentiâ transfertur, nisi in Syzygiis ubo quiescit*. (1975. 1978.)

2025. *Si quantitas Materiæ in Annulo minuatur, non mutantur bujus Motus*; quia à gravitate pendent, quæ æqualiter in singulas materiæ particulas agit. (1812.)

2026. *Si Annuli diameter minuatur*, in ratione hujus diminutionis minuuntur Motus (1988.), sed nullus evanescit; & *iisdem Motibus, sed minoribus, agitatur Annulus*.

2027. Concipiamus nunc Tellurem sphæricam; & in plano Æquatoris, cum plano Eclipticæ efficiente angulum 23. gr. 29'., Annulum dari, in eodem tempore cum Tellure revolutum; minuatur hic ita, ut Tellurem tangat, & cum hac cohæreat; hisce Annuli Motus memorati non tolluntur; nam cùm Tellus nullâ vi in determinato situ retineatur, cedit impressionibus Annuli; cujus agitationes tamen minuuntur, ex auctâ materiâ movendâ, dum vis motrix eadem manet.

Casus hic revera exstat, nam Telluris Figura est sphærica, Annulo in Æquatore circum-

cumdata; nam hujus diameter Axem ſuperat (1996.). Hujus Annuli linea Nodorum eſt ſectio planorum Æquatoris & Eclipticæ. Unde ſequentes deducimus concluſiones.

In Æquinoctiis inclinatio Æquatoris *eſt o-* 2028.
mnium minima (2022.); ideòque *Axeos inclinatio omnium maxima*; nam hic cum plano Æquatoris Angulum rectum efficit (1668.). Poſtea augetur inclinatio Æquatoris, id eſt, *minuitur Axeos inclinatio, donec Sol in Solſti-* 2029.
tiis detur, ubi hæc eſt omnium minima, illa omnium maxima. (2023.)

Idcircò *bis in Anno minuitur Telluris Axe-* 2030.
os inclinatio, bis inſtauratur. Et *ſectio plani* 2031.
Æquatoris cum plano Eclipticæ, quæ *in Æquinoctiis quieſcit, per reliquum Tempus in antecedentiâ movetur*. (2024.)

Ad planum Orbitæ Lunaris etiam inclina- 2032.
tur planum Æquatoris; nam exiguum angulum illud cum plano Eclipticæ efficit (1562.); ideò eodem modo in Annulum agit Luna, quàm Sol; & licèt illa minor ſit, quia Sole multo minus diſtat, in Annulum majorem exſerit actionem. Quare etiam *ex* 2033.
actione Lunæ, bis in ſingulis bujus revolutionibus mutatur, & bis inſtauratur Axeos Telluris inclinatio ad planum Orbitæ Lunæ (2030.); ideòque *ad planum Eclipticæ: & in antecedentiâ fertur ſectio plani Æquatoris* cum plano Orbitæ (2031.); ex quo Motu tranſlatio ſectionis illius plani *cum plano Eclipticæ* neceſſariò ſequitur.

Mutationes inclinationis Axeos nimium ſunt 2034.
exiguæ, ut obſerventur: Tranſlatio autem *li-* 2035.
neæ

neæ Æquinoctiorum, & Motus Axeos, qui ex hac sequitur, cùm semper eandem partem versùs dirigantur, *tandem sensibiles sunt*; & ex his Phænomena antea explicata (1786. 1787.) sequuntur.

CAPUT XIX.

De Æstu Maris.

CUm Maris Æstus ab actionibus ante memoratis Solis & Lunæ pendeat, non in hisce prætermitti debet. Ut autem Æstum hunc ex principiis traditis explicemus, in memoriam revocare debemus, Tellurem, ut & etiam omnia Corpora in hujus superficie, in Lunam gravitare (1811.); ideò particulæ aqueæ in hac superficie, quæ ad centrum Telluris, aut ad hujus viciniam (2008.) tendunt, Lunam versùs quoque feruntur. Cùm etiam solida Telluris Massa ad Lunam feratur, juxta Leges, quæ locum haberent, si omnis Materia, ex quâ constat, in centro coacta daretur (1835.); poterunt *demon-*
2036. *strata in Capite* XVI. *de actione Solis in Lunam*, Tellurem versùs cadentem, dum cum hac Solem petit, *applicari ad actionem Lunæ in particulas aqueas in Telluris superficie*, cum Telluris massâ non cohærentes, sed hujus centrum versùs tendentes, & cum hujus Massâ, etiam Lunam versùs continuò cadentes; quâ vi, ut vidimus (1912.), Tellus retinetur in Orbitâ, circa commune gravitatis centrum hujus & Lunæ.

Sit S Luna; ALB*l* superficies Telluris, 2037.
cujus massa ad Lunam tendit, quasi tota in TAB. XVIII fig. 1.
T esset coacta; ex actione Lunæ particulæ
A & B aqueæ T versùs majorem acquirunt
gravitatem (1920.); contra particulæ in L,
l, ex gravitate amittunt (1926.). Unde deducimus, si tota Tellus aquâ obtegatur, æquilibrium non dari, nisi magis attollatur Aqua in punctis L & *l*, quàm in toto circulo ab his punctis 90. gr. distanti, & ideò per puncta A & B transeunti. Idcircò, *actione Lunæ, Aqua adipiscitur figuram Sphæroidis, formatam ex revolutione Ovalis circa axem majorem, qui continuatus per Lunam transiret.* 2038.

Ponamus Lunam in Æquatore; omnes sectiones Telluris parallelæ ad Æquatorem, cùm etiam Sphæroidis axi parallelæ sint (2038.), sunt ovales, quarum axes majores per Lunæ Meridianum transeunt; unde sequitur, *Tellure quiescente, in circulo quocunque Latitudinis, Aquam magis attolli in Meridiano, in quo Luna datur, & in Meridiano opposito, quàm in locis intermediis.* 2039.

DEFINITIO.

Dies lunaris est Tempus lapsum inter recessum Lunæ à Meridiano, & accessum sequentem ad eundem. Dies hæc in viginti quatuor Horas lunares dividitur. Superat Diem naturalem 50. minutis. 2040.

Ex Motu Telluris circa axem, singulis Diebus lunaribus, Loca singula per Meridianum Lunæ & Meridianum oppositum transeunt, id est, bis ibi transeunt, ubi Aqua *ex actione Lunæ* 2041.
at-

attollitur, & bis, ubi ex eâdem actione deprimitur (2039.); & sic *in Die lunari Mare bis attollitur, bis deprimitur, in loco quocunque.*

2042. Ex Motu Telluris circa axem, continuò Aqua elata à Meridiano Lunæ recedit; Actione tamen Lunæ, Sphæroidis axis per Lunam transit (2038.); ideò agitatur continuò Aqua, ut accumulatio, quæ Motu Telluris removetur, infra Lunam instauretur. Ideò ab A & B continuò L & *l* versùs fluit Aqua, dum illa, quæ ita sub Lunâ accumulatur, Motu Telluris continuò ab L versùs B, & ab *l* versùs A fertur; id est, inter L & B, ut & inter *l* & A, dantur duo Motus contrarii, quibus Aqua magis accumulatur; ita ut omnium maximè inter hæc puncta attollatur. Id est, in locis quibuscunque

2043. *Aqua maximè est elata, duabus aut tribus horis postquam Luna per Meridianum loci, aut Meridianum oppositum, transivit.*

2044. *Adscensus Aquarum ad partem Lunæ paulu-*
2045. *lum excedit oppositum* (2036. 1930.). *Minuitur Adscensus hic accessu ad Polum, in quo nulla Aquarum agitatio datur.*

Quæ de Lunâ demonstrata sunt, ad Solem
2046. applicari possunt; ideò, *ex actione Solis, singulis Diebus naturalibus bis attollitur Mare,*
2047. *bis deprimitur* (2041.). *Agitatio hæc multò minor est*, propter Solis immensam distan-
2048. tiam, *quàm quæ à Lunâ pendet: Iisdem tamen Legibus subjicitur.*

2049. Non distinguuntur Motus ab *actione* Lunæ, & *Solis* pendentes, sed confunduntur, & ex hujus actione tantùm *mutatur Maris Flu-*

xus

xus lunaris: quæ *Mutatio singulis Diebus variat*, propter inæqualitatem inter Diem naturalem & Diem lunarem. (2040.) 2050.

In Syzygiis, ex amborum Luminarium actionibus concurrentibus, attollitur *Aqua*, & ideò *magis attollitur*. 2051.

Minus adscendit Mare *in Quadraturis*; nam ubi Aqua Lunæ actione attollitur, ibi deprimitur ex actione Solis, & vice versâ. Idcircò, *dùm Luna à Syzygiâ ad Quadraturam transit, adscensus quotidiani de Die in Diem minuuntur: augentur* contra *in Motu Lunæ à Quadraturâ ad Syzygiam*. 2052.

In Novilunio etiam, *cæteris paribus, agitationes majores sunt, & quæ in eodem Die sese mutuò sequuntur, magis differunt, quàm in Plenilunio* (2044. 2048.). 2053.

Adscensus maximi & minimi non observantur, nisi secundâ, aut tertiâ Die post Novilunium, aut Plenilunium; quia Motus acquisitus non statim ex attritu, & aliis causis, destruitur; quo Motu acquisito adscensus Aquarum augetur, licèt minuatur actio, quâ Mare attollitur: simile quid circa calorem alibi (1777.) demonstravimus. 2054.

Si nunc Luminaria ex Æquatoris plano recedentia consideremus, videbimus *Agitationem* minui, & *minorem dari, pro majori Luminarium declinatione*. Quod clarè patet, si hæc in Polis concipiamus; tunc enim axis Figuræ Sphæroidis cum axe Telluris coincidit; & omnes sectiones ad Æquatorem parallelæ, ad axem Sphæroidis sunt perpendiculares, ideòque circulares. Ita ut Aqua, in singulis cir- 2055.

culis Latitudinis, ubique eandem habeat altitudinem, quæ motu Telluris non mutatur in locis peculiaribus. Si ex Polo recedant Luminaria, agitationem continuò magis ac magis augeri, facilè videmus, donec omnium fit maxima, revolutâ Sphæroide circa lineam ad axem suum perpendicularem, posito Sphæroidis axe in plano Æquatoris.

2056. Hinc liquet, quare *in Syzygiis, prope Æquinoctia, Æstus omnium maximi observentur*, ambobus Luminaribus in Æquatore aut prope hunc versantibus.

2057. *Actiones Lunæ & Solis eo majores sunt, quo minus* hæc Corpora *à Tellure distant* (1988.); cùm autem minor Solis distantia detur, hoc versante in Signis australibus, sæpe ambo Æstus maximi Æquinoctiales in illo situ Solis observantur; id est, ante Æquinoctium Vernum & post Autumnale; quod tamen non singulis annis obtinet; quia ex situ Orbitæ Lunaris, & distantiâ Syzygiæ ab Æquinoctio variatio dari potest.

2058. TAB. XVIII. fig. 7. *In locis ab Æquatore distantibus, recessu Luminarium ab Æquatore, inæquales fiunt ejusdem Diei agitationes*. Sit P P Telluris Axis; E E Æquator, L *l* Circulus Latitudinis; A B axis Sphæroidis figuræ, quam acquirit Aqua. Quando locus datur in L aut *l*, datur in eodem Meridiano cum axe Sphæroidis, & Aqua est maximè elata in utroque casu: in L tamen magis quàm in *l*; nam C L superat C *l*, quæ lineæ altitudines Aquarum, id est, distantias à centro, mensurant: æquales hæ forent, si A L & B *l*, distantiæ ab axe Sphæ-

roi-

roidis, forent æquales, minor autem est C *l*, quia B *l* superat A L, quod ex inclinatione axeos Sphæroidis ad Æquatorem oritur.

2059. *Quamdiu Luna ad eandem partem Æquatoris cum loco datur*, id est, ad partem lineæ C A continuatæ, *Aqua maximè singulis Diebus attollitur, post transitum Lunæ per Meridianum loci*; hoc enim contingit, ubi locus pervenit ad L; *si autem Æquator separet Lunam & locum*, de quo agitur, id est, si detur illa ad partem lineæ C B continuatæ, Aqua iterum in L ad maximam pertingit altitudinem, & *singulis Diebus hoc obtinet, post transitum Lunæ per Meridianum oppositum*. 2060.

Omnia, quæ huc usque fuere exposita, exactissimè obtinerent, si tota Telluris superficies Mari obtegeretur; cùm autem non ubique Mare detur, mutationes inde oriuntur, non quidem in Mari aperto; quia satis extenditur Oceanus, ut memoratis Motibus subjiciatur. Sed *situs Littorum, Freta, multaque* 2061. *alia, à peculiari locorum situ pendentia, generales Regulas turbant*. Generalioribus tamen Observationibus constat, Æstum Leges explicatas sequi.

Superest, ut ipsas Vires, quibus Sol & Luna Mare agitant, determinemus, ut pateat, has valere ad memoratos edendos effectus, & illorum Corporum actiones in Pendula & cætera Corpora sensibiles non esse.

Augmentum gravitatis Lunæ in Quadraturis, ex actione Solis, est ad ipsam Lunæ gravitatem in Tellurem, ut 1. ad 178, 725. (1925): in quâ computatione posuimus, Lunæ distan- 2062.

tiam mediam à centro Telluris esse 60. semid. Telluris (1918.); gravitas ergo Lunæ est ad gravitatem in Telluris superficie, ut 1. ad 60 x 60 = 3600 (1813.). Est idcircò augmentum memoratum ad gravitatem in Telluris superficie, ut 1. ad 643428, in qua computatione error datur corrigendus.

Exacta foret computatio hæc, si augmentum, de quo agitur, esset ad vim, quâ Tellus Solem versùs descendit, ut distantia Lunæ 60. semid. Telluris ad distantiam Telluris à Sole (1920.), sed est ut vera media Lunæ distantia, $60.\frac{1}{2}$ semid. Telluris, ad distantiam Telluris à Sole. Quare augmentum determinatum parte $\frac{1}{120}$ augeri debet; & se habebit ad vim gravitatis in superficie Telluris, ut $1\frac{1}{120}$ ad 643428, aut ut 1. ad 638110.

Augmentum hoc gravitatis Lunæ in Quadraturis ex actione Solis est ad augmentum gravitatis Aquæ in superficie Telluris, in locis à Sole 90. gr. distantibus, ex eâdem Solis actione, ut $60^{3}\frac{1}{2}$ ad 1. (1921.): ideò augmentum hoc gravitatis ad ipsam Aquæ gravitatem, ut 1. ad 38605679. Diminutio gravitatis sub Sole, & in loco opposito, est dupla hujus augmenti (1931.), ideò est ad

2063. gravitatem, ut 1. ad 19302839, & tota *Mutatio in gravitate, ex actione Solis, est ad ipsam gravitatem, ut* 1. *ad* 12868560.

2064. Ut actionem Lunæ cum actione Solis comparemus, Experimenta sunt instituenda in locis, in quibus, propter angustias, Mare sensibiliter attollitur. Prope Bristoliam tempore Autumnali & Verno, in quo agitatio Ma-

sri,

ris est maxima (2056.), adscendit Aqua in Syzygiis, plus minus, pedibus 45.; in Quadraturis pedibus, plus minus, 25., qui numeri sunt inter se, ut 9. ad 4.

Facillima foret determinatio Virium, quas quærimus, si agitationes maximæ & minimæ exactè in Syzygiis darentur, quod non obtinere antea vidimus (2054.).

Distantia autem Lunæ à Syzygiâ, aut à 2065. Quadraturâ, non semper est eadem in maximo aut minimo Aquarum adscensu; nam variat hæc distantia, quia Luna nunc magis, nunc minus à Meridiano distat, quando per Syzygiam aut Quadraturam ipsa transit. Distantia media Lunæ à Syzygiâ, aut Quadraturâ, ad quam Observationes memoratæ referri debent, est circiter 18. gr. 30′., ita ut tota Solis actio, neque cum Lunæ actione conspiret in Syzygiis, neque contrariè agat in Quadraturis. Etiam in tali casu, si in Syzygiâ ambo Luminaria in Æquatore fuerint, in memoratâ distantiâ à Quadraturâ, declinatio Lunæ est plus minus 22. gr. 13′.; quo minuitur Lunæ vis ad Mare movendum (2055.). Ulterius, cæteris paribus, distantia Lunæ à Tellure in Syzygiis minor est, quam in Quadraturis (1947. 1948.); unde etiam actio Lunæ in Quadraturis minuitur (2057.): ad quæ omnia attendendo detegitur, *vim mediocrem* 2066. *Solis ad Mare movendum se habere ad vim mediocrem Lunæ ad idem agitandum, ut* 1. *ad* 4,^{4815}. Sed vis Solis est ad vim gravitatis, ut 1. ad 12868560 (2063.); quare *vis Lunæ* 2067. *est ad* eandem *vim gravitatis, ut* 1. *ad* 2871485.

Ex quibus ſequitur, vires has Lunæ & Solis nimium eſſe exiguas, ut in Pendulis & aliis Experimentis ſint ſenſibiles; has autem ipſas valere ad Mare agitandum, facilè probatur.

Minuendo gravitatem in ſuperficie Telluris parte $\frac{1}{202.\,5.}$ Mare attollitur pertic. Rhenoland. 9534 (2016. 2005.), id eſt, pedibus Rhenanis 114408., perticæ enim ſingulæ continent pedes duodecim: unde detegitur (2063.)
2068. ope Regulæ Proportionum, *Solis actionem mutare Maris altitudinem fere pedibus duobus*; &
2069. *hanc ex Lunæ actione mutari pedibus 7*, n.
2070. (2067.); & *ex ambabus actionibus conjunctis agitatio mediocris eſt circiter decem pedum*, quod cum Obſervationibus ſatis congruit; nam in Oceano aperto, prout Mare magis aut minus patet, attollitur Aqua ad altitudinem ſex, novem, duodecim, vel quindecim pedum; & etiam differentia datur pro diverſâ
2071. profunditate Aquarum. *Ubi verò magnâ vi Mare Freta intrat, impetus non frangitur, niſi majori adſcenſu; & Mare multò magis attollitur.*

CAPUT XX.

De Lunæ Denſitate & Figurâ.

2072. VIres Solis & Lunæ ad Mare movendum, ſunt inter ſe in ratione compoſitâ, ex ratione quantitatum materiæ in his Corporibus (1812.), (ſingulæ enim particulæ agunt) & ratione inverſâ cuborum diſtantiarum Solis

&

& Lunæ à Tellure (2036. 2048 1988.).

Quantitates materiæ sunt in ratione compositâ ex ratione voluminum, id est, cuborum diametrorum (18. El. XII.), & ratione Densitatum (548. 90.); quare vires memoratæ sunt directè, ut Densitates & cubi diametrorum, & inversè ut cubi distantiarum. Agitur hic de Densitatibus mediis, quales pro diversis Planetis supra determinavimus (1882.).

Diametri apparentes Corporum, id est, anguli sub quibus videntur, crescunt ut ipsæ diametri, & minuuntur ut distantiæ; id est, sunt directè ut diametri, & inversè ut distantiæ; idcirco ratio composita ex ratione cuborum diametrorum apparentium *Solis & Lunæ*, & ex ratione Densitatum, erit ratio 2073.
virium, quibus hæc Corpora mare movent. Ideòque horum Corporum *Densitates sunt directè ut vires, quibus Mare movent, & inversè ut cubi diametrorum apparentium*: & dividendo vires per cubos harum diametrorum, datur ratio Densitatum.

Vis Solis est ad Vim Lunæ, ut 1. ad 4, 4815. (2066.); media diameter apparens Solis est 32'. 12"., & media Lunæ diameter apparens est 31', 16". id est, sunt inter se, ut 3864. ad 3753. *Est* igitur *Densitas Solis ad Lunæ Densitatem, ut* 10000. *ad* 48911.: 2074.
quæ Lunæ Densitas cum Jovis, Saturni, & Telluris Densitatibus potest conferri (1882.), estque Luna Tellure densior.

Quantitates materiæ in duobus Corporibus sunt inter se in ratione compositâ Densita-

ſitatum & Voluminum (548. 90.), id eſt, ſi de ſphæris agatur, in ratione compoſitâ Denſitatum & cuborum diametrorum.

2075. *Lunæ & Telluris* Denſitates ſunt inter ſe, ut 48911. ad 39539. (2074. 1882.), Diametri ut 20. ad 73. (1570.); ideò *Quantitates materiæ* in his Corporibus, *ut* 1. *ad* 39,11. aut ut 0,0512. ad 0,0015. Licet Denſitates detegantur, poſitis Corporibus homogeneis, quantitates materiæ rectè definiuntur, quamvis Corpora homogenea non ſint; nam illam determinamus Denſitatem, quam Corpus haberet, ſi materia, ex qua Corpus reverâ conſtat, per hoc æqualiter diſpergeretur. (1883.)

2076. *Gravitates in ſuperficiebus Telluris & Lunæ* determinantur, multiplicando Denſitates per diametros (1839.); id eſt, *ſunt* inter ſe, fere ut 3. ad 1., aut *ut* 431. *ad* 146. qui numerus etiam exprimit relationem gravitatis in ſuperficie Lunæ, cum gravitate in ſuperficiebus Solis, Jovis, & Saturni. (1880.)

2077. *Centrum commune gravitatis Lunæ & Telluris*, circa quod ambo Corpora moventur, determinatur; nam hujus à Telluris centro diſtantia *eſt ad diſtantiam* inter centra amborum Corporum, ut quantitas materiæ in Lunâ ad quantitatem materiæ in ambobus Corporibus (312. 313.), itaque 40, 11. ad 1, ut Lunæ diſtantia à Tellure ad diſtantiam quæſitam centri gravitatis *à centro Telluris*, quæ detegitur 2543927. *perticarum*; ut ex notis Telluris diametro (1569. 2004. 1560.), & Lunæ diſtantiâ deducitur.

Ut

Ut Lunæ Figuram determinemus, examinanda est Figura, quam, si fluida foret, acquireret (1992.). Si Lunam solam consideremus quiescentem, sphærica erit (1993.). Si actionem Telluris in Lunam consideremus, acquireret Luna Figuram Sphæroidis, cujus axis per Tellurem transiret (2038.). Vis Telluris ad Lunæ Figuram mutandam est ad vim Lunæ in Tellurem, ut 39, 11. ad 1. (2075. 1812.), & ut diameter Lunæ ad Telluris diametrum (2036. 1988.), quæ sunt inter se, ut 20. ad 73. (1570.), estque ratio composita ex his 10, 77. ad 1. Hæc vis Lunæ est ad gravitatem in superficie Telluris, ut 1. ad 2871485 (2067.); quæ gravitas in Telluris superficie est ad gravitatem in superficie Lunæ, ut 431. ad 146. (2076.), aut ut 2871485. ad 973166.; quare *actio Telluris ad mutandam Lunæ Figuram, ad gravitatem in superficie Lunæ, ut* 10, 77. *ad* 973166., aut *ut* 1. *ad* 90359. Mutatâ gravitate in Telluris superficie, parte $\frac{1}{2871485}$, Aqua attollitur pedibus 8. (2069.); ideò, si gravitas parte $\frac{1}{90359}$ mutaretur, altitudo foret pedum 254. ut Regulâ aureâ detegitur: si, servatâ hac diminutione gravitatis, de Corpore minori agatur, minuenda est hæc altitudo in ratione diametri; ideò, ex actione Telluris, altitudo hæc in Lunâ est circiter pedum 70.: & *Æquilibrium non dabitur, si Luna sit homogenea, nisi axis Sphæroidis superet diametrum ad hunc perpendicularem pedibus* 140. 2078. 2079. 2080.

Unicâ proportione detegitur, ex notâ altitudine Maris ex Lunæ actione, altitudo in 2081.

Lu-

Lunâ ex Telluris actione; nam sunt hæ in ratione duplicatâ inversâ gravitatum in superficiebus illorum Corporum, cujus Regulæ hæc est demonstratio.

2082. Si vires æquales in hæc Corpora agerent, hæc similes acquirerent Figuras; quia vires eodem modo in singulas particulas agunt. Adscensus ergo essent inter se ut diametri.

Adscensus hi sunt quoque ut ipsæ vires, quæ sunt ut quantitates Materiæ in Corporibus agentibus, & ut diametri Corporum, quorum Figuræ mutantur. (1921.) Conjunctis omnibus rationibus, aquarum adscensus in Lunâ & Tellure, sunt in ratione duplicatâ directâ diametrorum horum Corporum, & inversâ quantitatum materiæ in ipsis, id est, in ratione inversâ gravitatum in superficiebus.

Cui rationi hæc eadem ratio iterum addenda est ita, ut duplicata fiat; quia adscensus sunt quoque inversè ut gravitates agentes in particulas quæ attolluntur.

Si positâ, quam nunc determinavimus, Lunæ Figurâ, partes cohærere concipiamus,
2083. *æquilibrium inter Lunæ partes non dabitur*, *nisi* axis Sphæroidis ad Tellurem dirigatur; unde videmus, quare *Luna eandem faciem semper Telluri obvertat*; nam continuâ agitatione, qua Sphæroidis axis ad Tellurem dirigitur,
2084. Luna tandem acquisivit Motum *circa* alium *axem*, de quo Motu antea egimus (1563. 1685.): qui *Motus eodem tempore peragitur*, *in quo Luna circa Tellurem revolvitur*; quod ex actione memoratâ sequitur: si enim major

fo-

foret celeritas vi, quâ eadem facies ad Tellurem semper dirigitur, continuò illa retardaretur; acceleraretur continuò, si minor foret.

Non tamen hæc vis satis magna est, ut in singulis revolutionibus æquabilitatem Motûs acquisiti circa axem sensibiliter turbet: Ideò *Motus circa axem æquabilis est*, *li-* 2085.
cet Motu inæquali in Orbitâ moveatur Luna (1559.). Situs etiam axis Lunæ, non vi memoratâ ita potest mutari, ut ad planum Orbitæ, dum hujus inclinatio mutatur (1979.), 2086.
semper perpendicularis sit; idcircò *ad planum Orbitæ paululum inclinatur axis Lunæ*, ut antea vidimus (1688.).

FINIS LIBRI SEXTI.



INDEX RERUM.

Denotat p. *paginam*, *&* n. *numerum in margine*.

A.

Ag-

INDEX RERUM.

Au-

INDEX

Cir-

D.

Ex-

Ho-

Lu-

 dent.

Mi-

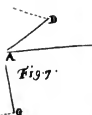
N.

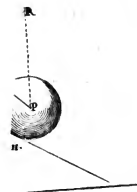
Per-

Q.

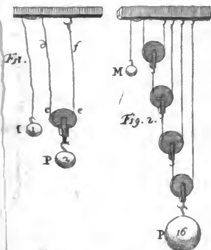
Ther-

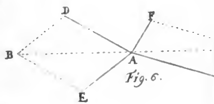
FINIS.

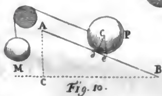

D
A
Fig. 7.
G

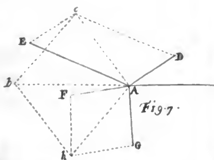

R
P
H.

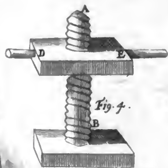


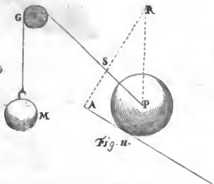

Fig. 1.
d
f
c
e
1
P
2
M
Fig. 2.
P
16

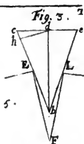

D
F
B
A
E
Fig. 6.

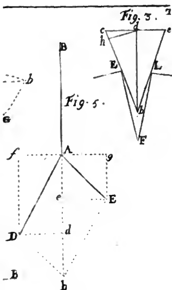

A
C
P
M
C
B
Fig. 10.

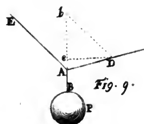

c
E
D
b
F
A
Fig. 7.
k
G

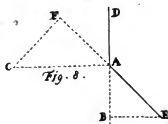

A
D
E
Fig. 4.
B

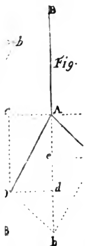

G
R
S
A
P
M
Fig. 11.

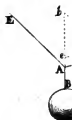

Fig. 3.
c
d
e
h
E
L
b
F


B
Fig. 5.
f
A
g
e
E
D
d
b


E
b
e
D
A
B
Fig. 9.
P


F
D
C
A
Fig. 8.
B
E





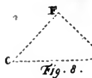
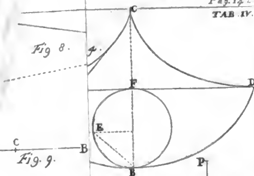
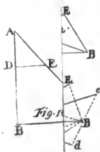
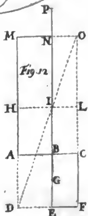


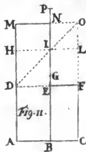
Fig. 8.


C
Fig 8.
F
D
E
B


C
B
Fig. 9.

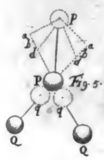

A
D
E
B
Fig. 10
E
B
e
d

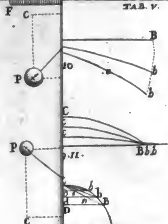

P
M
N
O
Fig. 12
H
I
L
A
B
C
G
D
E
F

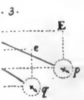

P
M
N
O
H
I
L
G
D
E
F
Fig. 11.
A
B
C

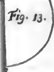

C
Fig. 5.
Q
B
O
P
A

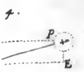

c

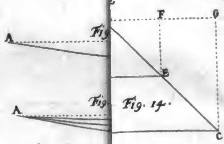

P
a
b
d
a
b
d
P
Fig. 5.
q
q
Q
Q

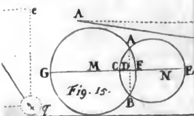

F
C
B
P
10
b
b
C
P
Bbb
.11.

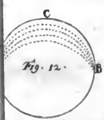

. 3.
E
e
p
q


b
b
B
D
n
Fig. 13.

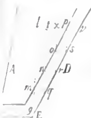

4.
P
E

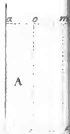

A
Fig
F
G
E
A
Fig.
Fig. 14.
C


e
A
A
G
M
C
D
F
N
E
B
Fig. 15.
q


C
Fig. 12.
B




A
D
E


Fig. 7.
A

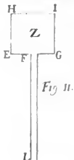

H
I
Z
E
F
G
Fig. 11.
L



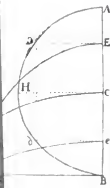

Fig. 3.
A
B



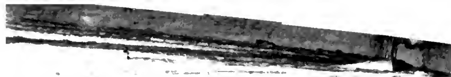

Fig. 4.
A
B

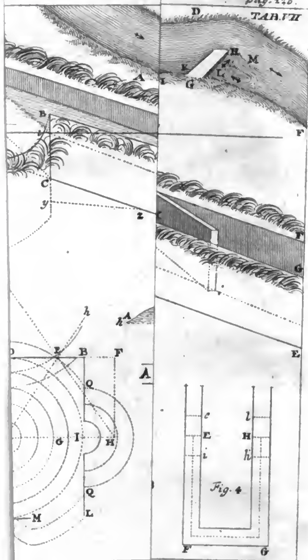

F
E
N
G
H
L
I


A
E


A
E
H
C
e
B

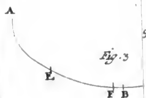

B
C




pag. 220.
TAB. VII
D
H
M
K
L
G
A
I
B
C
y
z
F
G
h
E
B
F
A
Q
I
H
G
Q
M
L
E
e
l
E
H
i
h
Fig. 4
F
G

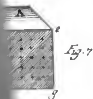
TAB. VIII.

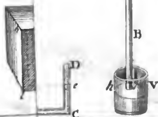
f h i l m n o p b c d e f







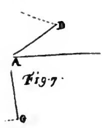


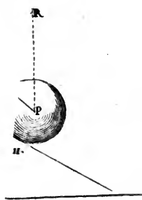


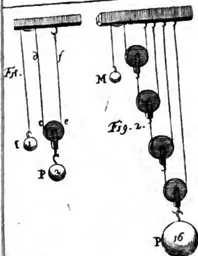
Vi-

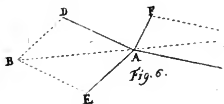
F I N I S.

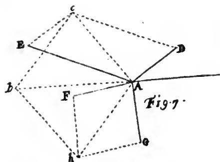


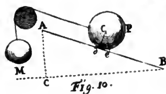

D
A
Fig. 7.
G

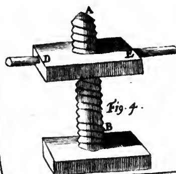

R
P
H.

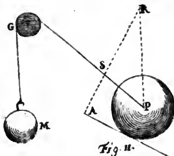

Fig. 1.
d
f
c
e
P
M
Fig. 2.
P
16

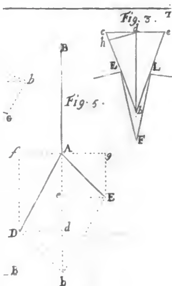

D
F
B
A
E
Fig. 6.

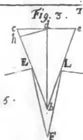

c
E
D
b
F
A
Fig. 7.
h
G

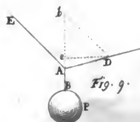

A
C
P
M
d
e
B
C
Fig. 10.

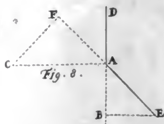

A
D
E
Fig. 4.
B

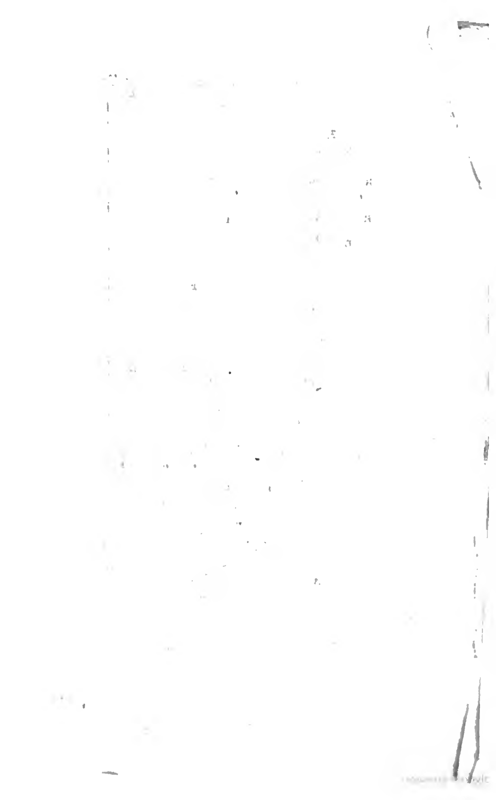

G
R
S
A
P
M
Fig. 11.


B
b
G
Fig. 5.
f
A
g
e
E
D
d
B
b

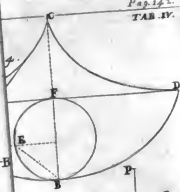

Fig. 3.
c
d
e
h
E
L
b
F


E
b
e
D
A
B
Fig. 9.
P

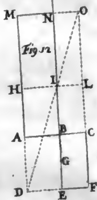

F
D
C
A
Fig. 8.
B
E



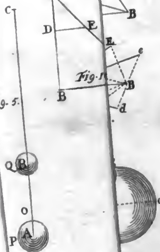

B
b
Fig.
G
f
A
e
D
d
B
b
E
b
e
A
B
F
C
Fig. 8.


Fig. 8.
C
F
D
E
B
C
B
Fig. 9.




P
M
N
O
Fig. 12
H
I
L
A
B
C
G
D
E
F


P
M
N
O
H
I
L
G
D
E
F
Fig. 11.
A
B
C


E
A
B
D
E
E
Fig. 10
B
d
B
C
Fig. 5.
Q
B
O
P
A





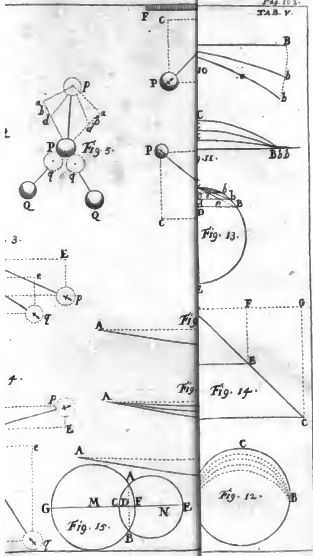
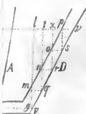
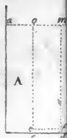


Fig. 13. Fig. 14. Fig. 15. Fig. 12.

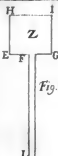




A
D
E



a
o
m
Fig. 7.
A
c
d

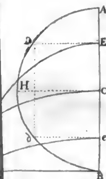


H
I
Z
E
F
G
Fig. 11.
L

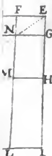


c
E
F
d
Fig. 3.
A
B

Fig. 4.



A
D
E
H
C
δ
e
B



F
E
N
G
M
H
L
I

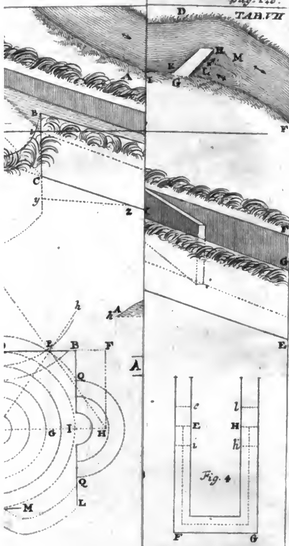


A
C
E



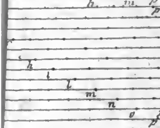
B
c

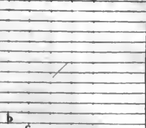



pag. 220.
TAB.VII
Fig. 4



TAB. VIII.











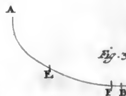


Fig. 3





Fig. 6.

Fig. 4.



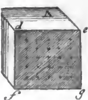
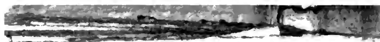


Fig. 7

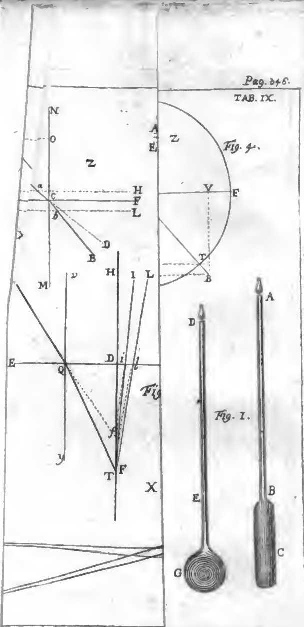


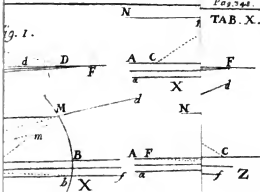


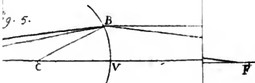


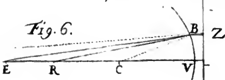


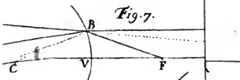
TAB. IX.

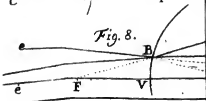


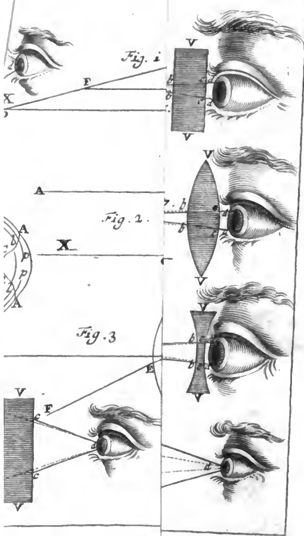

Pag. 348.
TAB. X.
Fig. 1.
N
n
d
D
F
A
C
F
a
X
d
M
d
N
m
B
A
F
C
b
X
f
a
f
Z


Fig. 5.
B
C
V
F


Fig. 6.
B
Z
E
R
C
V

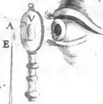

Fig. 7.
B
C
V
F

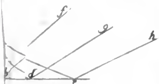

Fig. 8.
e
B
e
F
V

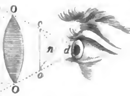

TAB. XI.
Fig. 1
Fig. 2.
Fig. 3

a

ig. 5.





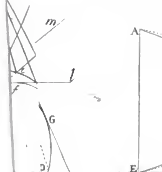




D

H
E
L

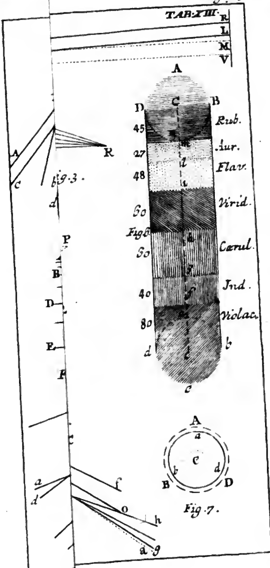


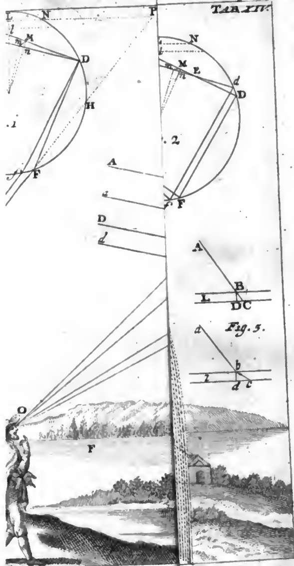


A



E


TAB. XIII.
R
L
M
V
A
D
C
B
45
Rub.
27
Aur.
48
Flav.
60
Virid.
Fig. 6.
60
Cærul.
40
Ind.
80
Violac.
d
b
c
Fig. 3.
R
A
c
b
d
P
B
D
E
F
a
d
f
o
h
a
g
A
a
C
b
d
B
D
Fig. 7.


Pag. 428.
TAB. XIV.
Fig. 5.









o Mars

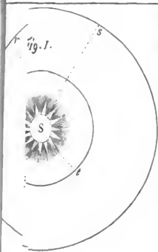
o Tell.

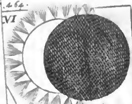
o Venus

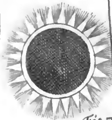
o Merc.

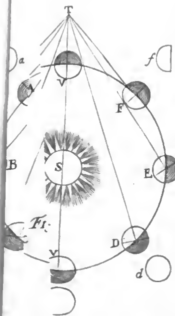
B

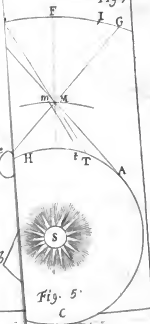
.464.

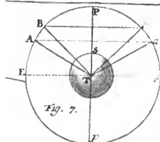


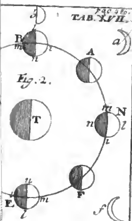


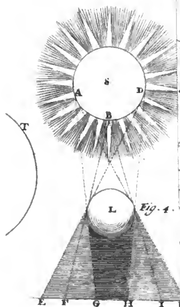


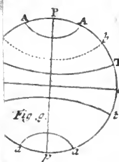





P
B
A
s
E
T
e
Fig. 7.
p


TAB. XVII.
B
A
a
Fig. 2.
T
N
n
l
E
F
f


S
A
D
B
T
L
Fig. 4.
E
F
G
H
I


P
A
A
b
T
e
t
Fig. 9.
a
p
a


G
g 3


R
O

